

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

НОВІ МАТЕРІАЛИ

**ЧАСТИНА II: В'ЯЗКО-ПРУЖНІ ВЛАСТИВОСТІ
ПОЛІМЕРНИХ ТА КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ
ПРИ ТРИВАЛОМУ НАВАНТАЖЕННІ**

ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ.

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для студентів,
які навчаються за спеціальністю 131 «Прикладна механіка»*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2021

Нові матеріали. Частина II: В'язко-пружні властивості полімерних та композиційних матеріалів при тривалому навантаженні. Лабораторний практикум [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студентів спеціальності 131 «Прикладна механіка» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: Шидловський М.С., Заховайко О.П., Тимошенко О.В., Трубачев С.І. – Електронні текстові дані (1 файл: 29.3 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 78 с.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 5 від 14 січня 2021 р.)
за поданням Вченої ради механіко-машинобудівного інституту
(протокол № 5 від 28 грудня 2020 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

НОВІ МАТЕРІАЛИ

ЧАСТИНА II: В'ЯЗКО-ПРУЖНІ ВЛАСТИВОСТІ ПОЛІМЕРНИХ ТА КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ ПРИ ТРИВАЛОМУ НАВАНТАЖЕННІ

ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ.

Укладачі: *Шидловський Микола Сергійович*, кандидат техн. наук, с.н.с,
Заховайко Олександр Панасович, кандидат техн. наук, доц.,
Тимошенко Олександр Вікторович, кандидат техн. наук, доц,
Трубачев Сергій Іванович, кандидат техн. наук, доц.

Відповідальний редактор: *Пискунов С.О.*, д-р. техн. наук, проф.

Рецензент: *Луговський О.Ф.*, д-р. техн. наук, проф.

Лабораторний практикум з дисципліни «Нові матеріали» розділу «В'язко-пружні властивості полімерних та композиційних матеріалів при тривалому навантаженні» містить теоретичні відомості з повзучості та релаксації напружень полімерних і композиційних матеріалів при тривалому навантаженні, впливу на них рівня навантажень та температури. Наведений опис типового обладнання, методів випробувань, реєстрації та обробки їх результатів. Приводяться правила техніки безпеки. Посібник містить приклади оформлення протоколів лабораторних робіт та запитання для самоконтролю знань. В додатках розміщені бланки протоколів для використання як роздаткового матеріалу. Посібник призначений для студентів спеціальності 131 «Прикладна механіка».

© М. С. Шидловський, О. П. Заховайко, О.В. Тимошенко, С.І. Трубачев 2021

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021

Зміст

ВСТУП	6
УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ.....	7
1. ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ ПРО В'ЯЗКО-ПРУЖНІСТЬ ПОЛІМЕРНИХ І КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ	9
1.1. Складові частини загальної деформації	9
1.2. Механічні моделі в'язко-пружного тіла	11
1.3. Основні рівняння спадкової лінійної в'язко-пружності	16
1.4. Принцип температурно-часової аналогії	18
2. ОБЛАДНАННЯ ТА МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ В'ЯЗКО-ПРУЖНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРІАЛІВ.....	20
2.1. Випробувальна установка для вимірювання деформацій повзучості полімерних матеріалів	20
2.2. Вимірювання деформацій повзучості за допомогою універсальних випробувальних машин серії TIRA-tes	22
2.3. Вимірювання релаксації напружень за допомогою універсальних випробувальних машин серії TIRA-tes	25
2.4. Обробка та реєстрація результатів випробувань	26
3. ПРАВИЛА ТЕХНІКИ БЕЗПЕКИ ПРИ ПРОВЕДЕННІ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ.....	28
4. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ ТА ПРИКЛАДИ ОФОРМЛЕННЯ ПРОТОКОЛІВ ВИПРОБУВАНЬ	29
Лабораторна робота № 2.1. Побудова кривих повзучості при різних температурах. Визначення областей лінійності в'язко-пружних властивостей матеріалів	29
Лабораторна робота № 2.2. Визначення коефіцієнтів рівняння повзучості за узагальненою моделлю Кельвіна-Фойгта	37
Лабораторна робота № 2.3 Експериментальне визначення коефіцієнтів рівнянь температурно-часової аналогії. Побудова узагальнених кривих повзучості	42
Лабораторна робота № 2.4 Побудова кривих релаксації напружень. Розрахунок коефіцієнтів рівняння релаксації за узагальненою моделлю Максвелла	47
Лабораторна робота № 2.5 Розрахунок параметрів інтегральних рівнянь в'язко-пружності	55
5. ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ ПРОТОКОЛІВ ВИПРОБУВАНЬ.....	58

6. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ	59
7. СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	60
8 ДОДАТОК 1. ФОРМИ ПРОТОКОЛІВ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ.....	61

ВСТУП

Розвиток різних галузей сучасної техніки вимагає застосування нових конструкційних полімерів і композиційних матеріалів на їх основі. Корозійна стійкість, невелика вага, висока питома міцність таких матеріалів досить часто роблять їх незамінними при проектуванні різноманітних конструкцій і сприяють зменшенню матеріаломісткості виробів з них.

В зв'язку з цим спеціалісти з питань міцності повинні вміти застосовувати сучасні методи випробувань для визначення основних механічних характеристик зазначених матеріалів та методи обробки експериментальних результатів.

В лабораторних роботах з дисципліни «Нові матеріали» для студентів спеціальності «Прикладна механіка» освітніх програм «Динаміка і міцність машин» та «Інформаційні системи та технології в авіабудуванні» механіко-машинобудівного інституту КПІ ім. Ігоря Сікорського передбачене виконання комплексу лабораторних робіт. При цьому студенти мають можливість оволодіти методами визначення характеристик конструкційних матеріалів, поглибити та закріпити свої теоретичні знання з різних розділів курсу, ознайомитись з роботою сучасного випробувального обладнання, методами експериментальних досліджень та нормативно-технічною документацією на методи випробувань.

При проведенні лабораторних робіт за частиною II навчальної дисципліни «Нові матеріали» визначаються основні в'язко-пружні та реологічні характеристики полімерних та композиційних матеріалів. В більшості робіт враховується температурний фактор.

Даний навчальний посібник може бути також використаним при проведенні лабораторних робіт з дисципліни «Механіка полімерних матеріалів», передбаченої навчальними планами освітніх програм «Динаміка і міцність машин» та «Інформаційні системи та технології в авіабудуванні» спеціальності 131 «Прикладна механіка».

УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

t – час;

$\varepsilon(t)$ – повна деформація;

ε_{np} – миттєво пружна деформація;

$\varepsilon_{ee}(t)$ – високо-еластична деформація;

ε_{nl} – миттєво пластична деформація;

$\varepsilon_m(t)$ – незворотна в'язка деформація;

$\sigma(t)$ – нормальне напруження або кульовий тензор напруження;

E_0 – миттєвий модуль пружності;

η – коефіцієнт в'язкості;

ε – постійна деформація (випробування на релаксацію напружень);

τ – час релаксації у моделі Максвелла;

$E(t)$ – модуль релаксації;

E_i, τ_i – коефіцієнти узагальненої моделі Максвелла;

σ_0 – постійне напруження (випробування на повзучість);

λ – час пружної післядії у моделі Кельвіна-Фойгта;

$I(t)$ – функція повзучості (податливість);

I_i, λ_i (або τ_i) – коефіцієнти узагальненої моделі Кельвіна-Фойгта;

I_0 – миттєва податливість;

S_{ij} – компоненти девіатора напружень;

e_{ij} – компоненти девіатора деформацій;

$\sigma(t)$ – кульовий тензор напружень;

$\theta(t)$ – об'ємна деформація;

R_C – зсувний модуль релаксації;

R_V – об'ємний модуль релаксації;

P_C – функція зсувної повзучості;

P_V – функція об'ємної повзучості;

Γ_C – функція швидкості зсувної релаксації;

Γ_V – функція швидкості об'ємної релаксації;

K_C – функція швидкості зсувної повзучості;

K_V – функція швидкості об'ємної повзучості;

G – модуль зсуву;
 B – об'ємний модуль пружності;
 ν_0 – коефіцієнт Пуассона;
 Γ – функція швидкості релаксації;
 K – функція швидкості повзучості;
 A, α, β – параметри функцій Γ та K ;
 T – температура;
 T_0 – температура зведення;
 $a_T(T)$ – температурна функція зсуву;
 a, b – коефіцієнти рівняння Вільямса-Ландела-Феррі (ВЛФ);
 t' – зведений час;
 $\Delta l(t)$ – видовження зразків при випробуваннях на повзучість;
 l_0 – початкова (робоча) довжина зразків;
 P_K – постійно діюче навантаження при випробуваннях на повзучість;
 F_0 – початкова площа поперечного перерізу зразка;
 σ_l – границя лінійної в'язко-пружності матеріалу.

1. ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ ПРО В'ЯЗКО-ПРУЖНІСТЬ ПОЛІМЕРНИХ І КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

1.1. Складові частини загальної деформації

Повна деформація складається з таких видів деформації.

1. Миттєво-пружна деформація ε_{np} , що розповсюджується в матеріалі зі швидкістю звуку. Вона пов'язана зі зміною валентних зв'язків або кутів, тобто з малою зміною міжмолекулярних та міжатомних відстаней.

2. Високо-еластична (в'язко-пружна або затримана) деформація ε_{ve} , що є результатом зміни середньостатистичної зігнутої молекул (конформаційні зміни) під дією напружень. Внаслідок високої в'язкості конструкційних полімерів цей процес проходить відносно повільно. Також повільно відновлюються початкові розміри об'єкта після зняття навантаження. Розвиток деформації ε_{ve} залежить від тривалості навантаження та температури;

3. Миттєво-пластична (незворотна) деформація ε_{ne} , яка виникає одночасно з миттєво-пружною деформацією;

4. Незворотна в'язка (типу течії) деформація ε_m , яка має місце при значних напруженнях і тривалих навантаженнях. При температурах менших від температури переходу у в'язко-текучий стан вона пов'язана з механізмом високоеластичної деформації, оскільки напрям зміни конфігурації ланцюгових молекул під дією напружень може привести до розпаду флуктуаційної сітки та зміщенню центру ваги молекул, тобто до дійсної (незвотної) течії. Таким чином, повна деформація полімеру

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{np} + \varepsilon_{ve}(t) + \varepsilon_{ne} + \varepsilon_m(t),$$

де t - заданий час.

Переважає чи іншої деформації залежить від умов (температури, величини та виду навантаження, часу, швидкості деформування) та стану матеріалу (ступінь кристалічності, молекулярна орієнтація, термообробка, старіння та ін.).

Більшість конструкційних полімерів працюють в інтервалі температур, які відповідають скловидному стану (підстан вимушеної еластичності). За цього підстану матеріал має високу питому міцність і пружність. Поряд з пружністю в засклованих полімерах виявляють помітні в'язко-пружні деформації, які за абсолютними величинами можуть у кілька разів перевищувати

миттєво-пружні. Менше значення в цьому підстані відіграють миттєво-пластичні й зовсім невелике – незворотні деформації типу течії, як показано на рис. 1.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{np} + \varepsilon_{ve}(t).$$

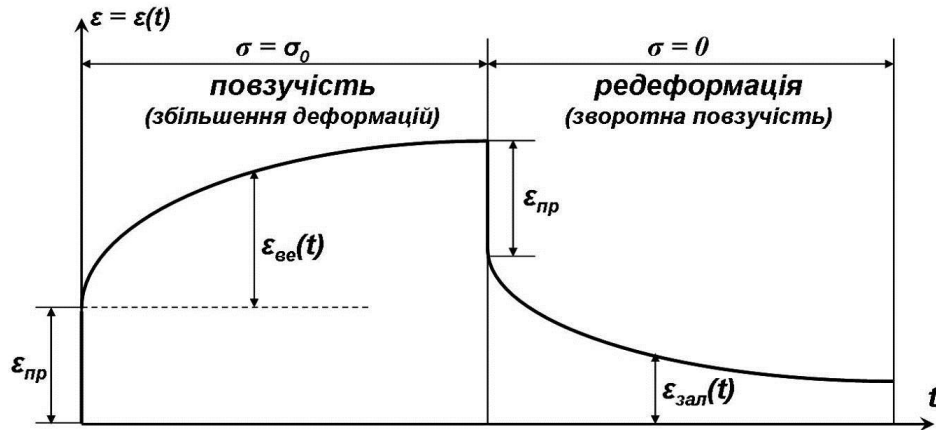


Рис. 1. Типова крива повзучості та деформації відновлення розмірів зразка в'язко-пружного матеріалу, що знаходиться в склоподібному стані, за розтягу: σ_0 – постійно діюче напруження; $\varepsilon(t)$ – повна деформація зразка; ε_{np} – пружна деформація; $\varepsilon_{ve}(t)$ – високо-еластична деформація; $\varepsilon_{зал}(t)$ – залишкова (та, що не зникла на даний час t) деформація

1.2. Механічні моделі в'язко-пружного тіла

Для побудови рівнянь, які описують в'язко-пружну поведінку матеріалів, суттєву допомогу можуть надати механічні моделі, що складаються з пружних (у вигляді пружин) та в'язких (демпфери) елементів. Діючі на ці елементи сили моделюють напруження σ , деформації пружини моделюють пружні деформації ε_{np} , а деформації демпферів – в'язкі деформації $\varepsilon_{ve}(t)$.

Зв'язок між напруженнями і деформаціями для пружного елемента, який зображений на рис. 2, а, описується законом Гука

$$\sigma = E_0 \cdot \varepsilon, \quad (1)$$

де E_0 – миттєвий модуль пружності.

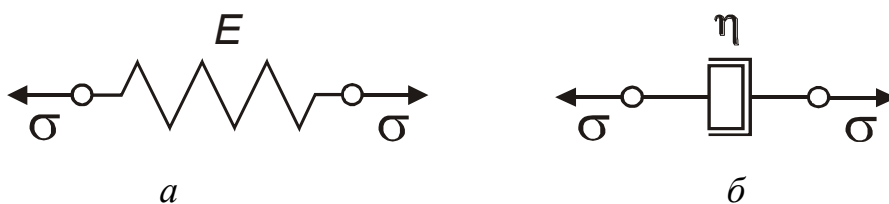


Рис. 2. Моделі елементів: а – пружний (E); б – в'язкий (η)

Для в'язкого елемента (рис. 2, б) виконується закон течії Ньютона:

$$\sigma = \eta \cdot \frac{d\varepsilon(t)}{dt}, \quad (2)$$

де η – коефіцієнт в'язкості демпфера.

Ці елементи можна з'єднати послідовно або паралельно.

1.2.1. Механічна модель Максвелла

При послідовному з'єднанні пружного та в'язкого елементів маємо механічну модель Максвелла (рис. 3).

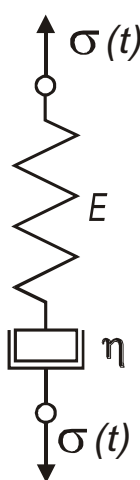


Рис. 3. Модель Максвелла

Диференціальне рівняння, що відповідає цій моделі, має вигляд:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E_0} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} \cdot \sigma. \quad (3)$$

Інтегруючи рівняння (3) при $\varepsilon = \varepsilon_0 = \text{Const}$ (релаксація напружень при постійній деформації), з урахуванням початкових умов (при $t=0$: $\sigma = \sigma_0$) маємо:

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot \exp(-t/\tau), \quad (4)$$

де $\tau = \eta/E_0$ – час релаксації, тобто час, за який напруження зменшуються в e раз.

Типова крива релаксації напружень при постійній деформації, що описується рівнянням (4), зображена на рис. 4.

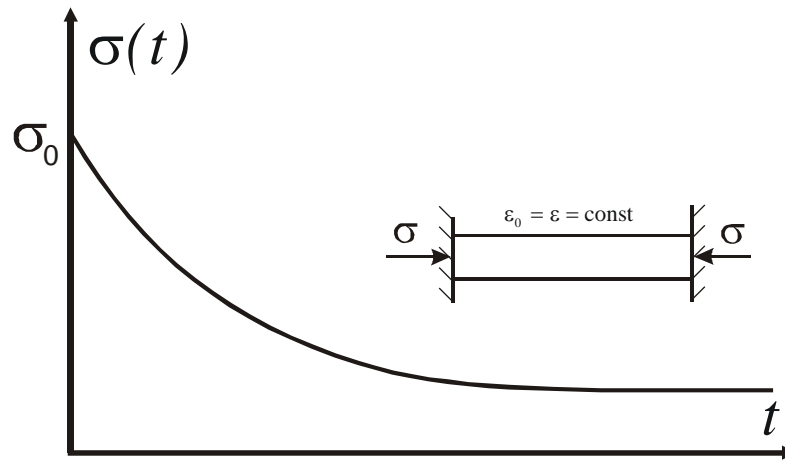


Рис. 4. Крива релаксації напружень у в'язко-пружному матеріалі, якій відповідає модель Максвелла та рівняння (4)

1.2.2. Узагальнена модель Максвелла

Більш точний збіг з експериментальними даними можна отримати, використовуючи узагальнену модель Максвелла (рис. 5), що являє собою набір пружних та в'язких елементів.

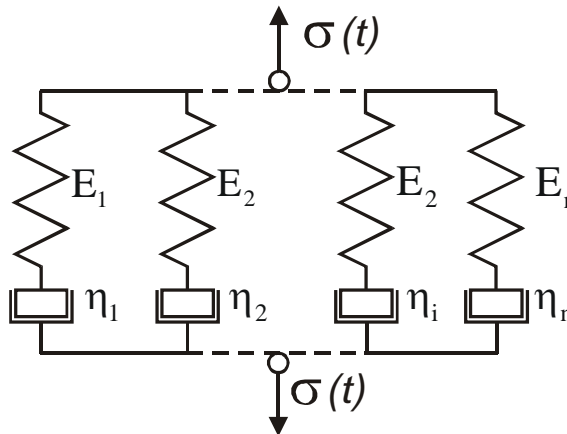


Рис. 5. Узагальнена модель Максвелла

Рівняння, що відповідає цій моделі, має вигляд:

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 \cdot \sum_{i=1}^n E_i \cdot \exp(-t / \tau_i), \quad (5)$$

де E_i – миттєвий модуль пружності i -го елемента; $\tau_i = \eta_i / E_i$ – час релаксації i -го елемента.

1.2.3. Модель Кельвіна-Фойгта

При паралельному з'єднанні елементів маємо модель Кельвіна-Фойгта (рис. 6).

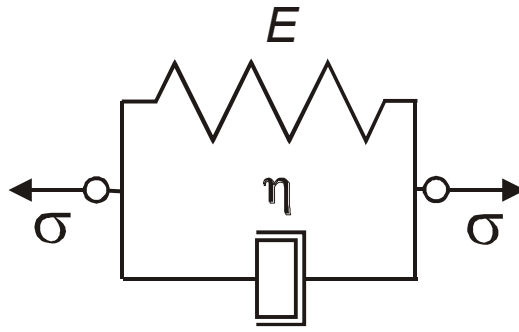


Рис. 6. Модель Кельвіна-Фойгта

Диференціальне рівняння для такої моделі має вигляд:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon + \eta \cdot \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (6)$$

Інтегруючи це рівняння при $\sigma = \sigma_0 = \text{Const}$ (повзучість при постійно діючому напруженні), з урахуванням початкових умов (при $t=0$; $\varepsilon=0$), маємо:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_0} \cdot [1 - \exp(-t / \lambda)], \quad (7)$$

або

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 [1 - \exp(-t / \lambda)], \quad (8)$$

де $\lambda = \eta/E$ – час пружної післядії або час запізнювання.

Типова крива повзучості при постійно діючому напруженні, що описується рівнянням (8), зображена на рис. 7.

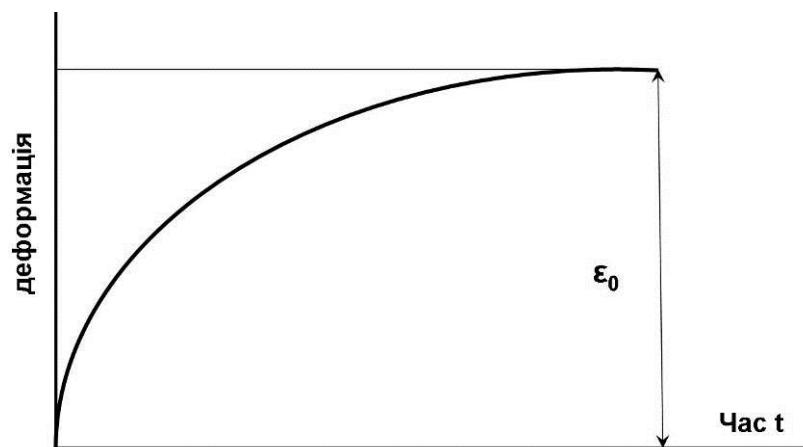


Рис. 7. Крива повзучості в'язко-пружного матеріалу за моделлю Кельвіна-Фойгта (рівняння 8)

1.2.4. Узагальнена модель Кельвіна-Фойгта

Для підвищення точності опису використовують узагальнену модель, яка утворена послідовним з'єднанням декількох моделей Кельвіна-Фойгта (рис. 8).

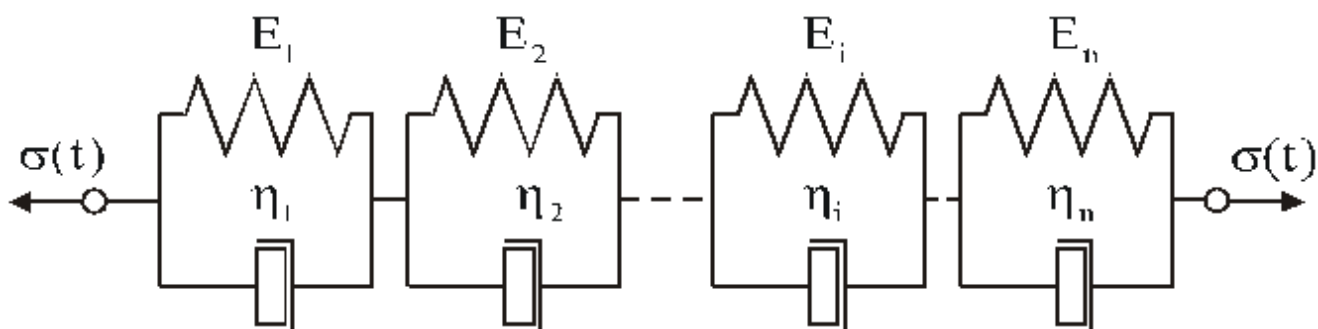


Рис. 8. Узагальнена модель Кельвіна-Фойгта

Рівняння, що описує повзучість згідно з такою моделлю, має вигляд:

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \sum_{i=1}^n I_i [1 - \exp(-t / \lambda_i)], \quad (9)$$

де $\lambda_i = \eta_i / E_i$ – час запізнення i -го елемента; $I_i = 1 / E_i$ – податливість i -го елемента.

Більш точний опис експериментальних кривих повзучості можна отримати, якщо в узагальнену модель Кельвіна-Фойгта ввести додатковий пружний елемент E_0 (рис. 9, а). У цьому випадку рівняння (9) записують у вигляді:

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 I_0 + \sigma_0 \sum_{i=1}^n I_i [1 - \exp(-t / \lambda_i)], \quad (10)$$

де $I_0 = 1 / E_0$ – миттєва податливість.

Введенням різної кількості в'язко-пружних елементів (рис. 9, б, в, г) можна досягти збільшення точності апроксимації експериментальних результатів. Очевидно, що збільшення кількості цих елементів знижує похибку при описанні кривих повзучості. Як показує практика, 3-4 в'язко-пружних елементів досить, щоб похибка апроксимації не перевищувала похибки вимірювання деформації при експериментальних дослідженнях.

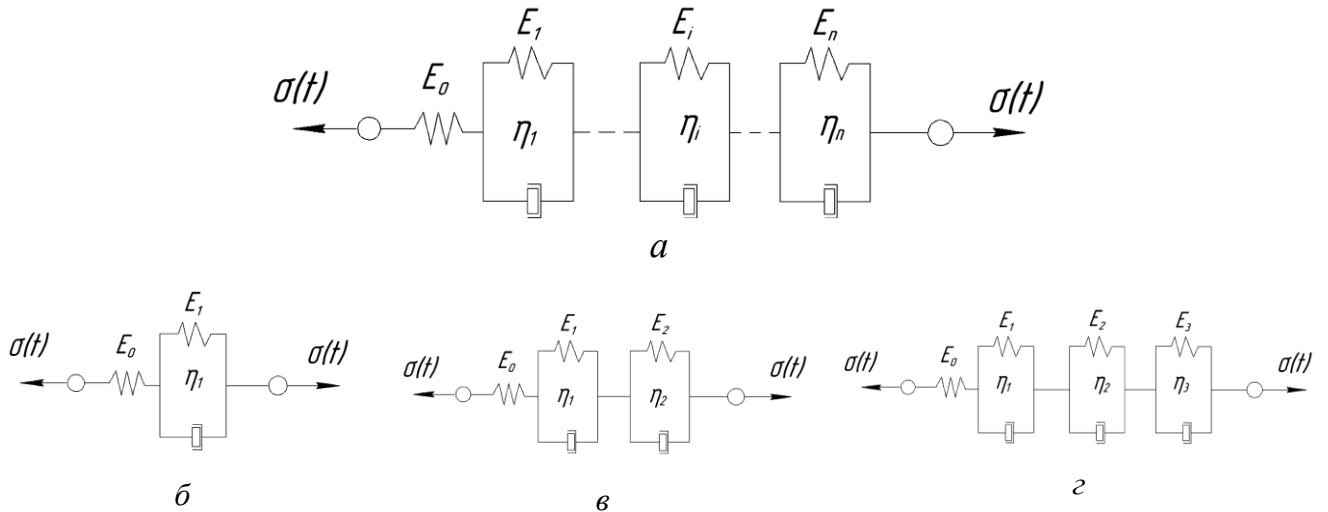


Рис. 9 Різні механічні моделі, що описують розвиток деформацій повзучості у в'язко-пружному матеріалі: *a* - узагальнена модель Кельвіна-Фойгта з введенням додаткового пружного елемента E_0 ; *б*, *в*, *г* - моделі з додатковим пружним та одним (*б*), двома (*в*) та трьома (*г*) в'язко-пружними елементами

Типова крива повзучості, що побудована на основі узагальненої моделі Кельвіна-Фойгта з додатковим пружним елементом, зображена на рис. 10.

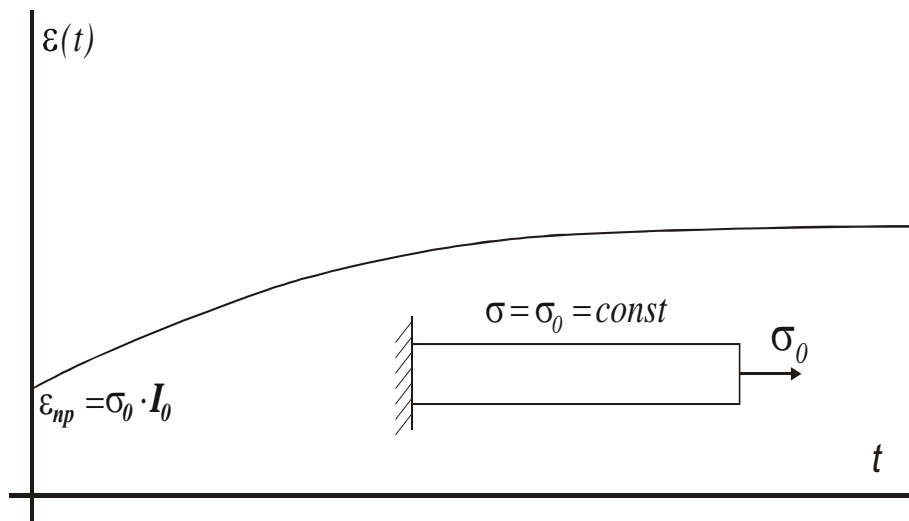


Рис. 10. Крива повзучості в'язко-пружного матеріалу, якій відповідає узагальненій моделі Кельвіна-Фойгта та рівнянню (10)

Відзначимо, що всі наведенні рівняння справедливі лише в області лінійного деформування, тобто якщо у будь-який момент часу модулі релаксації $E(t)$ не залежать від рівня деформації, а функції повзучості $I(t)$ не залежать від рівня напружень.

1.3. Основні рівняння спадкової лінійної в'язко-пружності

В області лінійної в'язко-пружності для опису реологічних процесів найбільш часто застосовують лінійну спадкову теорію Больцмана-Вольтера, рівняння якої має такий вигляд:

$$S_{ij}(t) = \int_0^t R_c(t-s) de_{ij}(s); \quad (11)$$

$$\sigma(t) = \int_0^t R_V(t-s) d\theta(s); \quad (12)$$

$$e_{ij}(t) = \int_0^t \Pi_c(t-s) dS_{ij}(s); \quad (13)$$

$$\theta_{ij}(t) = \int_0^t \Pi_V(t-s) d\sigma(s). \quad (14)$$

Тут S_{ij} і e_{ij} – компоненти дівіаторів напружень та деформацій; $\sigma(t)$ – кульовий тензор напруження; $\theta(t)$ – об'ємна деформація; $R_c(t)$ і $R_V(t)$ – зсувні та об'ємні модулі релаксації; $\Pi_c(t)$ і $\Pi_V(t)$ – функції зсувної та об'ємної повзучості.

Інтегруючи рівняння (11)-(14) частинами, отримуємо:

$$S_{ij} = 2G \cdot e_{ij}(t) - 2G \int_0^t \Gamma_C(t-s) \cdot e_{ij}(s) ds; \quad (15)$$

$$\sigma(t) = B \cdot \theta(t) - B \int_0^t \Gamma_V(t-s) \cdot \theta(s) ds; \quad (16)$$

$$e_{ij} = \frac{1}{2G} \cdot S_{ij}(t) + \frac{1}{2G_0} \int_0^t K_C(t-s) \cdot S_{ij}(s) ds; \quad (17)$$

$$\theta(t) = \frac{1}{B} \cdot \sigma(t) + \frac{1}{B_0} \int_0^t K_V(t-s) \cdot \sigma(s) ds, \quad (18)$$

де $G = \frac{E_0}{2(1 + \nu_0)}$ – модуль зсуву; $B = \frac{E_0}{3(1 - 2\nu_0)}$ – об'ємний модуль пружності;

Γ_C і Γ_V – функції швидкостей зсувної та об'ємної релаксації; K_C і K_V – функції швидкостей зсувної та об'ємної повзучості; E_0 і ν_0 – миттєвий модуль пружності та коефіцієнт Пуассона.

При одновісному навантаженні та деформуванні в області лінійної в'язко-пружності рівняння (15) та (17) набувають такого вигляду:

$$\sigma(t) = E_0 \varepsilon(t) - E_0 \int_0^t \Gamma(t-s) \varepsilon(s) ds; \quad (19)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E_0} \sigma(t) + \frac{1}{E_0} \int_0^t K(t-s) \sigma(s) ds, \quad (20)$$

де $\Gamma(t)$ – функція швидкості релаксації; $K(t)$ – функція швидкості повзучості.

Приймаючи ядро K рівняння (20) у вигляді суми експоненціальних функцій, одержуємо співвідношення для апроксимації дослідних кривих повзучості в лінійній області при $\sigma = \sigma_K = Const$:

$$\varepsilon(t) = \sigma_K \cdot I_0 + \sigma_K \sum_{i=1}^n I_i [1 - \exp(-t / \tau_i)], \quad (21)$$

де $I_0 = 1 / E_0$ – миттєва податливість; I_i , τ_i – коефіцієнти.

Зазначимо, що рівняння повзучості (21) повністю збігається з рівнянням (10), якщо замінити σ_K на σ_0 , а τ_i на λ_i .

Для описання процесів повзучості та релаксації використовують різні форми функцій K та Γ . Однією з найбільш розповсюджених та простих форм є слабосингулярне ядро:

$$\Gamma(t) = A e^{-\beta t} t^{\alpha-1} \quad (0 < \alpha < 1), \quad (22)$$

для якого за будь-якого значення t

$$\int_0^t A e^{-\beta t} t^{\alpha-1} dt \leq 1.$$

Його резольвента:

$$K(t) = \frac{e^{-\beta t}}{t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[A\tilde{\Gamma}(\alpha)^n] t^{\alpha n}}{\tilde{\Gamma}(\alpha n)}, \quad (23)$$

де $\tilde{\Gamma}(z) = \int_0^{\infty} \xi^{z-1} e^{-\xi} d\xi$ – гамма-функція.

Функції (22), (23) та їх інтеграли детально протабульовані, розроблені ефективні методи визначення параметрів α , β , A за експериментально одержаними кривими повзучості та релаксації [1].

1.4. Принцип температурно-часової аналогії

При підвищенні температури зростає рухомість макромолекул і зменшується час релаксації. Тому є можливість дуже довгий релаксаційний процес провести за порівняно короткий проміжок часу, якщо підвищити температуру. З цього виходить, що вплив часового фактору та температури на властивості в'язко-пружних матеріалів, які знаходяться під навантаженням, еквівалентні. Ця закономірність одержала назву принципу температурно-часової аналогії (ТЧА).

Використовуючи цей принцип, можна здійснити екстраполяцію від малих до великих часів релаксації, що істотно скорочує час експерименту. Екстраполяція зводиться до того, що експериментальні криві релаксації (або повзучості), одержані при різних температурах, зсуваються шляхом їх горизонтального переносу вздовж осі логарифму часу на деяку величину $\ln a_T$ до одержання єдиної узагальненої кривої.

Температурні залежності в'язко-пружних властивостей можуть бути описані однією функцією a_T (температурна функція зсуву), що являє собою відношення значення часу релаксації при температурі T до значення часу релаксації при фіксованій температурі T_0 (температура зведення).

Для багатьох полімерів ця залежність може бути апроксимована рівнянням:

$$\ln a_T = \frac{a(T - T_0)}{b + (T - T_0)}, \quad (24)$$

де a і b – коефіцієнти .

Вираз (24) одержав назву рівняння ВЛФ (Вільямса-Ландела-Фері).

Використання принципу ТЧА дозволяє прогнозувати зміну деформаційних властивостей полімерів на тривалі строки (до декількох років) за результатами нетривалих випробовувань.

Таким чином, для термореологічно простих матеріалів мають місце такі залежності:

$$I(t, T) \equiv I(t')|_{T=T_0}, \quad (25)$$

$$\tilde{E}(t, T) \equiv E(t')|_{T=T_0}, \quad (26)$$

де $I(t, T) = \varepsilon(t, T) / \sigma_0$; $E(t, T) = \sigma(t, T) / \varepsilon_0$ – функції податливості та модуля релаксації відповідно; σ_0 та ε_0 – постійні напруження та деформації, які підтримуються в зразку під час експерименту; $t' = t \cdot a_T$ – зведений час; $a_T(T)$ – температурна функція зсуву.

Зв'язок між напруженнями, деформаціями, часом та температурою на основі принципу ТЧА можна отримати зі співвідношень (4) – (23) зміною t на t' та S на S' . До того ж при постійних температурах $t' = t \cdot a_T$; $S' = S \cdot a_T$, а при змінних -

$$t' = \int_0^t a_T dt; \quad S' = \int_0^t a_T ds.$$

Рівняння (26) за постійної температури набуває вигляду:

$$\varepsilon(t) = \sigma_K \cdot I_0 + \sigma_K \sum_{i=1}^n I_i [1 - \exp(-t \cdot a_T(T) / (\tau_i))]. \quad (27)$$

2. ОБЛАДНАННЯ ТА МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ В'ЯЗКО-ПРУЖНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРІАЛІВ

2.1. Випробувальна установка для вимірювання деформацій повзучості полімерних матеріалів

Випробувальна установка, схема та зовнішній вигляд якої наведені на рис. 11, 12, складається з п'яти горизонтально розташованих однакових секцій (на схемі показана лише одна), що дає можливість одночасно випробувати п'ять зразків, значно скорочуючи час вимірювань. Кожна секція обладнана системою навантаження та пристроєм для вимірювання видовження зразків. Усі секції розміщені у спільній термокамері, з якою зв'язана система регулювання та автоматичного підтримання заданої температури.

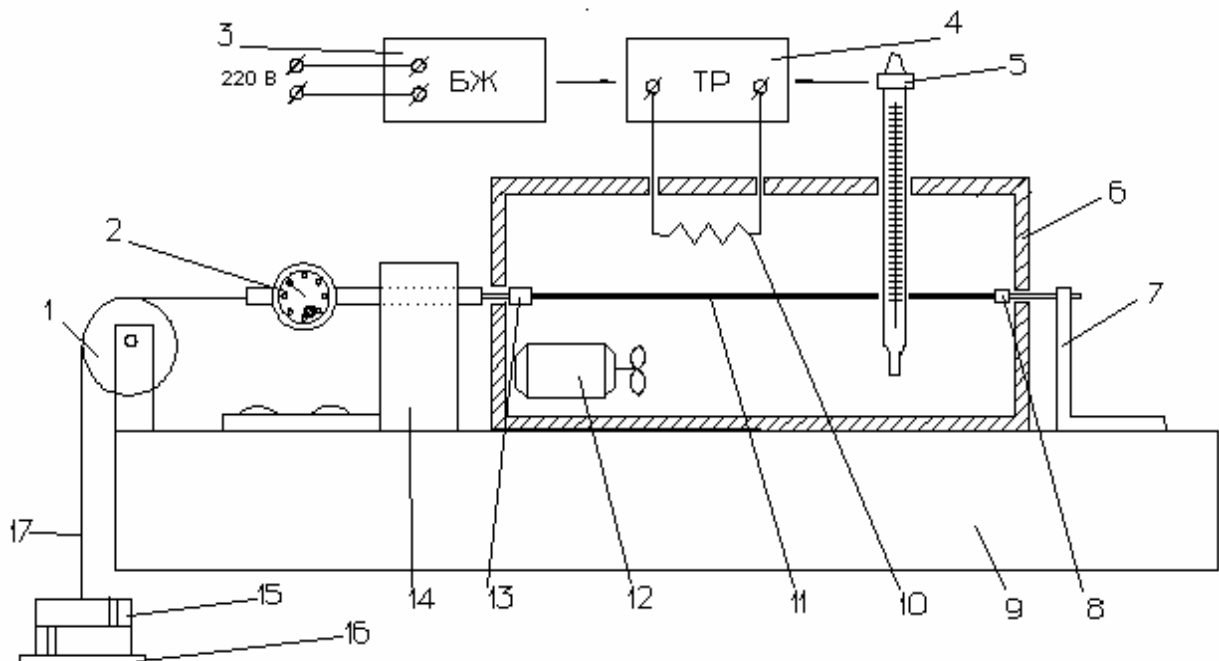


Рис. 11. Схема випробувальної установки для вимірювання деформації повзучості плівкових та листових полімерних матеріалів: 1 – шків з опорою; 2 – індикатор годинникового типу; 3 – блок живлення; 4 – терморегулятор; 5 – контактний термометр; 6 – корпус термокамери; 7 – кріплення для нерухомого затискувача; 8 – нерухомий затискувач; 9 – основа; 10 – спіраль нагрівача; 11 – зразок; 12 – перемішувач повітря; 13 – рухомий затискувач; 14 – кріплення індикатора годинникового типу; 15 – вантажі; 16 – платформа для вантажів; 17 – гнучка тяга.

Зразки 11 закріплюють в нерухомих 8 та рухомих 13 затискувачах, які жорстко зв'язані з механічними системами індикаторів годинникового типу 2. Нерухомі затискувачі розташовані на кріпленнях 7, а індикатори –

на кріпленнях 14. До ніжок індикаторів приєднані гнучкі тяги 17, через які за допомогою шківу 1 передається зусилля від вантажів 15 та платформи 16.



a



б



в



г

Рис. 12. Установа для вимірювання деформації повзучості полімерних матеріалів: системи навантаження та вимірювання деформацій зразків (*a*); випробувальні зразки (*б*); зразки у затискувачах (*в*); робоча та система нагріву (*г*)

Вимірювання видовження зразків здійснюється за допомогою індикаторів годинникового типу 2 з точністю ± 0.005 мм.

Порівняно велика довжина зразка (до 100 мм) практично усуває вплив на загальну деформацію «кінцевого ефекту» – видовжень матеріалу в затискувачах, а також підвищує точність вимірювання відносної деформації. Конструкція затискувачів дозволяє надійно закріплювати тонкі зразки товщиною від 0.02 мм, а також регулювати силу притискання. Співвісність затискувачів та підвищена жорсткість всієї системи є обов'язковими вимогами, що пов'язані з необхідністю здійснення одновісного навантаження зразків.

Загальна конструкція установки дає можливість проводити дослідження зразків шириною 10 мм та довжиною 100 мм при робочій температурі до 200°C в умовах рівномірного нагріву робочої частини зразка.

У термокамері 6 розташовані спіралі нагрівачів 10, контактний ртутний термометр 5 і вентилятор, призначений для перемішування повітря. Ртутним термометром керує низькострумне реле. Реле зв'язане з електромагнітним перемикачем, який працює у двох режимах: режимі нагріву, коли на обмотку спіралі подається підвищена напруга, і режим підігріву, коли на обмотку спіралі подається знижена напруга. Дана система забезпечує точність підтримання температури $\pm 1.0^{\circ}\text{C}$ впродовж тривалого проміжку часу (до 1 місяця).

2.2. Вимірювання деформацій повзучості за допомогою універсальних випробувальних машин серії TIRA-test

Конструкція та програмне забезпечення випробувальних машин серії TIRA-test передбачають проводити дослідження процесів повзучості та релаксації напружень в зразках полімерних матеріалів та конструкційних пластмас.

Загальний вигляд верхнього затискувача, закріпленого на динамометрі, та затискувачі з закріпленим зразком зображені на рис. 13.

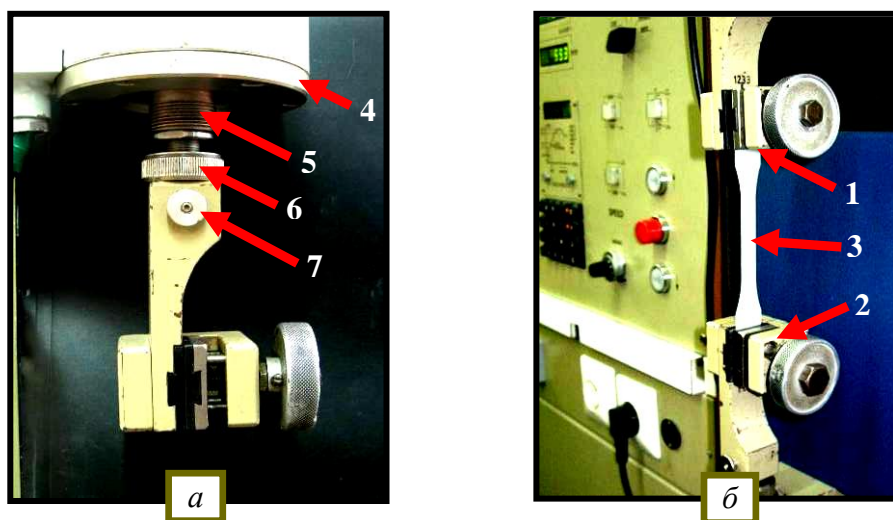


Рис. 13. Схеми закріплення зразків у випробувальній машині TIRA-test:
1, 2 – верхній та нижній затискувачі; 3 – випробувальний зразок;
4 – динамометр; 5 – вісь динамометра; 6 – контргайка;
7 – фіксуючий штифт

Призначення, опис блок-схеми, режимів роботи, клавіатури введення даних та порядок роботи з випробувальною машиною TIRA-test наведені в [4-5].

За допомогою програмного шаблону «Циклічне навантаження 1» можна здійснювати запис кривих повзучості в циклічному та статичному режимах навантаження.

Програмний шаблон «Циклічне навантаження 1» для вводу даних у процесор випробувальної машини TIRA-test та параметри, що вводять та одержують за його допомогою, зображені на рис. 14 та 15.

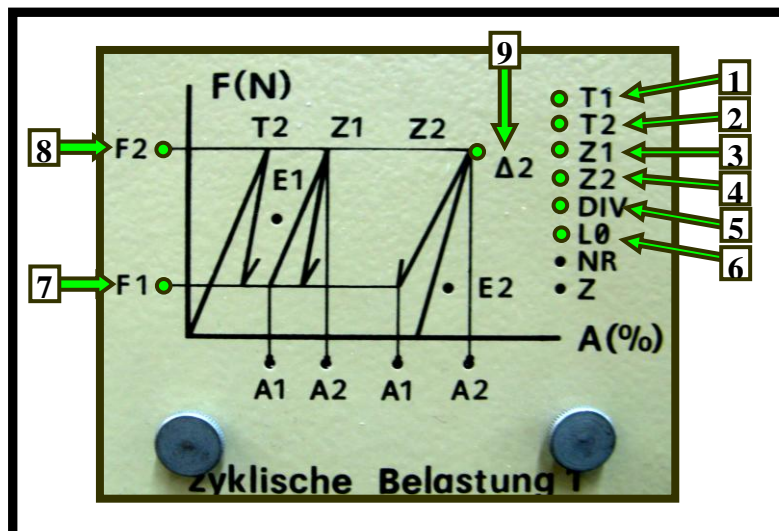


Рис. 14. Вхідні дані програмного шаблону «Циклічне навантаження 1»:
 1, 2 – часи витримки зразка при мінімальному та максимальному навантаженнях F_1 та F_2 ; 3 – кількість циклів, за якого визначається модуль пружності $E1$; 4 – загальна кількість циклів, після досягнення якої випробування припиняють; 5 – площа поперечного перерізу зразка; 6 – робоча довжина зразка; 7, 8 – значення мінімального та максимального навантажень; 9 – спад сили для розпізнання процесором моменту розриву зразка

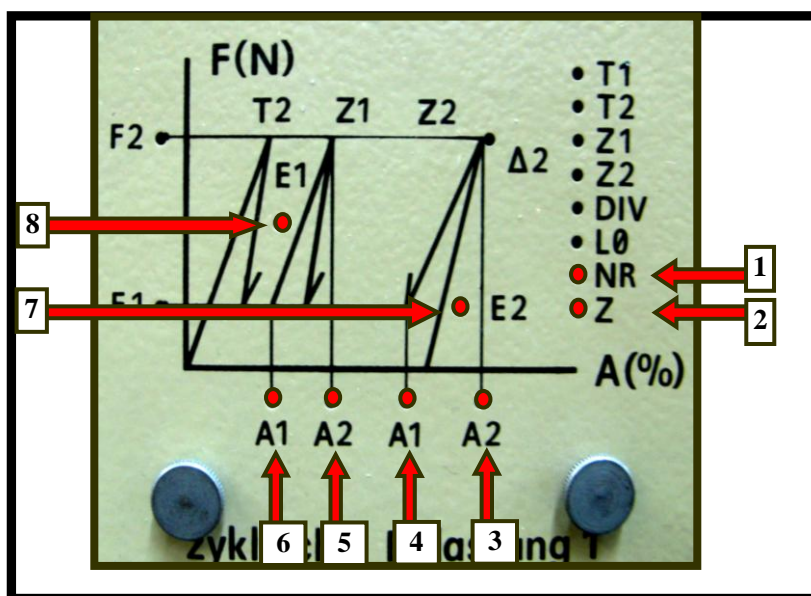


Рис. 15. Вихідні дані програмного шаблону «Циклічне навантаження 1»:
 1 – номер випробування; 2 – загальна кількість циклів навантаження;
 3, 4 – деформації при навантаженнях F_2 та F_1 і кількості циклів Z_2 ;
 5, 6 – деформації при навантаженнях F_2 та F_1 і кількості циклів Z_1 ;
 7 – сила при розриві; 8 – максимальна сила

Цикл навантаження (рис. 14) включає такі складові:

- розтяг зразка з постійною швидкістю до заданого значення максимального навантаження **F2**;
- витримка зразка під постійним навантаженням **F2**;
- розвантаження зразка до заданого значення мінімального навантаження **F1**;
- витримки зразка під постійним навантаженням **F1**.

Далі цикли повторюються. Максимальна кількість циклів 64 000. Значення видовжень зразків зчитують з табло індикації деформації.

Вхідні дані програмного шаблону (режим «INPUT», рис. 14):

- T1** – час витримки зразка під мінімальним навантаженням **F1**, сек;
T2 – час витримки зразка під максимальним навантаженням **F2**, сек;
Z1 – кількість циклів, за якого визначають модуль пружності **E1**;
Z2 – загальна кількість циклів, після досягнення якої випробування припиняють;
DIV – площа поперечного перерізу зразка, мм;
L0 – робоча довжина зразка, мм;
F1 – значення мінімального навантаження, Н;
F2 – значення максимального навантаження, Н;
Δ2 – спад навантаження для розпізнання мікропроцесором моменту розриву зразка, Н.

Порядок введення даних описаний в [4-5].

Вихідні дані програмного шаблону (режим «OUTPUT», рис. 15):

- NR** – номер випробування;
Z – загальне число проведених циклів;
A1 – видовження при навантаженні **F1** і кількості циклів **Z1**, %;
A2 – видовження при навантаженні **F2** і кількості циклів **Z1**, %;
A1 – видовження при навантаженні **F1** і кількості циклів **Z2**, %;
A2 – видовження при навантаженні **F2** і кількості циклів **Z2**, %;
E1 – модуль пружності матеріалу при кількості циклів **Z1**, МПа;
E2 – модуль пружності матеріалу при кількості циклів **Z2**, МПа;
Ці дані виводяться на папір разом з протоколом або на табло випробувальної машини при натисканні клавіші «0».

Для випробування на повзучість в статичному режимі, тобто при одноразовому довготривалому навантаженні, приймають $Z1=Z2=1$; $T2$ дорівнює заданому часу експерименту; $T1$ та $F1$ вибирають довільно.

2.3. Вимірювання релаксації напружень за допомогою універсальних випробувальних машин серії TIRA-test

Запис кривих релаксації напружень в зразках у статичному та циклічному режимах здійснюється за допомогою програмного шаблону «Циклічне навантаження 1».

Цикл навантаження включає:

- розтяг зразка з постійною швидкістю до заданого значення максимального навантаження $F2$;
- витримка зразка в умовах постійної деформації $A2$, що встановилась після досягнення навантаження $F2$ (при цьому зусилля в зразку зменшується);
- розвантаження зразка до заданого значення мінімального навантаження $F1$;
- витримки зразка в умовах постійної деформації $A1$, що встановилась після досягнення навантаження $F1$ (при цьому зусилля в зразку змінюється);

Далі цикли повторюються. Максимальна кількість циклів 64000.

Вхідні та вихідні дані програмного шаблону не відрізняються від шаблону «Циклічне навантаження 1» (див. вище).

Для випробування на релаксацію напружень в статичному режимі, тобто при одноразовому довготривалому деформуванні, приймають $Z1=Z2=1$; $T2$ дорівнює заданому часу експерименту; $T1$ та $F1$ вибирають довільно.

2.4. Обробка та реєстрація результатів випробувань

При числовому вираженні результатів випробувань визначають середнє значення визначеного показника та показники статистичної обробки.

Припустимо, що під час випробувань були отримані окремі експериментальні значення якої-небудь характеристики матеріалу

$$X_1, X_2, X_3, \dots, X_i, \dots, X_N,$$

де N – загальна кількість окремих значень показника, що визначаються та які беруться до розрахунку.

Визначають такі статистичні характеристики:

1. Середнє арифметичне значення показника (математичне очікування), що визначається за формулою:

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{N}.$$

2. Середнє логарифмічне значення показника (при обробці результатів, коли має місце великий розкид результатів).

Розраховувати середнє логарифмічне значення показника, що визначається, доцільно, наприклад, при визначенні статичної довговічності, динамічної витривалості (втома) тощо. В цих випадках замість вихідних чисел Y_i оперують з їх логарифмами, враховуючи як індивідуальне значення $X_i = \lg Y_i$.

В кінці розрахунку знаходять $\bar{Y} = 10^{\bar{X}}$.

3. Стандартне відхилення окремих значень визначається за формулою:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{N - 1}}.$$

4. Стандартне відхилення середнього значення визначається як

$$\bar{S} = \frac{S}{\sqrt{N}}.$$

5. Границі довірчого інтервалу $2\Delta X$, в яких знаходиться значення показника X , визначають так:

для нижньої границі $\bar{\bar{X}} - \Delta X$;

для верхньої границі $\bar{\bar{X}} + \Delta X$,

де ΔX – ймовірне відхилення показника X від отриманого середнього значення $\bar{\bar{X}}$. Відхилення ΔX вираховують за формулою

$$\Delta X = \frac{t \cdot S}{\sqrt{N}} = t \cdot \bar{S} = Q \cdot S,$$

де $Q = \frac{t}{\sqrt{N}}$; t – критерій точності за табл. 1 (визначають, виходячи з заданої точності і кількості експериментів N).

6. Коефіцієнт варіації $V = \frac{\bar{S}}{\bar{X}} \cdot 100\%$.

7. Відносна помилка $\varepsilon = \frac{\Delta X}{\bar{X}} \cdot 100\%$.

Табл. 1. Значення показника Q і критерію t для трьох величин ймовірності α

Кількість зразків N	Q для $\alpha = 0,95$	t для величин ймовірності α		
		0,90	0,95	0,99
2	8,98	6,314	12,71	63,66
3	2,48	2,920	4,303	9,925
4	1,59	2,353	3,182	5,841
5	1,24	2,132	2,776	4,604
6	1,05	2,015	2,571	4,032
10	0,715	1,833	2,262	3,250
15	0,554	1,761	2,145	2,977
20	0,455	1,725	2,086	2,845
25	0,413	1,711	2,064	2,797

3. ПРАВИЛА ТЕХНІКИ БЕЗПЕКИ ПІД ЧАС ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБОТ

1. Під час виконання лабораторних робіт:

- усі студенти знаходяться на місцях, визначених викладачем, і самостійну роботу виконують тільки під його наглядом;
- усі студенти дотримуються загальноприйнятих правил електробезпеки.

2. У лабораторії ЗАБОРОНЯЄТЬСЯ:

- перебувати у верхньому одязі, розвішувати одяг або класти речі на лабораторне обладнання;
- без дозволу викладача вмикати або вимикати випробувальні установки;
- працювати на установках, коли захисні кришки і дверцята установок відчинені;
- доторкатися до рухомих частин випробувальних машин, затискувачів та об'єктів випробувань під час роботи установок;
- навантажувати установки вище максимально допустимих значень.

3. Перед випробуваннями зразків з крихких матеріалів необхідно встановлювати захисні екрани, які убезпечують від можливого травмування уламками зразків при їх руйнуванні.

4. На першому лабораторному занятті викладач знайомить студентів з правилами поведінки у випробувальній лабораторії, з загальними правилами користування обладнанням та проводить інструктаж з техніки безпеки.

Студенти, що не пройшли інструктаж та не розписалися в журналі з техніки безпеки, до виконання лабораторних робіт не допускаються.

4. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ ТА ПРИКЛАДИ ОФОРМЛЕННЯ ПРОТОКОЛІВ ВИПРОБУВАНЬ

Лабораторна робота № 2.1

ПОБУДОВА КРИВИХ ПОВЗУЧОСТІ ПРИ РІЗНИХ ТЕМПЕРАТУРАХ. ВИЗНАЧЕННЯ ОБЛАСТЕЙ ЛІНІЙНОСТІ В'ЯЗКО-ПРУЖНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ МАТЕРІАЛІВ

Мета роботи:

- навчитися користуватися випробувальною установкою для вимірювань деформацій повзучості зразків полімерних матеріалів;
- навчитися записувати криві повзучості полімерних матеріалів при різних температурах;
- навчитися обчислювати значення функцій повзучості та визначати області лінійності в'язко-пружних властивостей матеріалів.

Прилади та обладнання:

- випробувальна установка для вимірювання повзучості плівкових та листових полімерних матеріалів;
- універсальна випробувальна машина TIRATEST-2151;
- штангенциркуль з ціною поділки 0.05 мм;
- товщиномір з ціною поділки 0.001 або 0.002 мм;
- секундомір.

Досліджувані матеріали:

- поліетилен (далі ПЕ);
- поліпропілен (ПП);
- полівінілхлорид (ПВХ);
- інші в'язко-пружні матеріали.

Тип зразків:

- зразки у вигляді лопаток;
- зразки у вигляді смужок шириною 10-25 мм і довжиною не менше ніж 150 мм.

Завдання:

- отримати криві повзучості при різних температурах та напруженнях;
- пояснити залежності деформації повзучості від температури та напруження;
- розрахувати значення функції повзучості дослідженого матеріалу для різних моментів часу, напружень та температур;
- знайти границі лінійної в'язко-пружності при різних значеннях температури та часу спостережень;
- пояснити наявність областей лінійності в'язко-пружних властивостей та їх залежність від температури.

Порядок випробувань:

1. Перед проведенням дослідів зразки кондиціонують, вимірюють товщину й ширину зразків і обчислюють площу поперечного перерізу.
2. Підготовлені зразки закріплюють в затискувачах машини та витримують 30 хв. для прогріву до температури випробування.
3. Записують показання вимірювачів деформації у ненавантаженому стані.
4. Навантажують зразок постійним зусиллям P_k .
5. Вимірюють видовження зразка при таких значеннях часу спостережень: 5 с, 15 с, 1 хв., 5 хв., 15 хв., 1 год., 6 год., 24 год. і так далі через кожен добу після початку експерименту. Для кожного дослідів використовують нові зразки.
6. Результати довготривалих випробувань, проведених при різних температурах, надає керівник лабораторних робіт у вигляді окремої таблиці.

Обробка результатів вимірювань:

1. Визначають відносні деформації

$$\varepsilon(t) = \frac{\Delta l(t)}{l_0} \cdot 100\% ,$$

що виникають під дією напружень (МПа):

$$\sigma_k = \frac{P_k}{F_0} ,$$

де l_0 та F_0 – початкові робоча довжина (мм) та площа поперечного перерізу зразка (мм²).

Результати розрахунків заносять до табл. 2.1.1.

2. Визначають значення функції повзучості (податливості) матеріалу (МПа⁻¹):

$$I(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_k} = \frac{\Delta l(t) \cdot F_0}{P_k \cdot l_0} ,$$

де $\varepsilon(t)$ – відносне видовження з табл. 2.1.1 **у відносних одиницях**.

Результати розрахунків заносять в табл. 2.1.2. Для зручності запису кожне значення $I(t)$ множать на 10^4 .

Примітка: у даному прикладі площа поперечного перерізу зразка поліетилену (ПЕ) дорівнювала $F_0=10 \text{ мм}^2$ (зразок товщиною 1 мм та шириною 10 мм).

3. Криві повзучості в координатах $I(t) - t$ зображують на рис 2.1.1, вказуючи для кожної кривої температуру випробувань T та діюче напруження σ_k (дані беруть з табл. 2.1.2).

Табл. 2.1.1. Відносні деформації зразків $\varepsilon(t)$, %, підданих розтягу при різних навантаженнях P_k , Н та температурах T , °С

Час t	Навантаження P_k , Н	Температура				
		$T_0 = 20^\circ\text{C}$	$T_1 = 30^\circ\text{C}$	$T_2 = 40^\circ\text{C}$	$T_3 = 50^\circ\text{C}$	$T_4 = 60^\circ\text{C}$
5 с	4	0.24	0.28	0.37	0.46	0.53
	8	0.48	0.56	0.74	0.92	1.06
	12	0.72	0.84	1.11	1.66	1.89
	16	0.96	1.12	1.79	2.57	2.95
15 с	4	0.24	0.31	0.44	0.53	0.62
	8	0.48	0.62	0.88	1.06	1.24
	12	0.72	0.93	1.32	1.89	2.22
	16	0.96	1.24	2.12	2.95	3.45
1 хв.	4	0.25	0.35	0.50	0.62	0.72
	8	0.50	0.70	1.00	1.24	1.44
	12	0.75	1.05	1.50	2.02	2.57
	16	1.00	1.40	2.59	3.45	4.00
15 хв.	4	0.27	0.48	0.67	0.88	0.99
	8	0.54	0.96	1.34	1.76	1.98
	12	0.81	1.44	2.01	3.09	3.58
	16	1.08	1.92	3.22	4.82	5.54
1 година	4	0.29	0.57	0.80	1.00	1.14
	8	0.58	1.14	1.60	2.00	2.28
	12	0.87	1.71	2.40	3.58	4.11
	16	1.16	2.28	3.84	5.61	6.40
6 годин	4	0.34	0.69	1.00	1.22	1.42
	8	0.68	1.39	2.00	2.44	2.84
	12	1.02	2.08	3.00	4.40	5.10
	16	1.36	2.77	4.77	6.83	7.94
1 доба	4	0.41	0.81	1.17	1.44	1.65
	8	0.82	1.62	2.34	2.88	3.30
	12	1.23	2.43	3.51	4.80	5.94
	16	1.64	3.24	5.62	8.06	9.24
7 діб	4	0.51	----	----	----	----
1 місяць	4	0.61	----	----	----	----
3 місяці	4	0.68	----	----	----	----
6 місяців	4	0.75	----	----	----	----
1 рік	4	0.80	----	----	----	----

Табл. 2.1.2. Значення функції повзучості (податливості) матеріалу зразків $I(t) \cdot 10^4$, МПа⁻¹, підданих розтягу при різних напруженнях σ_k , МПа та температурах T , С

Час t	Напруження σ_k , МПа	Температура				
		$T_0 = 20$ С	$T_1 = 30$ С	$T_2 = 40$ С	$T_3 = 50$ С	$T_4 = 60$ С
5 с	0.4	60.0	70.0	92.5	115.0	132.5
	0.8	60.0	70.0	92.5	115.0	132.5
	1.2	60.0	70.0	92.5	138.3	157.5
	1.6	60.0	70.0	111.9	160.6	184.4
15 с	0.4	60.0	77.5	110.0	132.5	155.0
	0.8	60.0	77.5	110.0	132.5	155.0
	1.2	60.0	77.5	110.0	157.5	185.0
	1.6	60.0	77.5	132.5	184.4	215.6
1 хв.	0.4	62.5	87.5	125.0	155.0	180.0
	0.8	62.5	87.5	125.0	155.0	180.0
	1.2	62.5	87.5	125.0	168.3	214.2
	1.6	62.5	87.5	161.9	215.6	250.0
15 хв.	0.4	67.5	120.0	167.5	220.0	247.5
	0.8	67.5	120.0	167.5	220.0	247.5
	1.2	67.5	120.0	167.5	257.5	298.3
	1.6	67.5	120.0	201.2	301.3	346.3
1 година	0.4	72.5	142.5	200.0	250.0	285.0
	0.8	72.5	142.5	200.0	250.0	285.0
	1.2	72.5	142.5	200.0	298.3	342.5
	1.6	72.5	142.5	240.0	350.6	400.0
6 годин	0.4	85.0	172.5	250.0	305.0	355.0
	0.8	85.0	173.8	250.0	305.0	355.0
	1.2	85.0	173.3	250.0	366.7	425.0
	1.6	85.0	173.2	298.1	426.9	496.3
1 доба	0.4	102.5	202.5	292.5	360.0	412.5
	0.8	102.5	202.5	292.5	360.0	412.5
	1.2	102.5	202.5	292.5	400.0	495.0
	1.6	102.5	202.5	351.3	503.8	577.5
7 діб	0.4	127.5	----	----	----	----
1 міс.	0.4	152.5	----	----	----	----
3 міс.	0.4	170.0	----	----	----	----
6 міс.	0.4	187.5	----	----	----	----
1 рік	0.4	200.0	----	----	----	----

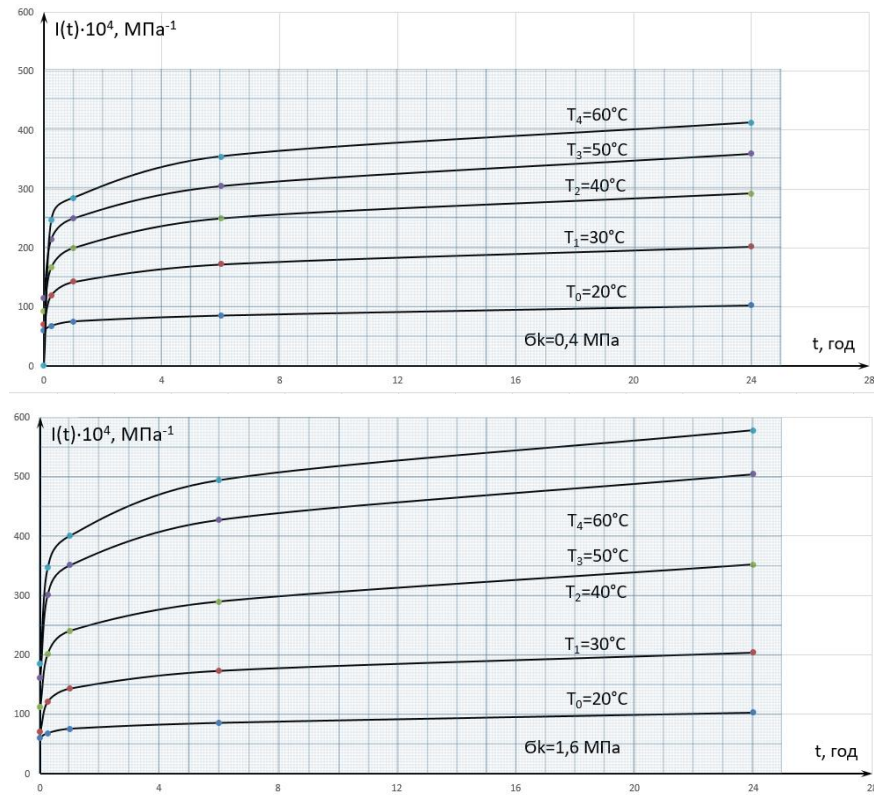


Рис. 2.1.1. Криві повзучості при різних температурах T та фіксованому напруженні σ_k

4. Визначають області лінійності в'язко-пружних властивостей матеріалів при різних температурах. Для цього будують *ізохронні криві повзучості* в координатах $\sigma_k - \varepsilon$ за фіксованого часу вимірювання, використовуючи дані табл. 2.1.1. Типові ізохронні криві показані на рис. 2.1.2. Такі криві будують для 3-4 значень часу спостережень (наприклад, для 5 с, 1 хв., 1 год., 24 год.).

Користуючись ізохронними кривими (рис. 2.1.2), визначають границю лінійності в'язко-пружних властивостей матеріалу $\sigma_{Л}$, як напруження, за якого не порушується лінійний зв'язок між σ та ε . Якщо явно виражена лінійна ділянка на ізохронній кривій відсутня, за границю лінійності в'язко-пружних властивостей беруть напруження, за якого відхилення від лінійності не перевищує заданого значення (наприклад 10%).

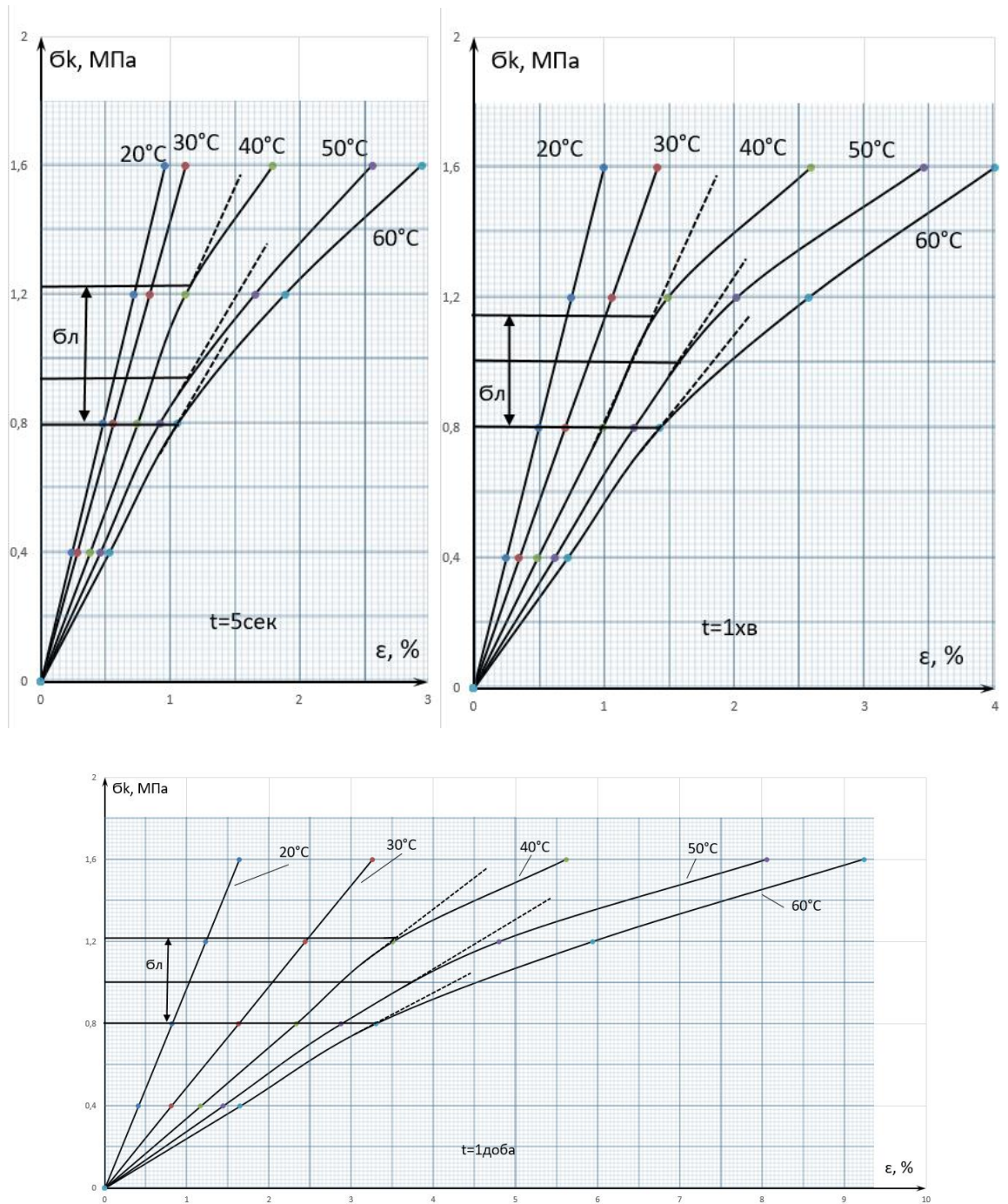


Рис. 2.1.2. Визначення границі лінійності в'язко-пружних властивостей матеріалу за допомогою ізохронних кривих при різних температурах T

Інший спосіб визначення границі лінійності в'язко-пружних властивостей σ_L – це побудова залежностей між податливістю матеріалу I та напруженням σ_k при фіксованому значенні часу спостережень (дані табл. 2.1.2). Типові залежності $I - \sigma_k$ показані на рис. 2.1.3. Відхилення податливості I від постійного значення свідчить про порушення лінійності в'язко-пружних властивостей матеріалу. Такі залежності будують також для 3-4 значень часу спостережень.

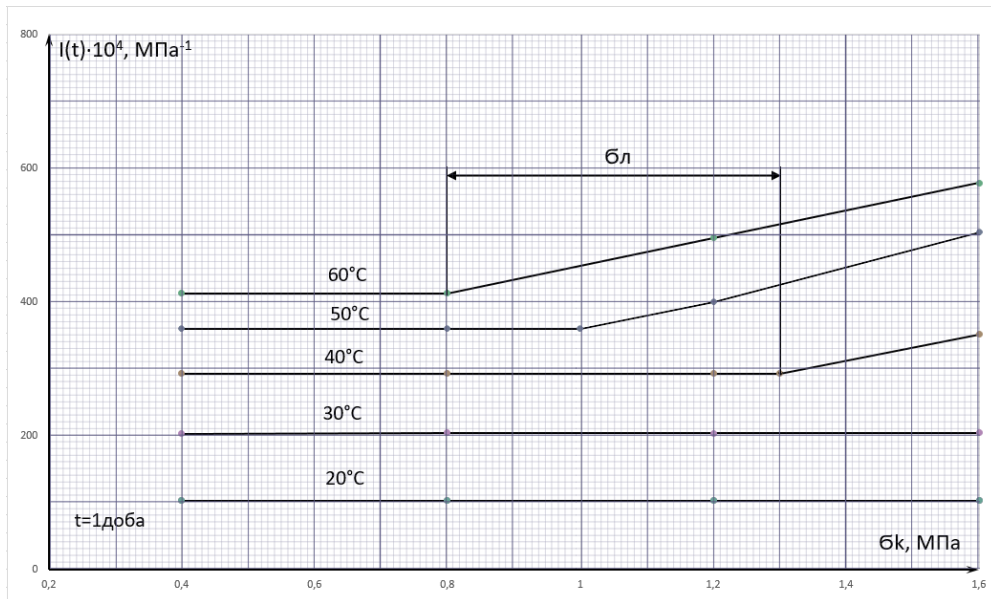


Рис. 2.1.3. Визначення границі лінійності в'язко-пружних властивостей матеріалів за залежностями $I - \sigma_k$ при фіксованому часі спостережень t та різних температурах T

В табл. 2.1.2 результати, які знаходяться в границях лінійної в'язко-пружності, для наочності **виділені синім кольором**. Результати, що знаходяться поза границею в'язко-пружності – **червоним**.

5. Будують залежності границі лінійності в'язко-пружних властивостей матеріалу від температури випробувань T при різних значеннях часу спостережень t (рис. 2.1.4).

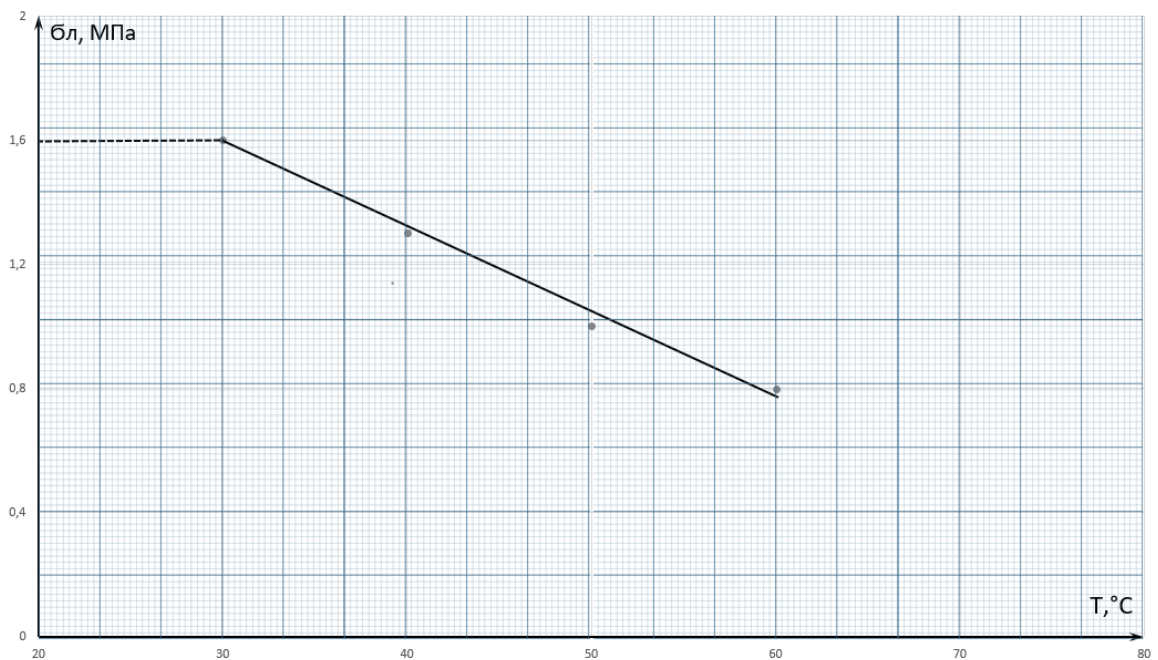


Рис. 2.1.4. Залежності межі лінійні в'язко-пружності σ_L від температури випробувань T

Стислі відомості про випробуваний матеріал (приклад для поліетилену).

Поліетилен – твердий термопластичний полімер білого кольору, макромолекули якого мають лінійну будову з невеликою кількістю бокових відгалужень. У промисловості ПЕ отримують полімеризацією етилену.

Склоподібний при нормальній температурі, частково кристалічний матеріал. Ступінь кристалічності від ~ 60% до ~ 90%.

Перероблюється методами лиття під тиском.

Галузі застосування: хімічне машинобудування; нафтогазова промисловість; електротехніка (ізоляційні матеріали).

Додаткові дані про випробуваний матеріал (приклад для поліетилену)

Властивості ПЕ (ПЕНТ):

міцність при розтягу	18 ... 45 МПа;
міцність при згині	20 ... 40 МПа;
границя текучості	25 ... 35 МПа;
модуль пружності при згині	650 ... 750 МПа;
ударна в'язкість зразків з надрізом	2 ... 150 кДж/мм ² ;
густина	954 ... 960 кг/м ³ .

Висновки по роботі (приклад)

1. З підвищенням температури випробувань у зв'язку зі зменшенням потенційного бар'єру обертання ланок молекулярних ланцюжків за однаковий час дії навантаження спостерігається більший рівень деформацій.
2. Збільшення діючого навантаження викликає підвищення рівня деформацій повзучості.
3. Наявність областей лінійності в'язко-пружних властивостей можна пояснити відсутністю при малих напруженнях необоротної в'язкої складової деформації. Збільшення температури викликає активізацію в'язких деформацій.

Лабораторна робота № 2.2

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ РІВНЯННЯ ПОВЗУЧОСТІ ЗА УЗАГАЛЬНЕНОЮ МОДЕЛЛЮ КЕЛЬВІНА-ФОЙГТА

Мета роботи:

- навчитись проводити обробку експериментальних кривих повзучості;
- навчитись визначати коефіцієнти рівнянь, що описують повзучість конструкційних пластмас;
- навчитись оцінювати точність апроксимації порівняно з експериментальними результатами.

Прилади та обладнання:

- аналогічні описаним у лабораторній роботі №2.1.

Досліджувані матеріали та типи зразків:

- аналогічні описаним у лабораторній роботі №2.1.

Методика проведення випробувань:

- аналогічні описаним у лабораторній роботі №2.1.

Завдання:

- використовуючи рівняння повзучості за узагальненою моделлю Кельвіна-Фойгта, знайти коефіцієнтів I_i , τ_i цього рівняння для різної кількості елементів моделі;
- використовуючи знайдені значення коефіцієнтів I_i , τ_i , розрахувати деформації зразків для різних часів дії навантаження;
- порівняти експериментальні та розрахункові дані для моделей з одним, двома та трьома елементами;
- визначити максимальне число елементів моделі для задовільного опису експериментальних кривих повзучості.

Обробка результатів:

Використовуємо експериментальну залежність $I=I(t)=\varepsilon(t)/\sigma_k$, отриману при дії постійних напружень та температурі $T=(20\pm 3)^\circ\text{C}$ (дані лабораторної роботи 2.1, табл. 2.1.2). При цьому враховуємо тільки ті значення I , які отримані при напруженнях $\sigma=\sigma_k<\sigma_L$. Зазначену експериментальну залежність опишемо рівнянням, що відповідає узагальненій моделі Кельвіна-Фойгта з додатковим пружним елементом (рис. 9, а):

$$I(t) = I_0 + \sum_{i=1}^n I_i [1 - \exp(-t / \tau_i)] \quad (2.2.1)$$

де I_0 ; $I_1, \dots, I_i, \dots, I_n$; $\tau_1, \dots, \tau_i, \dots, \tau_n$ – коефіцієнти, які необхідно знайти. Позначення часу пружної післядії λ_i змінено на τ_i .

1. Визначення коефіцієнтів рівняння повзучості при $n=1$

Для моделі, яка складається з одного пружного елемента (E_0) та однієї моделі Кельвіна-Фойгта (пружний елемент E_1 та в'язкий елемент η_1) при $n=1$ (рис. 9, б) маємо:

$$I(t) = I_0 + I_1[1 - \exp(-t/\tau_1)] \quad \text{або} \quad I(t) = I_0 + I_\infty[1 - \exp(-t/\tau_1)] \quad (2.2.2)$$

Для часу $t=\tau_1$ з (2.2.2) отримаємо:

$$I|_{t=\tau_1} = I_0 + I_\infty[1 - e^{-1}] = I_0 + 0,632 \cdot I_\infty.$$

З урахуванням цієї умови коефіцієнти I_0 , I_∞ та τ_1 визначимо графічно за кривою повзучості (рис. 2.2.1).

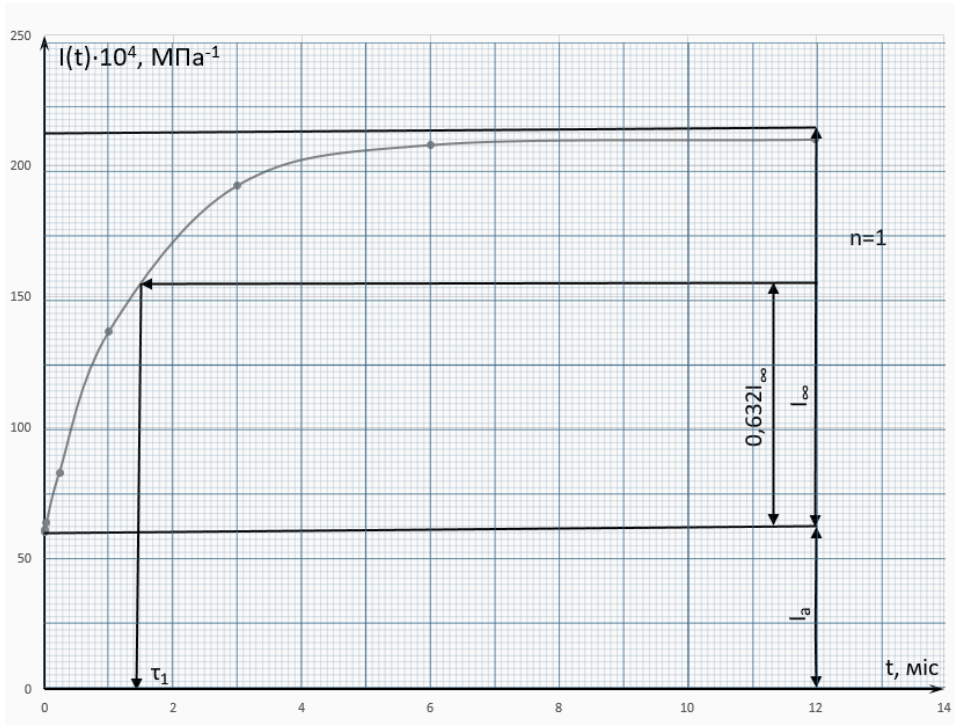


Рис 2.2.1. Графічний спосіб визначення коефіцієнтів рівняння повзучості (2.2.1) для моделі, що складається з пружного (E_0) та в'язко-пружного елементів (E_1, η_1) при $n=1$

Коефіцієнт I_0 відповідає пружній деформації при $t=0$. Коефіцієнт I_∞ – це відстань від точки перетину кривої повзучості з віссю ординат при $t=0$ до асимптоти кривої повзучості. Схема графічного визначення τ_1 зрозуміла з рис. 2.2.1.

2. Визначення коефіцієнтів рівняння повзучості при $n \neq 1$

У цьому випадку приймаємо два припущення, які підтверджені практикою. Вважаємо, що:

$$I_1 = I_2 = \dots = I_i = \dots = I_n, \quad (2.3.3)$$

$$\tau_1 \ll \tau_2 \ll \dots \ll \tau_i \ll \dots \ll \tau_n. \quad (2.3.4)$$

Приведемо вираз (2.3.1) до зручнішого вигляду:

$$I(t) = I_0 + \frac{I_\infty}{n} \left[n - \sum_{i=1}^n \exp(-t/\tau_i) \right]. \quad (2.3.5)$$

При цьому враховано припущення (2.3.3), тобто

$$\sum_{i=1}^n I_i [1 - \exp(-t/\tau_i)] = I_i \sum_{i=1}^n [1 - \exp(-t/\tau_i)] = \frac{I_\infty}{n} \left[n - \sum_{i=1}^n \exp(-t/\tau_i) \right].$$

При $n=2$ (рис. 9, в) $I_1=I_2=I_\infty/2$.

В цьому випадку з (2.3.5), з урахуванням припущення (2.3.3 та 2.3.4), отримуємо:

$$\left. \begin{aligned} I|_{t=\tau_1} &= I_0 + 0,317 \cdot I_\infty \\ I|_{t=\tau_2} &= I_0 + 0,816 \cdot I_\infty \end{aligned} \right\}$$

При обґрунтуванні цих співвідношень враховано, що:

$$\exp\left(-\frac{\tau_i}{\tau_{i+1}}\right) \approx 1, \quad a \quad \exp\left(-\frac{\tau_i}{\tau_{i+1}}\right) \approx 0.$$

Схема графічного визначення τ_1 та τ_2 показана на рис. 2.2.2.

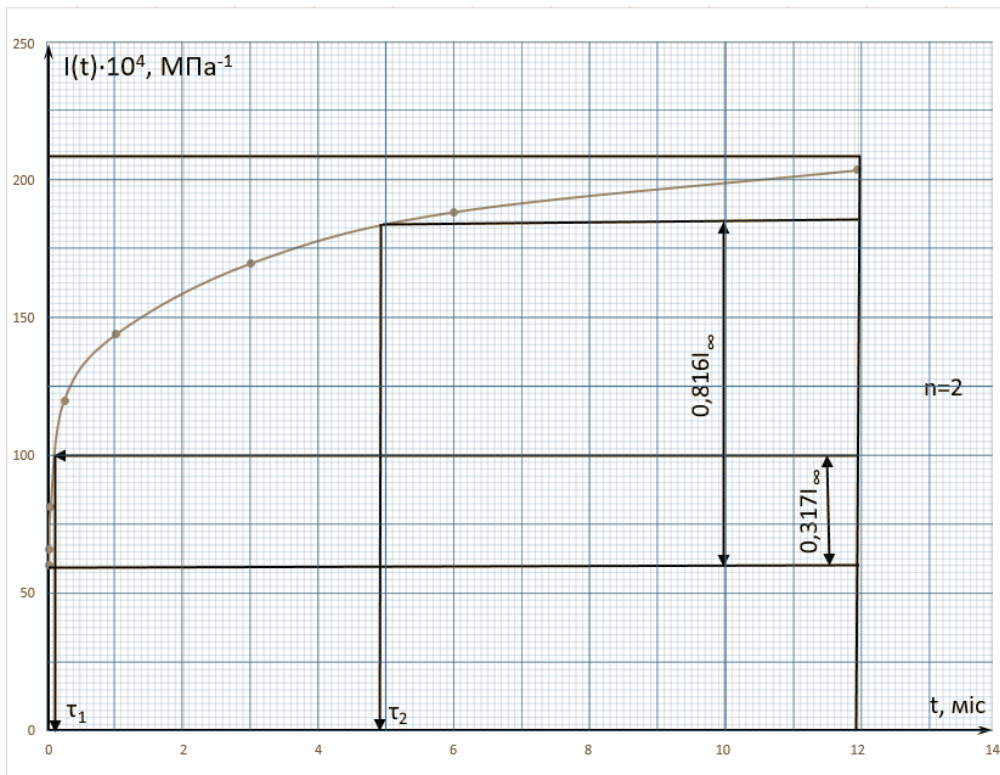


Рис 2.2.2. Графічний спосіб визначення коефіцієнтів рівняння повзучості (2.2.1) для моделі, що складається з пружного (E_0) та двох в'язко-пружних елементів (E_1, η_1, E_2, η_2) при $n = 2$

При $n = 3$ (рис. 9, з) $I_1=I_2=I_3=I_\infty/3$:

$$\left. \begin{aligned} I|_{t=\tau_1} &= I_0 + 0,211 \cdot I_\infty \\ I|_{t=\tau_2} &= I_0 + 0,544 \cdot I_\infty \\ I|_{t=\tau_3} &= I_0 + 0,877 \cdot I_\infty \end{aligned} \right\}$$

Схема графічного визначення τ_1 , τ_2 та τ_3 показана на рис. 2.2.3.

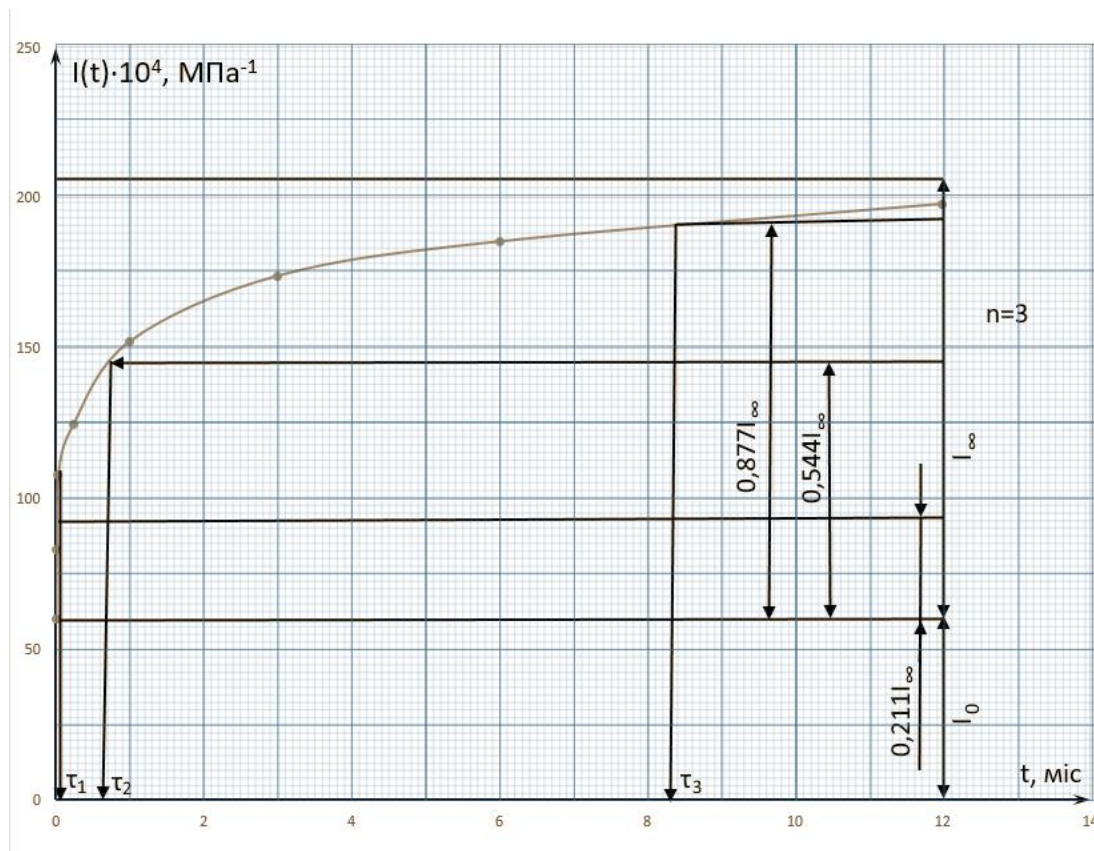


Рис 2.2.3. Графічний спосіб визначення коефіцієнтів рівняння повзучості (2.2.1) для моделі, що складається з пружного (E_0) та трьох в'язко-пружних елементів ($E_1, \eta_1, E_2, \eta_2, E_3, \eta_3$) при $n=3$

Отримані значення коефіцієнтів рівняння повзучості заносимо до табл. 2.2.1.

Табл. 2.2.1. Значення коефіцієнтів рівняння повзучості (2.2.1) для моделей Кельвіна-Фойгта з різною кількістю в'язко-пружних елементів.

Кількість елементів, n	Коефіцієнти $I_i \cdot 10^4, \text{MPa}^{-1}$					Коефіцієнти τ_i, c		
	I_0	$I_\infty = \sum I_i$	I_1	I_2	I_3	τ_1	τ_2	τ_3
1	60.0	150.0	150.0	—	—	1022	—	—
2	60.0	150.0	75.0	75.0	—	73	3504	—
3	60.0	150.0	50.0	50.0	50.0	10	548	6132

Проводимо порівняння експериментальних та розрахункових даних (табл. 2.2.2), а також розраховуємо значення відносної похибки у відсотках:

$$\Delta = [(I_p - I_e) / I_e] \cdot 100\%$$

Табл. 2.2.2. Порівняння експериментальних даних ($I_e \cdot 10^4$, МПа⁻¹) з результатами розрахунків за моделлю Кельвіна-Фойхта ($I_p \cdot 10^4$, МПа⁻¹) з одним, двома та трьома елементами

Час, t	I_e	$n=1$		$n=2$		$n=3$	
		I_p	Δ , %	I_p	Δ , %	I_p	Δ , %
5 с	60.0	60.0	0	60.0	0	60.0	0
6 год.	85.0	60.9	-28.4	66.0	-22.4	83.2	-2.1
24 год.	102.5	63.5	-52.0	81.5	-20.5	107.8	+5.2
7 діб	127.5	82.7	-35.1	131.0	+2.7	124.6	-2.3
1 міс.	152.5	136.6	-10.4	144.1	-5.5	152.4	-0.1
3 міс.	170.0	192.4	+13.2	169.9	-0.1	174.1	+2.4
6 міс.	187.5	207.9	+10.9	188.5	+0.5	185.5	-1.1
1 рік	200.0	210.0	+5.0	203.8	+1.9	98.0	-1.0
Середні значення Δ_{cp} %		20.1%		7.6%		2.1%	

Стислі відомості та додаткові дані про випробуваний матеріал наведені в протоколі до лабораторної роботи 2.1

Висновки по роботі (приклад)

1. Проведено розрахунок коефіцієнтів, що входять до узагальненої моделі Кельвіна-Фойхта.
2. Розраховані деформації повзучості із застосуванням моделі Кельвіна-Фойхта.
3. Максимальна похибка (відхилення розрахункових даних від експериментальних) спостерігається для моделі з кількістю елементів $n=1$ ($\Delta_{cp}=20.1\%$), мінімальна – для $n=3$ ($\Delta_{cp}=2.1\%$).
4. Подальше збільшення кількості елементів моделі не має сенсу, оскільки останнє значення похибки (2.1 %) знаходиться на рівні природного розкиду експериментальних даних.

Лабораторна робота № 2.3

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ РІВНЯНЬ ТЕМПЕРАТУРНО-ЧАСОВОЇ АНАЛОГІЇ. ПОБУДОВА УЗАГАЛЬНЕНИХ КРИВИХ ПОВЗУЧОСТІ

Мета роботи:

- навчитись визначати значення температурної функції зсуву a_T та розраховувати коефіцієнти рівняння Вільямса-Ландела-Феррі (ВЛФ);
- навчитись будувати узагальнені криві повзучості полімерних матеріалів та конструкційних пластмас;
- навчитись прогнозувати процес повзучості полімерів.

Прилади та обладнання:

- аналогічні описаним у лабораторній роботі №2.1.

Досліджувані матеріали та типи зразків:

- аналогічні описаним у лабораторній роботі №2.1.

Методика проведення випробувань:

- аналогічні описаним у лабораторній роботі №2.1.

Завдання:

- визначити, чи є досліджений полімер термореологічно простим;
- визначити максимальний час, для якого можна виконувати прогноз повзучості при нормальній температурі;
- розрахувати величини відносної деформації $\varepsilon(t)$ для декількох значень часу при дії постійного напруження в межах лінійності в'язко-пружних властивостей при $\sigma_k \leq \sigma_L$.

Обробка результатів.

1. Попередня обробка експериментальних даних повзучості

Значення функцій повзучості $I(t, T)$, обчислені при кожному значенні часу та температури (табл. 2.1.2), усереднюють. При цьому враховуємо тільки ті значення I , які одержані при напруженнях $\sigma = \sigma_k < \sigma_L$.

Усі значення часу спостережень переводимо в секунди і логарифмуємо. Результати випробувань та розрахунків заносимо до табл. 2.3.1.

2. Визначення значень температурної функції зсуву

Будують криві повзучості у напівлогарифмічних координатах $I(t) - \ln t$ (рис. 2.3.1). За температуру зведення приймають $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

Вимірюють, як показано на рис. 2.3.1, середні відстані по горизонталі між зазначеними кривими, побудованими для температур T_1, T_2, T_3, T_4 , та кривою для температури T_0 .

При цьому одержують чотири значення логарифмів температурної функції зсуву:

- при $T=T_0$ $\ln a_T=0$;
- при $T=T_1$ $\ln a_T=6.0$;
- при $T=T_2$ $\ln a_T=9.1$;
- при $T=T_3$ $\ln a_T=10.8$;
- при $T=T_4$ $\ln a_T=12.3$.

За цими даними будуть графік залежності $\ln a_T$ від температури (рис. 2.3.2). Крива, що апроксимує залежність, повинна бути гладкою та опуклою.

Табл. 2.3.1. Усереднені значення функції повзучості (податливість) матеріалу $I(t) \cdot 10^4$, МПа⁻¹ при випробуваннях на повзучість при дії різних температур.

Час t	$\ln t, c$	Температура				
		$T_0=20^0C$	$T_1=30 C$	$T_2=40 C$	$T_3=50 C$	$T_4=60 C$
5 с	1.61	60.0	70.0	92.5	115.0	132.5
15 с	2.71	60.0	77.5	110.0	132.5	155.0
1 хв.	4.09	62.5	87.5	125.0	155.0	180.0
15 хв.	6.80	67.5	120.0	167.5	220.0	247.5
1 год.	8.19	72.5	142.5	200.0	250.0	285.0
6 год.	9.98	85.0	172.5	250.0	305.0	355.0
1 доба	11.37	102.5	202.5	292.5	360.0	412.5
7 діб	13.31	127.5	----	----	----	----
1 міс.	14.77	152.5	----	----	----	----
3 міс.	15.88	170.0	----	----	----	----
6 міс.	16.57	187.5	----	----	----	----
1 рік	17.27	200.0	----	----	----	----

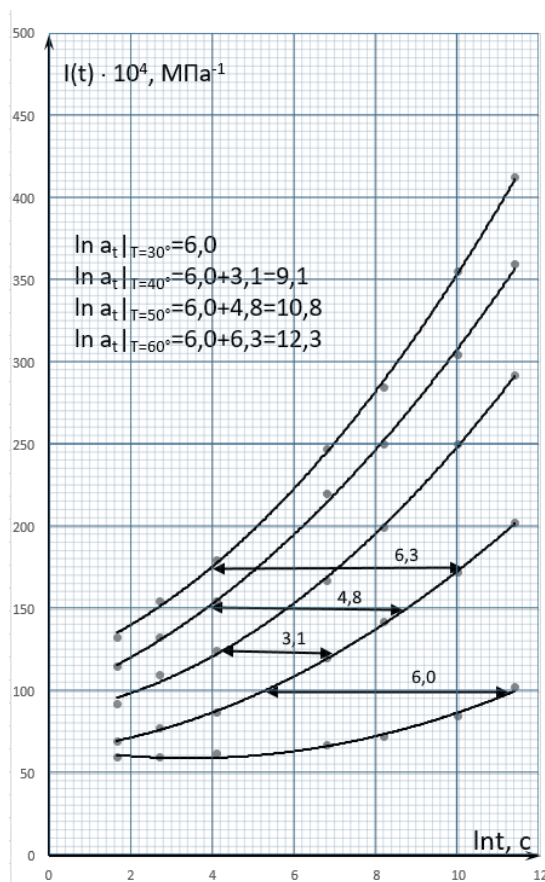


Рис. 2.3.1. Криві повзучості, побудовані у напівлогарифмічних координатах, та схема визначення логарифмів функції a_T

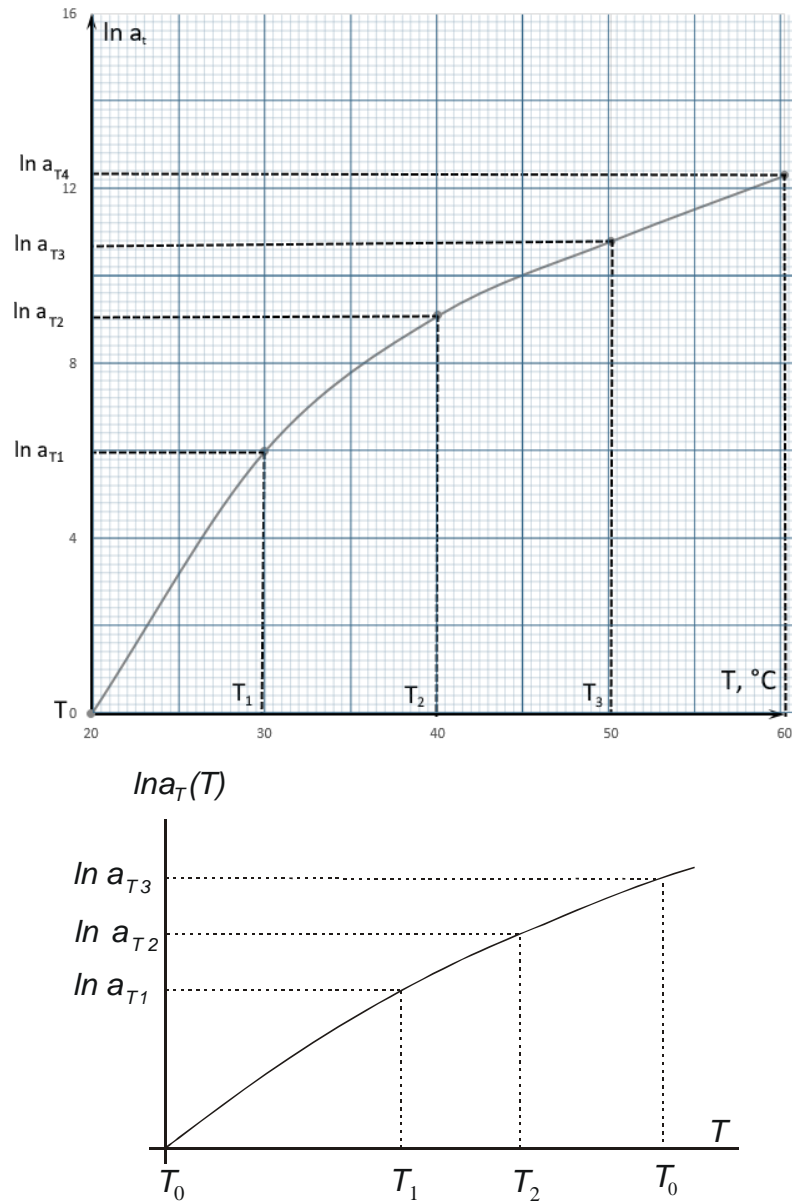


Рис. 2.3.2. Залежність логарифму функції a_T від температури

3. Розрахунок коефіцієнтів рівняння Вільямса-Ландела-Феррі (ВЛФ)

Використовують значення $\ln a_T$, виміряні для будь-яких двох значень температур T_i та T_k (вони не обов'язково дорівнюють T_1, T_2, T_3 або T_4).

Враховуючи рівняння ВЛФ (24), можна записати:

$$\ln a_T = \frac{a(T - T_0)}{b + (T - T_0)}.$$

Для двох значень температури (наприклад, для $T_i=40^{\circ}\text{C}$ та $T_k=60^{\circ}\text{C}$) отримують систему двох рівнянь:

$$\ln a_T |_{T=40^{\circ}\text{C}} = \frac{a(40 - 20)}{b + (40 - 20)} = 9.1;$$

$$\ln a_T |_{T=60^\circ C} = \frac{a(60-20)}{b+(60-20)} = 12.3.$$

Розв'язавши її, визначають значення коефіцієнтів $a=19.0$ та $b=21.7^\circ C$.

4. Побудова узагальненої кривої повзучості

Визначивши коефіцієнти a та b рівняння ВЛФ, будують узагальнену криву повзучості, зміщуючи по горизонталі точки кривих повзучості для температур T_1, T_2, T_3 та T_4 до кривої, що відповідає температурі T_0 .

Величину горизонтального зсуву обчислюють за формулою:

$$\ln t |_{T=T_0} - \ln t |_{T=T_j} = \frac{a(T_j - T_0)}{b + (T_j - T_0)}, \quad (j = 1, 2, 3, 4)$$

Схема побудови узагальненої кривої показана на рис. 2.3.3.

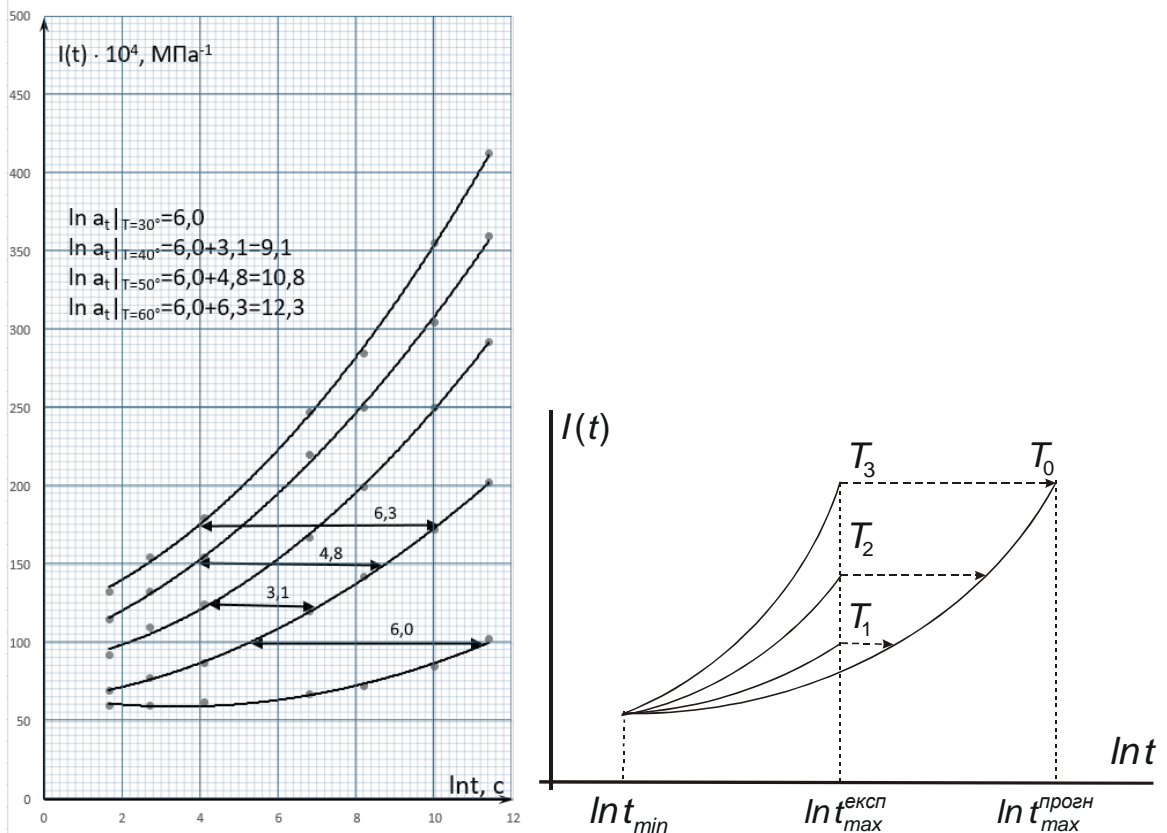


Рис. 2.3.3. Схема побудови узагальненої кривої повзучості методом горизонтального зсуву кривих повзучості, одержаних за результатами короточасних експериментів

На рис. 2.3.3 введені такі позначення:

t_{min} – мінімальний час спостереження (в даній роботі $t_{min}=5$ с);

t_{max}^e – максимальний час спостережень при виконанні експерименту ($t_{max}^e=24$ год.);

t_{max}^{np} – максимальний час, до якого можливо виконувати прогноз процесу повзучості.

5. Прогнозування деформацій повзучості на час, більший, ніж максимальний час спостережень

Для часу $t=1$ місяць: $t=1\cdot 30\cdot 24\cdot 60\cdot 60$ с=2 592 000 с; $lnt=14.8$.

Згідно з рис. 2.3.3 для цього часу $I=150\cdot 10^{-4}$ МПа⁻¹.

При напруженні $\sigma_K=0.4$ МПа відносна деформація $\varepsilon=I\cdot\sigma_K=150\cdot 10^{-4}\cdot 0.4=60\cdot 10^{-4}$ мм/мм або $\varepsilon=0.60\%$.

Експериментально визначена деформація (табл. 2.1.1) дорівнює 0.61%.

Відносна похибка $\Delta = [(0.61-0.60)/0.61]\cdot 100\%=1.63\%$.

Для часу $t=1$ рік: $t=365\cdot 24\cdot 60\cdot 60=31\ 536\ 000$ с; $lnt=17.2$.

Згідно з рис. 2.3.3 для цього часу $I=195\cdot 10^{-4}$ МПа⁻¹.

При напруженні $\sigma_K=0.4$ МПа відносна деформація $\varepsilon=195\cdot 10^{-4}\cdot 0.4=78\cdot 10^{-4}$ мм/мм або $\varepsilon=0.78\%$

Експериментальне значення (табл. 2.1.1) $\varepsilon=0.80\%$.

Відносна похибка $\Delta=[(0.80-0.78)/0.80]\cdot 100\%=2.50\%$.

Для часу $t=10$ років: $t=10\cdot 365\cdot 24\cdot 60\cdot 60=315\ 360\ 000$ с; $lnt=19.6$.

Згідно з рис. 2.3.3 для цього часу $I=260\cdot 10^{-4}$ МПа⁻¹.

При напруженні $\sigma_K=0.4$ МПа: відносна деформація $\varepsilon=260\cdot 10^{-4}\cdot 0.4=104\cdot 10^{-4}$ мм/мм або $\varepsilon=1.04\%$.

Експериментальні значення відсутні.

Висновки по роботі:

1. Наявність узагальненої кривої з мінімальним розкидом результатів експериментів (рис. 2.3.3) показує, що досліджений матеріал можна віднести до терморологічно простого.

2. Метод температурно-часової аналогії дає такі відхилення прогнозованих даних від експериментальних:

– для 1 місяця $\Delta=1.6\%$;

– для 1 року $\Delta=2.5\%$.

3. Максимальний час, для якого можна виконувати прогноз при $T=20^\circ\text{C}$, практично не обмежений. За узагальненою кривою на рис. 2.3.3:

$$t_{max}^{np} = \exp(23.5) = 1.61 \cdot 10^{10} \text{ с} \approx 500 \text{ років.}$$

Лабораторна робота № 2.4

ПОБУДОВА КРИВИХ РЕЛАКСАЦІЇ НАПРУЖЕНЬ. РОЗРАХУНОК КОЕФІЦІЄНТІВ РІВНЯННЯ РЕЛАКСАЦІЇ ЗА УЗАГАЛЬНЕНОЮ МОДЕЛЛЮ МАКСВЕЛЛА

Мета роботи:

- навчитися користуватися випробувальною установкою для реєстрації релаксаційних процесів в полімерних матеріалах;
- навчитися записувати криві релаксації напружень при одновісному деформуванні зразка з в'язко-пружного матеріалу;
- навчитися визначати коефіцієнти рівняння релаксації напружень, що відповідає узагальненій моделі Максвелла;
- оцінити точність апроксимації порівняно з експериментальними даними.

Прилади та обладнання:

- випробувальна машина TIRATEST-2151;
- штангенциркуль з ціною поділки 0.05 мм;
- товщиномір з ціною поділки 0.001 або 0.002 мм;
- секундомір.

Досліджувані матеріали:

- поліетилен (далі ПЕ);
- поліпропілен (ПП);
- полівінілхлорид (ПВХ);
- інші в'язко-пружні матеріали.

Тип зразків:

- зразки у вигляді лопаток типу 2 або 3;
- зразки у вигляді смужок шириною 10-25 мм і довжиною не менше ніж 150 мм.

Завдання:

- отримати криву релаксації напруження при розтягу зразка при постійній деформації;
- пояснити наявність релаксаційного процесу в полімерному матеріалі;
- розрахувати значення модуля релаксації дослідженого матеріалу для різних моментів часу;
- розрахувати коефіцієнти рівняння, що описує релаксацію напружень за узагальненою моделлю Максвелла;
- визначити похибку апроксимації;
- розрахувати на скільки відсотків знизиться напруження в зразку за 1 хв, 1 годину, 1 добу після навантаження.

Порядок випробувань:

1. Перед проведенням дослідів зразки кондиціонують, вимірюють товщину й ширину зразків і обчислюють площу поперечного перерізу.
2. Підготовлені зразки закріплюють в затискувачах машини та витримують 30 хв. для прогріву до температури випробування.

3. Закріплені у затискувачах випробувальної машини зразки швидко розтягують (або стискають) до заданого значення деформації ε_k .
4. Записують початкове (максимальне) значення зусилля в зразку. Залишивши зразок у деформованому стані при $\varepsilon_k = \text{Const}$, записують значення зусиль при таких значеннях часу спостережень: 1с, 5 с, 15 с, 30 с, 1 хв., 5 хв., 15 хв., 30 хв., 1 год. і так далі через кожні 30 хв. після початку експерименту.
5. Результати довготривалих випробувань, проведених при різних температурах, надає керівник лабораторних робіт у вигляді окремої таблиці.

Обробка результатів вимірювань:

1. Визначають

- напруження в кожний момент часу $\sigma(t) = P(t)/F_0$;
- модуль релаксації (експериментальні дані) $E^e(t) = \sigma(t)/\varepsilon_k$,

де F_0 – площа поперечного перерізу зразка; $\varepsilon_k = \Delta L/L_0$ – задана відносна деформація зразка; ΔL – видовження зразка; L_0 – робоча довжина зразка.

2. Найскладнішим є визначення початкового зусилля в зразку при $t=0$. Це зусилля можна з достатнім ступенем точності визначити за діаграмою деформування, записаною при тій же швидкості деформування, що й при випробуванні на релаксацію.

3. Результати заносять до табл. 2.4.1.

Примітка: у даному прикладі площа поперечного перерізу зразка полівінілхлориду (ПВХ) $F_0 = 30.5 \text{ мм}^2$ (зразок товщиною 3.05 мм та шириною 10 мм).

Табл. 2.4.1. Результати вимірювання та розрахунків релаксації напружень в одновісно деформованому зразку в'язко-пружного матеріалу

Час	Зусилля в зразку $P(t)$, Н	Напруження $\sigma(t)$, МПа	Модулі релаксації, МПа		Похибка, Δ , %
			$E^e(t)$	$E^p(t)$	
0	771	25.28	2170	2170	0
5 с	605	19.83	1703	1703	0
15 с	594	19.48	1672	1668	- 0.24
30 с	586	19.21	1649	1652	+ 0.18
45 с	583	19.11	1641	1642	+ 0.06
1 хв.	579	18.98	1629	1629	0
5 хв.	562	18.43	1582	1586	+ 0.25
15 хв.	553	18.13	1556	1555	- 0.06
30 хв.	544	17.84	1531	1530	- 0.06
45 хв.	539	17.67	1517	1514	- 0.19
60 хв.	536	17.57	1508	1504	- 0.27
70 хв.	533	17.48	1500	1497	- 0.20
80 хв.	531	17.41	1494	1489	- 0.33
90 хв.	527	17.28	1483	1483	0

4. Для апроксимації кривої релаксації напружень $\sigma=\sigma(t)$ використовують рівняння, яке відповідає узагальненій моделі Максвелла

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_K} = \sum_{i=1}^n E_i \exp(-t / \tau_i). \quad (2.4.1)$$

Визначення коефіцієнтів E_i та τ_i (модулі та час релаксації) здійснюють способом «покрокового виділення експонент». В основі його лежить припущення, що величини сусідніх за номером часів релаксації набагато відрізняються одна від одної, тобто

$$\tau_i \gg \tau_{i+1}. \quad (2.4.2)$$

Процес виділення експонент розділяють на такі кроки:

Крок 1. На міліметровому папері будують криву релаксації в координатах « $\ln E^e(t) - t$ ». Екстраполюють лінійну ділянку побудованої до перетину з віссю ординат (рис. 2.4.1, а). Записують рівняння цієї прямої у вигляді

$$\varphi_1(t) = E_1 \cdot \exp(-t / \tau_1). \quad (2.4.3)$$

Визначають $\ln E_1$ за точкою перетину прямої з віссю ординат, а $E_1 = \exp(\ln E_1)$. Час релаксації визначають графічно після знаходження $\ln(E_1/2.718)$ та часу τ_1 , що йому відповідає.

Зазначений час також можна знайти графоаналітичним способом з рівняння

$$\ln E(t_1) = \ln[E_1 \cdot \exp(-t_1 / \tau_1)], \quad (2.4.4)$$

де t_1 – довільне значення часу в межах лінійної ділянки кривої релаксації; $E(t_1)$ – модуль, що відповідає цьому часу.

Крок 2. Віднімають від значень $E^e(t)$ значення $\varphi_1(t)$, розраховані за виразом (2.4.3). На міліметровому папері будують залежність $\ln[E^e(t) - \varphi_1(t)]$ від часу (рис. 2.4.1, б). Екстраполюють лінійну ділянку до перетину з віссю ординат і записують рівняння цієї прямої:

$$\varphi_2(t) = E_2 \cdot \exp(-t / \tau_2). \quad (2.4.5)$$

Визначають $\ln E_2$ за точкою перетину прямої з віссю ординат, а $E_2 = \exp(\ln E_2)$. Час релаксації визначають графічно після знаходження $\ln(E_2/2.718)$ та часу τ_2 , що йому відповідає.

Зазначений час також можна знайти графоаналітичним способом з рівняння

$$\ln E(t_2) = \ln[E_2 \cdot \exp(-t_2 / \tau_2)], \quad (2.4.6)$$

де t_2 – довільне значення часу в межах лінійної ділянки кривої релаксації; $E(t_2)$ – модуль, що відповідає цьому часу.

Крок 3. Будують залежність $\ln[E(t)-\varphi_1(t)-\varphi_2(t)]$ від часу (рис. 2.4.1, в) і повторюють процес.

Крок 4. Будують залежність $\ln[E(t)-\varphi_1(t)-\varphi_2(t)-\varphi_3(t)]$ від часу (рис. 2.4.1, з) і повторюють процес.

Обчислення припиняють, якщо залежність $\ln[E(t)-\varphi_1(t)-\varphi_2(t)-\dots-\varphi_n(t)]$ від часу на якомусь кроці n практично укладається на пряму лінію (рис. 2.4.1, з).

5. На рис. 2.4.2 наведено приклади визначення модулів релаксації E_i та часів релаксації τ_i за узагальненою моделлю Максвелла графоаналітичним способом.

На першому кроці (рис. 2.4.2, а):

$$\ln E_1 = 7.343, \quad E_1 = 1545 \text{ МПа}, \quad \tau_1 = 2195 \text{ хв.}$$

Тут τ_1 знайдено з рівняння (2.4.4):

$$\ln[1545 \cdot \exp(-50 / \tau_1)] = 7.32.$$

На рис. 2.4, а спосіб визначення $\ln E(t_i)$ показаний **синіми стрілочками**.

На другому кроці (рис. 2.4.2, б):

$$\ln E_2 = 4.20, \quad E_2 = 66.7 \text{ МПа}, \quad \tau_2 = 12.8 \text{ хв.}$$

Тут τ_2 знайдено з рівняння (2.4.6):

$$\ln[66.7 \cdot \exp(-25 / \tau_2)] = 2.252.$$

На третьому кроці:

$$\ln E_3 = 4.35, \quad E_3 = 77.5 \text{ МПа}, \quad \tau_3 = 0.833 \text{ хв.}$$

Тут τ_3 знайдено з рівняння

$$\ln[77.5 \cdot \exp(-30 / \tau_3)] = 3.75.$$

На четвертому кроці:

$$\ln E_4 = 6.18, \quad E_4 = 480.8 \text{ МПа}, \quad \tau_4 = 0.0268 \text{ хв.}$$

Тут τ_4 знайдено з рівняння

$$\ln[480.8 \cdot \exp(-0.0833 / \tau_4)] = 3.07.$$

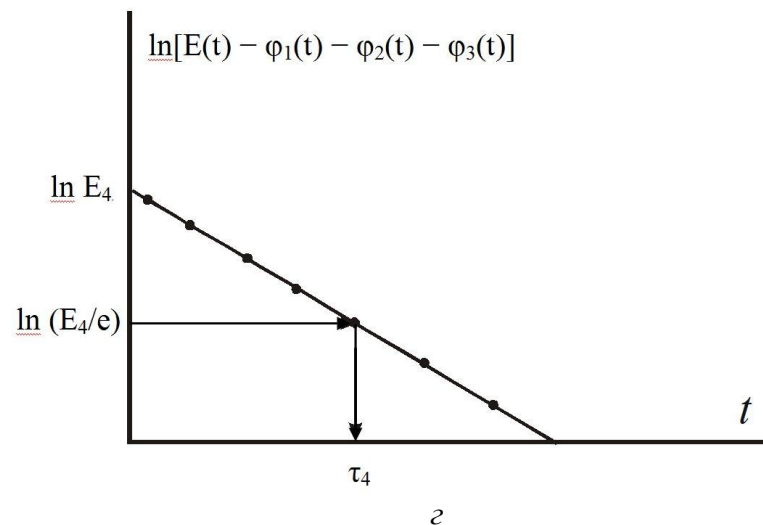
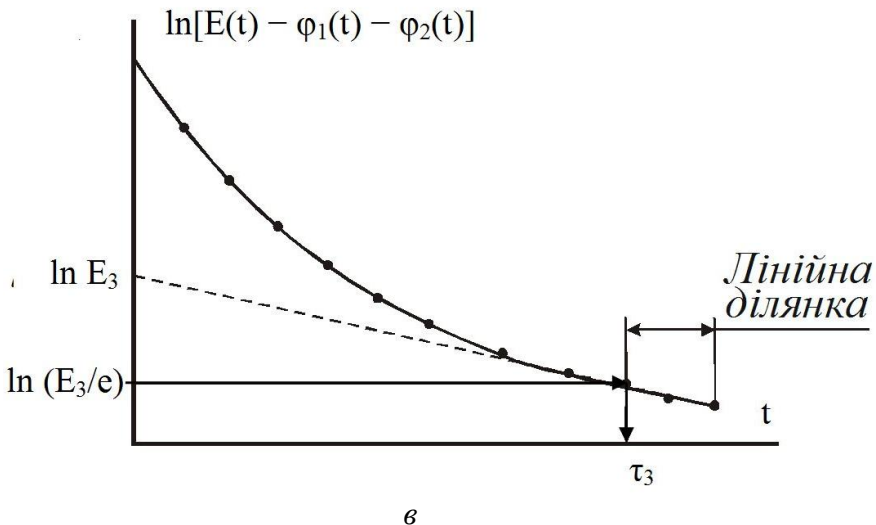
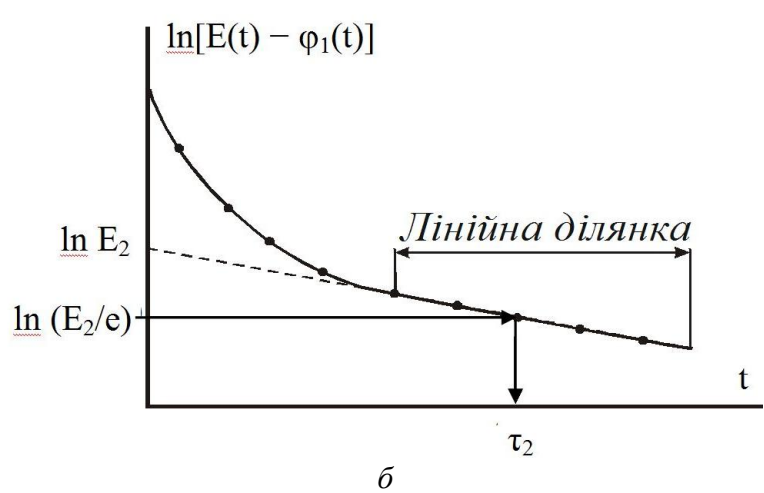
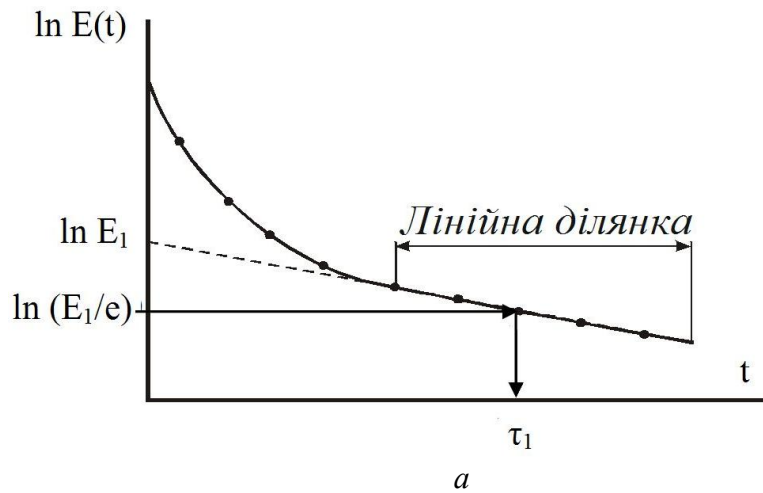
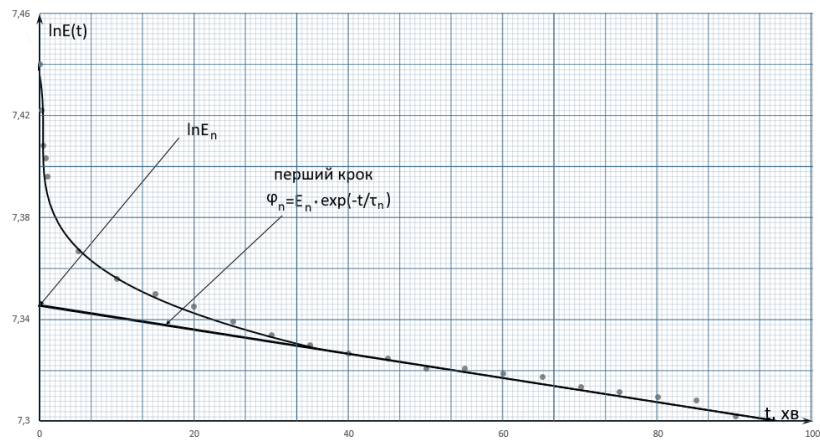
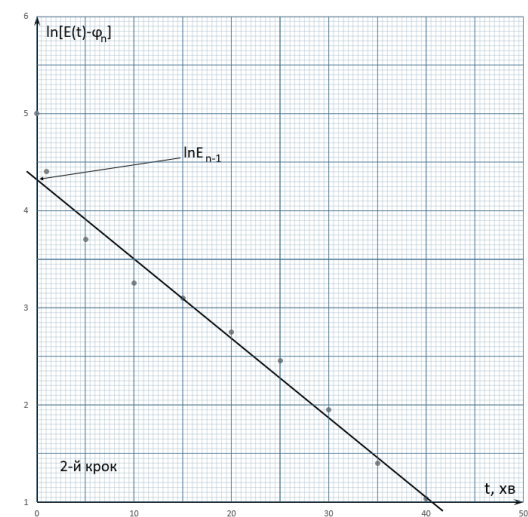


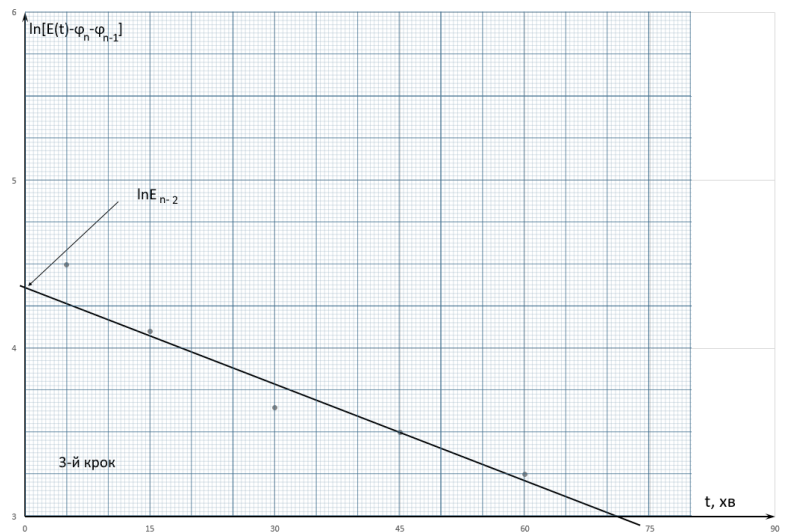
Рис 2.4.1. Схеми визначення модулів релаксації E_i та часів релаксації τ_i за узагальненою моделлю Максвелла графоаналітичним способом



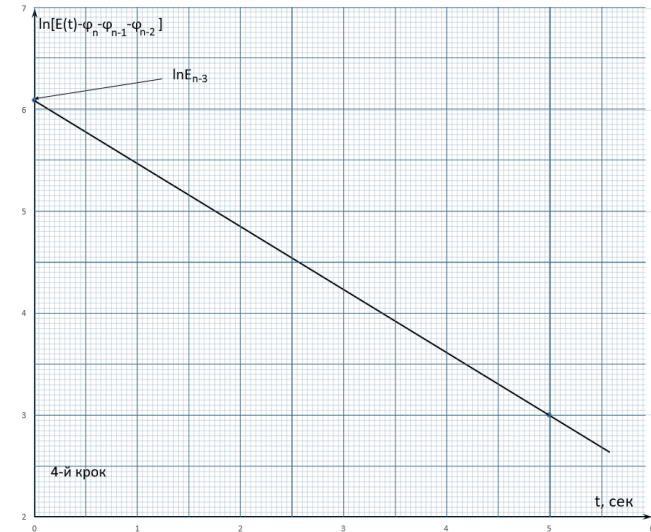
a



б



в



з

Рис 2.4.2. Приклади визначення модулів релаксії E_i та часів релаксії τ_i за узагальненою моделлю Максвелла графоаналітичним способом

На цьому кроці точки, що залишилися після третього кроку, укладаються на пряму лінію. Тому процес виділення експонент припинено, число складових у рівнянні (2.4.1) $n=4$. Знайдені коефіцієнти заносимо в табл. 2.4.2.

Табл. 2.4.2. Коефіцієнти рівняння релаксації напружень у полімерному матеріалі (2.4.1), що відповідає узагальненій моделі Максвелла

Коефіцієнти	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
Модулі E_i , МПа	1545	66.7	77.5	480.8
Часи релаксації τ_i , секунди	2195	12.8	0.833	0.0268

За формулою (2.4.1) обчислюємо значення $E(t)=E^p(t)$ (розрахункове значення) і заносимо до табл. 2.4.1. Після цього оцінюємо точність апроксимації, розраховуючи відносні похибки

$$\Delta = [(E^p - E^e) / E^e] \cdot 100\%$$

для кожного часу спостережень. Результати занесені в табл. 2.4.1.

Стислі відомості про випробуваний матеріал (приклад для полівінілхлориду).

Полівінілхлорид відноситься до класу органічних карболанцюгових полімерів, що вміщує галоген (хлор). Це термопластичний полімер переважно лінійної будови. Фазовий стан переважно аморфний. При кімнатній температурі перебуває у склоподібному фізичному стані.

Отримують полівінілхлорид шляхом полімеризації вінілхлориду за радикальним механізмом. Найчастіше використовують емульсійний або суспензійний методи.

Перероблюється полівінілхлорид методами вальцювання, екструзії лиття під тиском та пресування.

Галузі застосування ПВХ: машинобудування (деталі та інструмент), будівництво (матеріали для підлог, вікон та дверей), хімічна промисловість (жорсткі труби, ємності, тара), електротехніка (ізоляція, захисні оболонки, стрічки).

Додаткові дані про випробуваний матеріал (приклад для полівінілхлориду):

міцність при розтягу	40 ... 60 МПа;
міцність при згині	70 ... 100 МПа;
границя текучості	40 ... 50 МПа;
модуль пружності при розтязі	2600 ... 3000 МПа;
модуль пружності при згині	2100 ... 3500 МПа;
ударна в'язкість зразків з надрізом	2 ... 3 кДж/мм ² ;
густина	1.20 ... 1.55 кг/м ³ .

Висновки по роботі (приклад).

1. Проведені експеримент із дослідження релаксації напружень у зразку із в'язко-пружного матеріалу під дією постійної поздовжньої деформації. Записано криву релаксації напружень, яка відображає процес монотонного зниження напружень у зразку полімерного матеріалу.
2. Розраховані коефіцієнти рівняння, що відповідає узагальненій моделі Максвелла.
3. Встановлена достатня для задовільної апроксимації кількість елементів в моделі Максвелла ($n=4$).
4. Показано, що відхилення розрахункових даних від експериментальних не перевищує 0.33% і знаходиться на рівні природного розкиду результатів експерименту. Середня відносна похибка $\Delta_{cp} = 0.16\%$.
5. Зниження напружень в зразку після навантаження:
 - за 1 хвилину – на 25%,
 - за 1 годину – на 30%,
 - за 1 добу – на 63.1% (прогноз).

Лабораторна робота № 2.5

РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ В'ЯЗКО-ПРУЖНОСТІ

Мета роботи:

- навчитись визначити параметри ядра інтегрального рівняння повзучості (за М.А Колтуновим);
- навчитись оцінювати точність апроксимації порівняно з експериментальними результатами.

Прилади та обладнання:

- аналогічні описаним у лабораторній роботі №2.1.

Досліджувані матеріали та типи зразків:

- аналогічні описаним у лабораторній роботі №2.1.

Методика проведення випробувань:

- аналогічні описаним у лабораторній роботі №2.1.

Завдання:

- побудувати експериментальну криву повзучості матеріалу;
- методом суміщень підібрати параметри ядер інтегрального рівняння повзучості;
- оцінити розходження експериментальних даних та результатів апроксимації..

Методика визначення модулів пружності та параметрів функції впливу.

Для визначення модулів та функції впливу (22), (23) використовуємо графіки, які розміщені у навчальному посібнику «Повзучість и релаксація» (автор Колтунов М.А.) [1].

Модуль пружності та коефіцієнти ядра повзучості визначають шляхом суміщення експериментальних кривих податливості, які описуються рівнянням

$$\bar{\varepsilon}_e(t) \equiv \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_K}, \quad (2.5.1)$$

та теоретичних кривих, що описуються рівнянням

$$\bar{\varepsilon}_T(t) = 1 + \int_0^t K(t-\tau)d\tau, \quad (2.5.2)$$

побудованих у логарифмічних координатах.

З рівняння повзучості для одновісного стану

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_K}{E} \left[1 + \int_0^t K(t-s)ds \right] \quad (2.5.1)$$

або

$$\varepsilon(t) \frac{E}{\sigma_K} = 1 + \int_0^t K(t) ds \quad (2.5.3)$$

впливає, що

$$\lg E + \lg \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_K} = \lg \left[1 + \int_0^t K(t) ds \right]. \quad (2.5.4)$$

Відстань між подібними кривими $\lg \bar{\varepsilon}_e$ та $\lg \bar{\varepsilon}_T$ в логарифмічних координатах дорівнює $\lg E$ для будь-яких t та $K(t)$, тобто

$$\lg E = \lg \left[1 + \int_0^t K(t) ds \right] - \lg \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_K}, \quad (2.5.5)$$

або

$$E = \frac{\bar{\varepsilon}_T(t)}{\bar{\varepsilon}_e(t)} = \frac{1 + \int_0^t K(t) ds}{\varepsilon(t) / \sigma_K} = \text{const.} \quad (2.5.6)$$

У навчальному посібнику «Повзучість и релаксація» (автор Колтунов М.А.) [1] у логарифмічних координатах побудовано велику кількість графіків залежностей

$$\bar{\varepsilon}_T(t) = 1 + \int_0^t K(t; \alpha_i; \beta_i; A_i) dt \quad (2.5.7)$$

для різних значень параметрів в широкому інтервалі часів. Кількість кривих дозволяє знайти криву, подібну експериментальній кривій (2.5.1), побудованій в тій же сітці координат.

Якщо крива $\bar{\varepsilon}_e(t)$ не збігається з подібною їй кривою $\bar{\varepsilon}_T(t)$, то їх суміщення здійснюють горизонтальним та вертикальним зсувами (рис. 2.5.1).

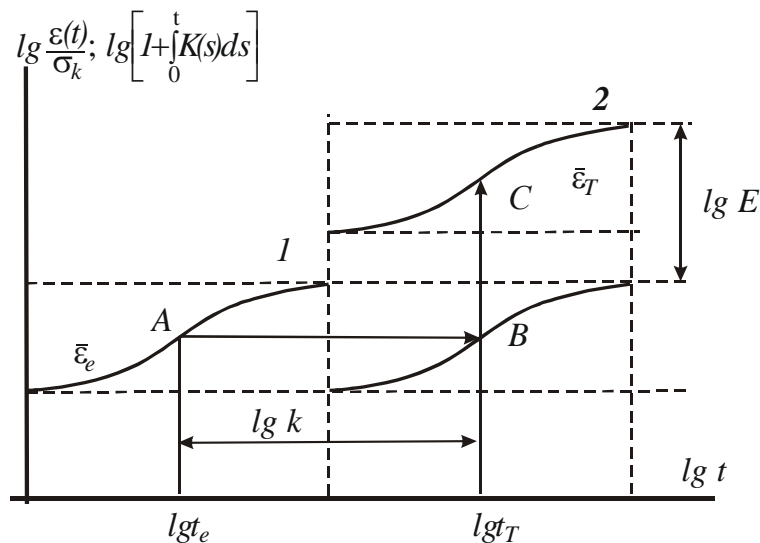


Рис 2.5.1. Схема визначення параметрів ядра рівняння повзучості

Вертикальне зміщення дорівнює lgE . Горизонтальне зміщення вздовж осі lgt рівносильне лінійному перетворенню координат t .

Нехай на рис. 2.5.1 крива 1 є експериментальною кривою

$$\bar{\varepsilon}_e(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_K}, \quad (2.5.8)$$

а крива 2 – подібна до неї теоретична крива

$$\bar{\varepsilon}_T(t) = 1 + \int_0^t K(s) ds \quad (2.5.9)$$

з конкретними числовими значеннями параметрів α_T , β_T та A_T .

Для суміщення кривих 1 і 2 потрібно спочатку змістити криву 1 праворуч на величину AB , тобто на величину

$$lgk = lgt_T - lgt_e, \quad (2.5.10)$$

де lgt_e – абсциса («час») точки A кривої 1, а lgt_T – абсциса відповідної точки C подібної їй теоретичної кривої 2.

Іншими словами, для переносу будь-якої точки A кривої 1 з положення A в положення B у звичайних координатах достатньо, як це впливає з рівняння (2.5.10), в рівнянні (2.5.7)

$$\bar{\varepsilon}_T(t) = 1 + \int_0^t K(t; \alpha_i; \beta_i; A_i) dt$$

зробити заміну:

$$t_T = k \cdot t_e.$$

Експериментальні параметри α_e , β_e та A_e знаходять за формулами:

$$\alpha_e = k \cdot \alpha_T,$$

$$\beta_e = k \cdot \alpha_T,$$

$$A_e = k^{\alpha T} \cdot A_T,$$

де $k = t_T / t_e$.

5. ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ ПРОТОКОЛІВ ВИПРОБУВАНЬ

Протоколи випробувань складаються студентами індивідуально, відповідно до діючих стандартів.

Протоколи оформлюють на аркушах паперу формату А4 (210x297мм).

Схеми та графіки виконують на міліметровому папері того ж формату.

До протоколів лабораторних робіт, виконаних на ЕОМ, додають програми і результати розрахунків (роздруківки).

Всі фізичні величини, що зустрічаються в роботі, мають виражатися в міжнародній системі одиниць СІ.

Всі протоколи (як даного практикуму, так і наступних частин) починаються з загальної титульної сторінки.

У кожному протоколі обов'язково мають відобразитися такі відомості.

1. Назва та мета роботи.
2. Прилади та обладнання, які використовують у лабораторній роботі, режими випробування (швидкість навантаження, температура, час випробування та ін.)
3. Конкретна назва випробуваного матеріалу (або матеріалів), шифр або марка матеріалу, тип і розміри зразків.
4. Стислий опис методики проведення випробувань.
5. Таблиці із заголовками, в яких подають виміряні або обчислені величини та їх вимірності.
6. Графіки із зазначенням на координатних осях величин та їх вимірностей. Під кожним графіком має бути пояснюючий підпис (назва матеріалів, стислий опис досліджуваних процесів, умови випробувань тощо.)
7. Опис методів розрахунків, формули та результати розрахунків. Остаточні результати підкреслити.
8. Стислі відомості про випробувані матеріали:
 - клас матеріалу (лінійний, сітчастий, наповнений тощо);
 - фазовий стан (кристалічний, аморфний, частково-кристалічний);
 - фізичний стан (склоподібний, високо-еластичний та ін.);
 - області застосування;
 - методи отримання, режими обробки;
 - довідкові дані (границя міцності, максимальне видовження, модуль пружності, ударна в'язкість, температурні характеристики, густина, твердість та ін.);
9. Висновки за результатами проведеної роботи.

6. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Що таке в'язко-пружні деформації?
2. Охарактеризуйте криву повзучості полімеру. З яких ділянок вона складається?
3. Від чого залежить деформації повзучості полімерних матеріалів?
4. Яка природа оборотних та необоротних деформацій?
5. Що таке податливість матеріалу?
6. В чому полягають принципи Больцмана та як вони використовуються при складанні спадкових рівнянь?
7. Які відомі моделі для опису в'язкопружних властивостей полімерів?
8. У чому полягає принцип температурно-часової аналогії?
9. Що таке термореологічно простий матеріал?
10. Що таке зведений час?
11. Описати методику побудови кривих повзучості.
12. Що таке область лінійної повзучості та як вона визначається?
13. Що таке ізохронна крива повзучості?
14. Як побудувати узагальнені криві повзучості?
15. Що таке температура зведення?
16. Описати один із способів визначення параметрів рівняння повзучості.
17. Як експериментально визначити функції повзучості та релаксації матеріалів?
18. Як записуються рівняння, що відповідають моделі Кельвіна-Фойгта (постійно діюче навантаження)?
19. Як записується рівняння, що відповідає моделі Максвелла (постійно діюча деформація)?
20. Як записується рівняння, що відповідає моделі Бюргерса?
21. Записати інтегральні рівняння, що відповідають процесам повзучості та релаксації напружень на основі гіпотез Больцмана.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Колтунов М. А. Ползучесть и релаксация / М. А. Колтунов. – М: Высш. шк., 1976. –276с.
2. Колтунов М. А. Прочностные расчеты изделий из полимерных материалов / М. А. Колтунов, В. П. Майборода, В. Г. Зубганинов. – М: Машиностроение, 1983. – 239 с.
3. Шидловський М. С. Нові матеріали. Методи вимірювання характеристик міцності та пружності конструкційних пластмас та гум при короткочасному навантаженні [Електронний ресурс]: метод. вк. до викон. лабор. робіт для студ. напряму підгот. 6.050501 «Прикладна механіки» / уклад. М. С. Шидловський, Д. Ю. Шпак. – К.: НТУУ "КПІ", 2011. – Електрон. текстові дані. – Режим доступу : <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/1541>
4. Шидловський М.С. Нові матеріали. Обладнання для випробувань конструкційних пластмас та гум при короткочасному навантаженні [Електронний ресурс]: методичні вказівки до виконання лабораторних робіт для студентів напряму підготовки 6.050501 «Прикладна механіка» / уклад. М. С. Шидловський, Д. Ю. Шпак, О. В. Тимошенко. – К.: НТУУ «КПІ», 2011. – Електрон. текстові дані. – Режим доступу : <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/1542>
5. Нові матеріали. Частина І: Міцність і деформування полімерних та композиційних матеріалів при короткочасному навантаженні. Лабораторний практикум [Електронний ресурс]: навчальний посібник для студентів спеціальності 131 «Прикладна механіка» спеціалізацій «Динаміка і міцність машин» та «Інформаційні системи та технології в авіабудуванні» / М. С. Шидловський, О. П. Заховайко, О. В. Тимошенко, О. С. Мусієнко. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – Електрон. текстові дані. – Режим доступу: <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/26490>
6. Уржумцев Ю. С. Прогностика деформативности полимерных материалов / Ю. С. Уржумцев, Р. Ф. Максимов. – Рига: Знание, 1975. – 416 с.
7. Огибалов П. М. Механика полимеров / П. М. Огибалов, В. А. Ломакин, Б. П. Кишкин. – М.: Изд-во МГУ, 1975. – 528 с.
8. Норисава И. Прочность полимерных материалов / И. Норисава. – М.: Химия, 1987. – 400 с.

Лабораторна робота № 2.1

**ПОБУДОВА КРИВИХ ПОВЗУЧОСТІ ПРИ РІЗНИХ ТЕМПЕРАТУРАХ.
ВИЗНАЧЕННЯ ОБЛАСТЕЙ ЛІНІЙНОСТІ В'ЯЗКО-ПРУЖНИХ
ВЛАСТИВОСТЕЙ МАТЕРІАЛІВ.**

Мета роботи: навчитися користуватися випробувальною установкою для вимірювань деформацій повзучості зразків полімерних матеріалів; навчитися записувати криві повзучості полімерних матеріалів при різних температурах; навчитися обчислювати значення функцій повзучості та визначати області лінійності в'язко-пружних властивостей матеріалів.

Прилади та обладнання: випробувальна установка для вимірювання повзучості плівкових та листових полімерних матеріалів; штангенциркуль з ціною поділки 0.05 мм.

Досліджуваний матеріал: _____

Тип зразка: _____

Розміри зразка: товщина $b =$ _____ мм, ширина $h =$ _____ мм,
робоча довжина зразка $L_0 =$ _____ мм,
початкова площа поперечного перерізу $F_0 = b \times h =$ _____ мм².

Завдання: отримати криві повзучості при різних температурах та напруженнях; пояснити залежності деформації повзучості від температури та напруження; розрахувати значення функції повзучості дослідженого матеріалу для різних моментів часу, напружень та температур; знайти границі лінійної в'язко-пружності при різних значеннях температури та часу спостережень; пояснити наявність областей лінійності в'язко-пружних властивостей та їх залежність від температури.

Порядок випробувань: 1. Кондиціонування зразків.

2. Закріплення зразків в затискувачах випробувальної установки та витримка протягом 30 хв. при температурі випробування для прогріву.

3. Запис показань вимірювачів деформації у ненавантаженому стані зразків.

4. Навантаження зразків постійними зусиллями P_k .

5. Вимірювання видовження зразків при таких значеннях часу спостережень: 5 с, 15 с, 1 хв, 5 хв, 15 хв, 1 год, 6 год, 24 год. і так далі через кожен день після початку експерименту.

6. Результати довготривалих випробувань, що проведені при різних температурах, надав керівник лабораторних робіт у вигляді окремої таблиці.

Обробка результатів вимірювань: 1. Визначили відносні деформації (%) $\varepsilon(t) = \frac{\Delta l(t)}{l_0} \cdot 100\%$,

що виникають під дією напружень $\sigma_k = \frac{P_k}{F_0}$, МПа де l_0 та F_0 - початкові робоча довжина (мм) та площа поперечного перерізу зразка (мм²). Результати розрахунків занесли до табл. 2.1.1.

2. Визначили значення функції повзучості (податливості) матеріалу (МПа⁻¹):

$$I(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_k} = \frac{\Delta l(t) \cdot F_0}{P_k \cdot l_0},$$

Результати розрахунків занесли до табл. 2.1.2. Для зручності запису кожне значення $I(t)$ множили на 10^4 .

Табл. 2.1.1. Відносні деформації зразків $\varepsilon(t)$, %, підданих розтягу при різних навантаженнях P_k , Н та температурах T , $^{\circ}\text{C}$

Час t	Навантаження P_k , Н	Температура				
		$T_0 = 20^{\circ}\text{C}$	$T_1 = 30^{\circ}\text{C}$	$T_2 = 40^{\circ}\text{C}$	$T_3 = 50^{\circ}\text{C}$	$T_4 = 60^{\circ}\text{C}$
5 с						
15 с						
1 хв						
15 хв						
1 година						
6 година						
1 доба						
7 діб			---	---	---	---
1 місяць			---	---	---	---
3 місяці			---	---	---	---
6 місяців			---	---	---	---
1 рік			---	---	---	---

Табл. 2.1.2. Значення функції повзучості (податливості) матеріалу зразків $I(t) \cdot 10^4$, МПа⁻¹, підданих розтягу при різних напруженнях σ_k , МПа та температурах T , °С

Час t	Напруження σ_k , МПа	Температура				
		$T_0 = 20^{\circ}\text{C}$	$T_1 = 30^{\circ}\text{C}$	$T_2 = 40^{\circ}\text{C}$	$T_3 = 50^{\circ}\text{C}$	$T_4 = 60^{\circ}\text{C}$
5 с						
15 с						
1 хв						
15 хв						
1 година						
6 година						
1 доба						
7 діб			---	---	---	---
1 місяць			---	---	---	---
3 місяці			---	---	---	---
6 місяців			---	---	---	---
1 рік			---	---	---	---

3. Криві повзучості *в координатах* $I(t) - t$ зображені на **рис 2.1.1**.

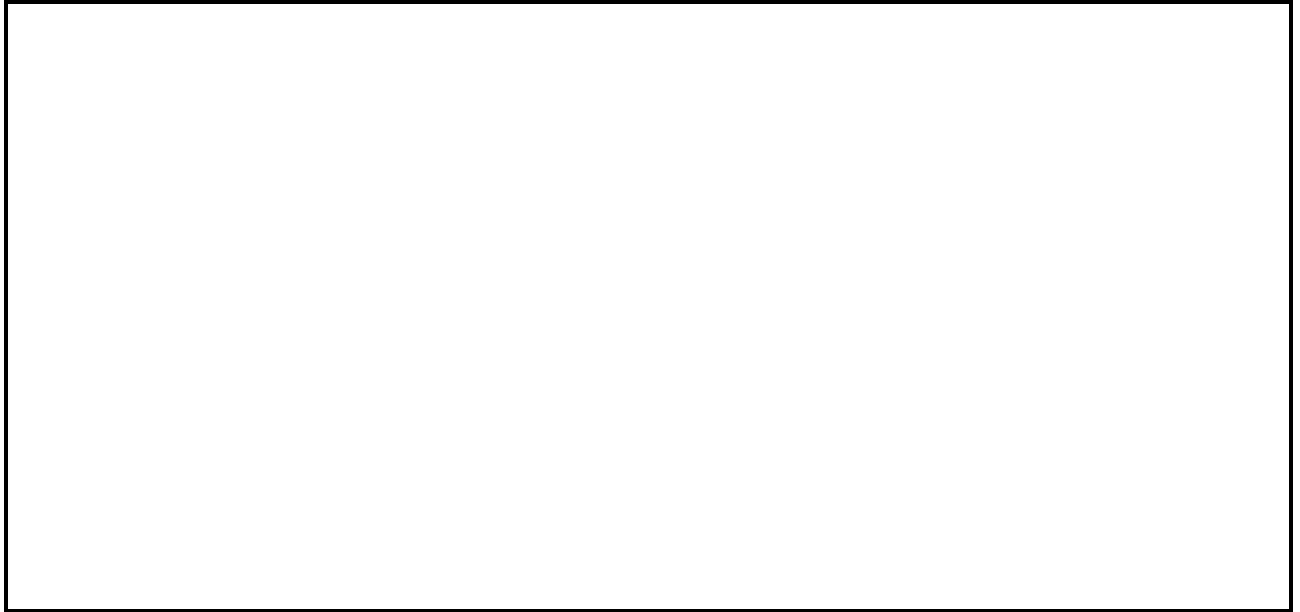


Рис. 2.1.1. Криві повзучості при різних температурах T та напруженнях σ_k

4а. Визначили області лінійності в'язко-пружних властивостей матеріалу при різних температурах (напруження, при яких не порушується лінійний зв'язок між σ та ϵ). Для цього, використовуючи дані **табл. 2.1.1**, побудували *ізохронні криві повзучості* в координатах $\sigma_k \sim \epsilon$ при фіксованому часі вимірювання. Ізохронні криві зображені на **рис. 2.1.2**.

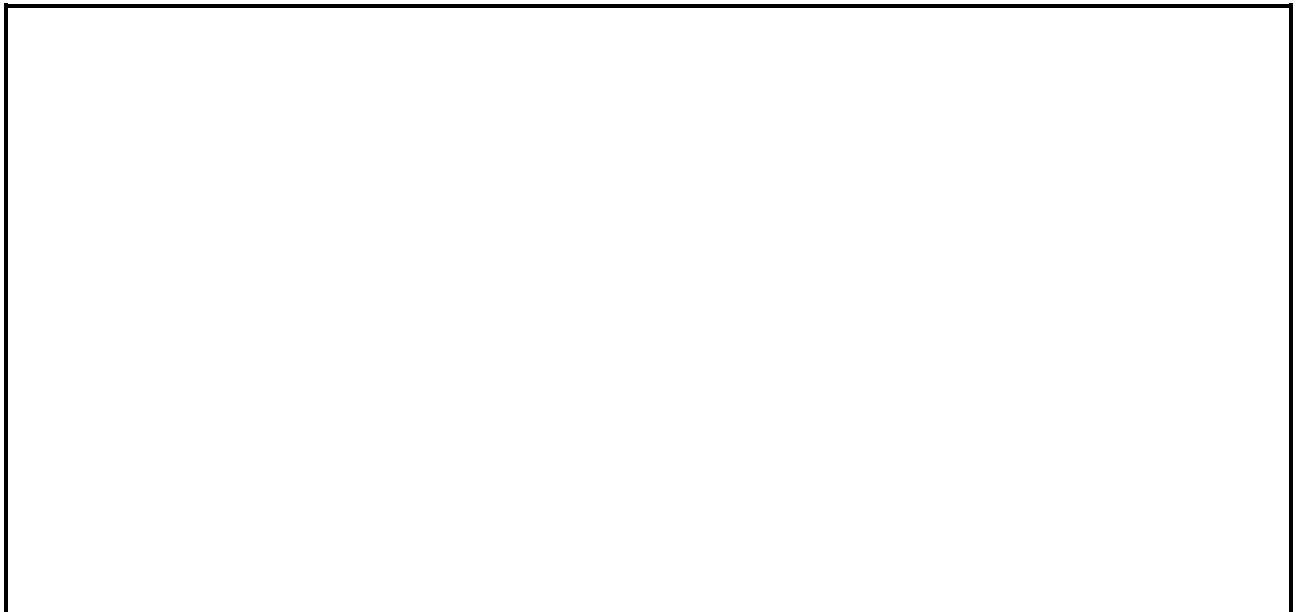


Рис. 2.1.2. Визначення границі лінійності в'язко-пружних властивостей матеріалу за допомогою ізохронних кривих при різних температурах T

4б. Області лінійності в'язко-пружних властивостей σ_L визначили також іншим способом. Для цього побудували залежності між податливістю матеріалу I та напруженням σ_k при фіксованому значенні часу спостережень (дані **табл. 2.1.2**).

Ці залежності *в координатах* $I - \sigma_k$ показано на **рис. 2.1.3**. Відхилення I від постійного значення свідчить про порушення лінійності в'язко-пружних властивостей матеріалу.

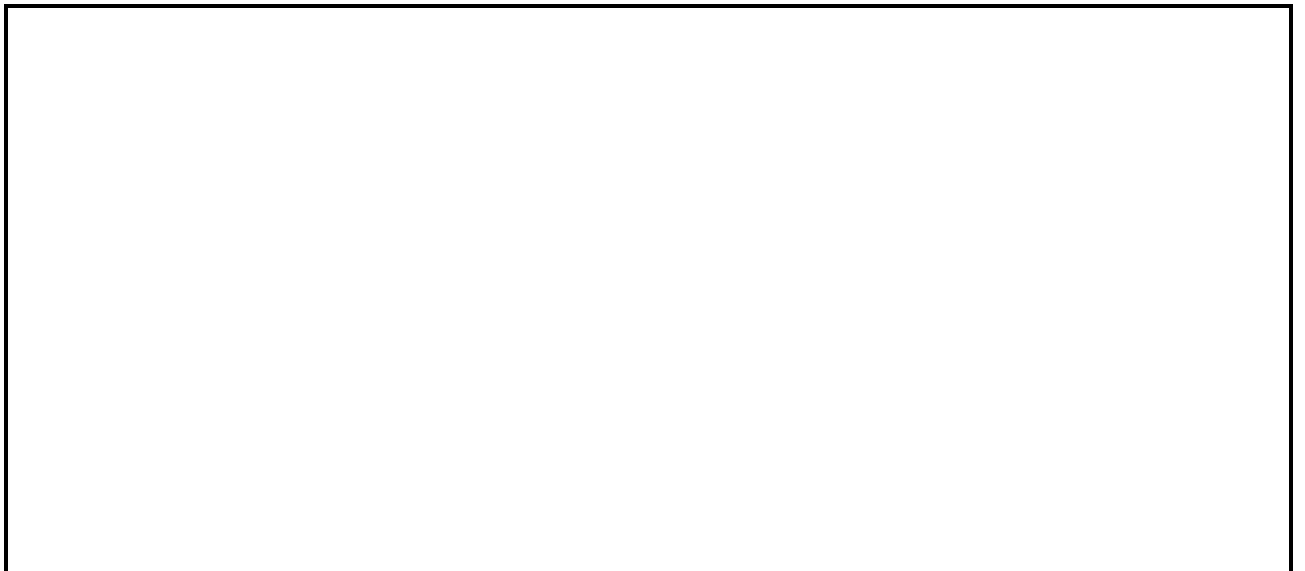


Рис. 2.1.3. Визначення областей лінійності в'язко-пружних властивостей матеріалу за залежностями $I - \sigma_K$ при фіксованому часі спостережень t та різних температурах T .

Побудована залежність границі лінійної в'язко-пружності $\sigma_{Л}$ матеріалу від температури випробувань T (рис. 2.1.4).



Рис. 2.1.4. Залежність границі лінійної в'язко-пружності $\sigma_{Л}$ матеріалу від температури випробувань T

Довідникові відомості про випробуваний матеріал : _____

Висновки: _____

Дата проведення випробувань: _____

Лабораторна робота № 2.2

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ РІВНЯННЯ ПОВЗУЧОСТІ ЗА УЗАГАЛЬНЕНОЮ МОДЕЛЛЮ КЕЛЬВІНА-ФОЙГТА

Мета роботи: навчитись проводити обробку експериментальних кривих повзучості; навчитись визначати коефіцієнти рівнянь, що описують повзучість конструкційних пластмас; навчитись оцінювати точність апроксимації порівняно з експериментальними результатами.

Прилади та обладнання, досліджуваний матеріал, тип зразка, розміри зразка та порядок випробувань аналогічні описаним у лабораторній роботі № 2.1.

Завдання:

- використовуючи рівняння повзучості за узагальненою моделлю Кельвіна-Фойгта знайти коефіцієнтів I_i , τ_i цього рівняння для різної кількості елементів моделі;
- використовуючи знайдені значення коефіцієнтів I_i , τ_i , розрахувати деформації зразків для різних часів дії навантаження;
- порівняти експериментальні та розрахункові дані для моделей з 1, 2 та 3-ма елементами;
- визначити максимальне число елементів моделі для задовільного опису експериментальних кривих повзучості.

Обробка результатів вимірювань: експериментальна залежність $I = I(t) = \varepsilon(t) / \sigma_k$, отриману при постійних напруженнях $\sigma = \sigma_k < \sigma_L$ та температурі $T = (20 \pm 3)^0C$ (лабораторна робота 2.1, табл. 2.1.2), описана рівнянням, що відповідає узагальненій моделі Кельвіна-Фойгта з додатковим пружним елементом

$$I(t) = I_0 + \sum_{i=1}^n I_i [1 - \exp(-t / \tau_i)], \quad (2.2.1)$$

де $I_0; I_1, \dots, I_i, \dots, I_n; \tau_1, \dots, \tau_i, \dots, \tau_n$ - коефіцієнти, які знайдені графічним способом.

Усі значення часу спостережень переводимо в секунди і логарифмуємо.

Схеми графічного визначення $I_0, I_\infty, I_1, I_2, I_3, \tau_1, \tau_2, \tau_3$ зображені на рис. 2.2.1 - 2.2.3.

Результати випробувань та розрахунків занесені до табл. 2.2.1.

Табл. 2.2.1. Значення коефіцієнтів рівняння повзучості (2.2.1) для моделей Кельвіна-Фойгта з різною кількістю в'язко-пружних елементів.

Кількість елементів в'язко-пружних, n	Коефіцієнти $I_i \cdot 10^4, \text{МПа}^{-4}$					Коефіцієнти $\tau_i, \text{с}$		
	I_0	$I_\infty = \Sigma I_i$	I_1	I_2	I_3	τ_1	τ_2	τ_3
1				—	—		—	—
2					—			—
3								

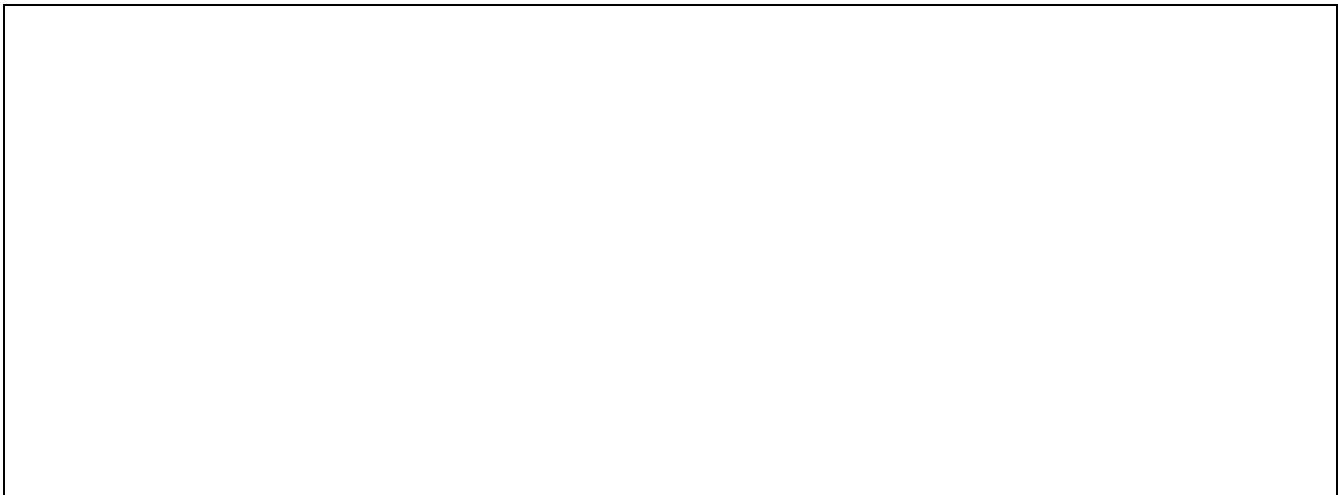


Рис 2.2.1. Графічний спосіб визначення коефіцієнтів рівняння повзучості (2.2.1) для моделі, що складається з пружного (E_0) та в'язко-пружного елементів (E_1, η_1) при $n = 1$

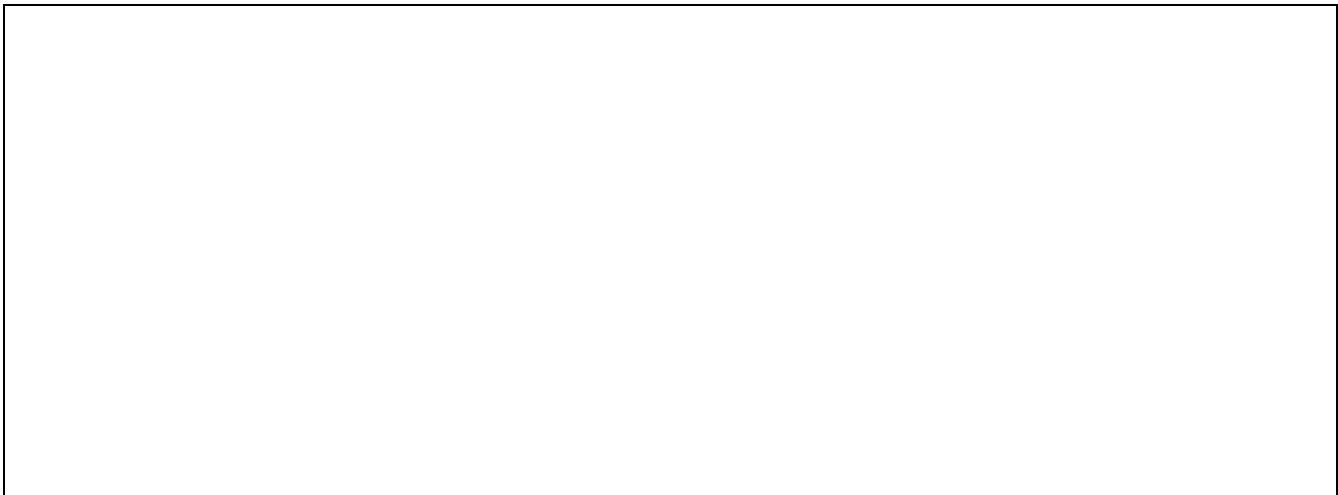


Рис 2.2.2. Графічний спосіб визначення коефіцієнтів рівняння повзучості (2.2.1) для моделі, що складається з пружного (E_0) та двох в'язко-пружних елементів (E_1, η_1, E_2, η_2) при $n = 2$



Рис 2.2.3. Графічний спосіб визначення коефіцієнтів рівняння повзучості (2.2.1) для моделі, що складається з пружного (E_0) та трьох в'язко-пружних елементів ($E_1, \eta_1, E_2, \eta_2, E_3, \eta_3$) при $n = 3$

У табл. 2.2.2 приведено порівняння експериментальних та розрахункових даних, а також значення відносної похибки у відсотках.

Табл. 2.2.2. Порівняння експериментальних даних ($I_e \cdot 10^4$, МПа⁻¹) з результатами розрахунків за моделлю Кельвіна-Фойхта ($I_p \cdot 10^4$, МПа⁻¹) з одним, двома та трьома елементами; $\Delta = [(I_e - I_p) / I_e] \cdot 100\%$ - відносні похибки

Час, t	I_e	n = 1		n = 2		n = 3	
		I_p	$\Delta, \%$	I_p	$\Delta, \%$	I_p	$\Delta, \%$
5 сек.							
6 год.							
24 год.							
7 діб							
1 міс.							
3 міс.							
6 міс.							
1 рік							
Середні значення $\Delta, \%$							

Довідникові відомості про випробуваний матеріал

- наведені у протоколі до лабораторної роботи 2.1.

Висновки: _____

Дата проведення випробувань: _____

Лабораторна робота № 2.3

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ РІВНЯНЬ ТЕМПЕРАТУРНО-ЧАСОВОЇ АНАЛОГІЇ. ПОБУДОВА УЗАГАЛЬНЕНИХ КРИВИХ ПОВЗУЧОСТІ.

Мета роботи: навчитись визначати значення температурної функції зсуву a_T та розраховувати коефіцієнти рівняння Вільямса-Ландела-Феррі (ВЛФ); навчитись будувати узагальнені криві повзучості полімерних матеріалів та конструкційних пластмас; навчитись прогнозувати процес повзучості полімерів.

Прилади та обладнання, досліджуваний матеріал, тип зразка, розміри зразка та порядок випробувань аналогічні описаним у лабораторній роботі № 2.1.

Завдання: визначити, чи є досліджений полімер термореологічно простим; визначити максимальний час, для якого можна виконувати прогноз повзучості при нормальній температурі; розрахувати величини відносної деформації $\varepsilon(t)$ для декількох значень часу при дії постійного напруження в межах лінійності в'язко-пружних властивостей при $\sigma_K \leq \sigma_L$.

Обробка результатів вимірювань:

1. Попередня обробка експериментальних даних повзучості. Значення функцій повзучості $I(t, T)$, обчислені при кожному значенні часу та температури, усереднили. При цьому врахували тільки ті значення I , які одержані при напруженнях $\sigma_K \leq \sigma_L$.

Усі значення часу спостережень перевели в секунди і логарифмували. Результати випробувань та розрахунків занесли до табл. 2.3.1.

Табл. 2.3.1. Усереднені значення функції повзучості (податливість) матеріалу ($I \cdot 10^4$, МПа⁻¹) при випробуваннях на повзучість при дії різних температур.

Час t	$\ln t$	Температура				
		$T_0 = 20^\circ\text{C}$	$T_1 = 30^\circ\text{C}$	$T_2 = 40^\circ\text{C}$	$T_3 = 50^\circ\text{C}$	$T_4 = 60^\circ\text{C}$
5 с						
15 с						
1 хв						
15 хв						
1 година						
6 година						
1 доба						
7 діб			---	---	---	---
1 місяць			---	---	---	---
3 місяці			---	---	---	---
6 місяців			---	---	---	---
1 рік			---	---	---	---

2. Визначення температурної функції зсуву. На міліметровому папері побудували криві повзучості у напівлогарифмічних координатах $I(t) - \ln t$ (**рис. 2.3.1**).

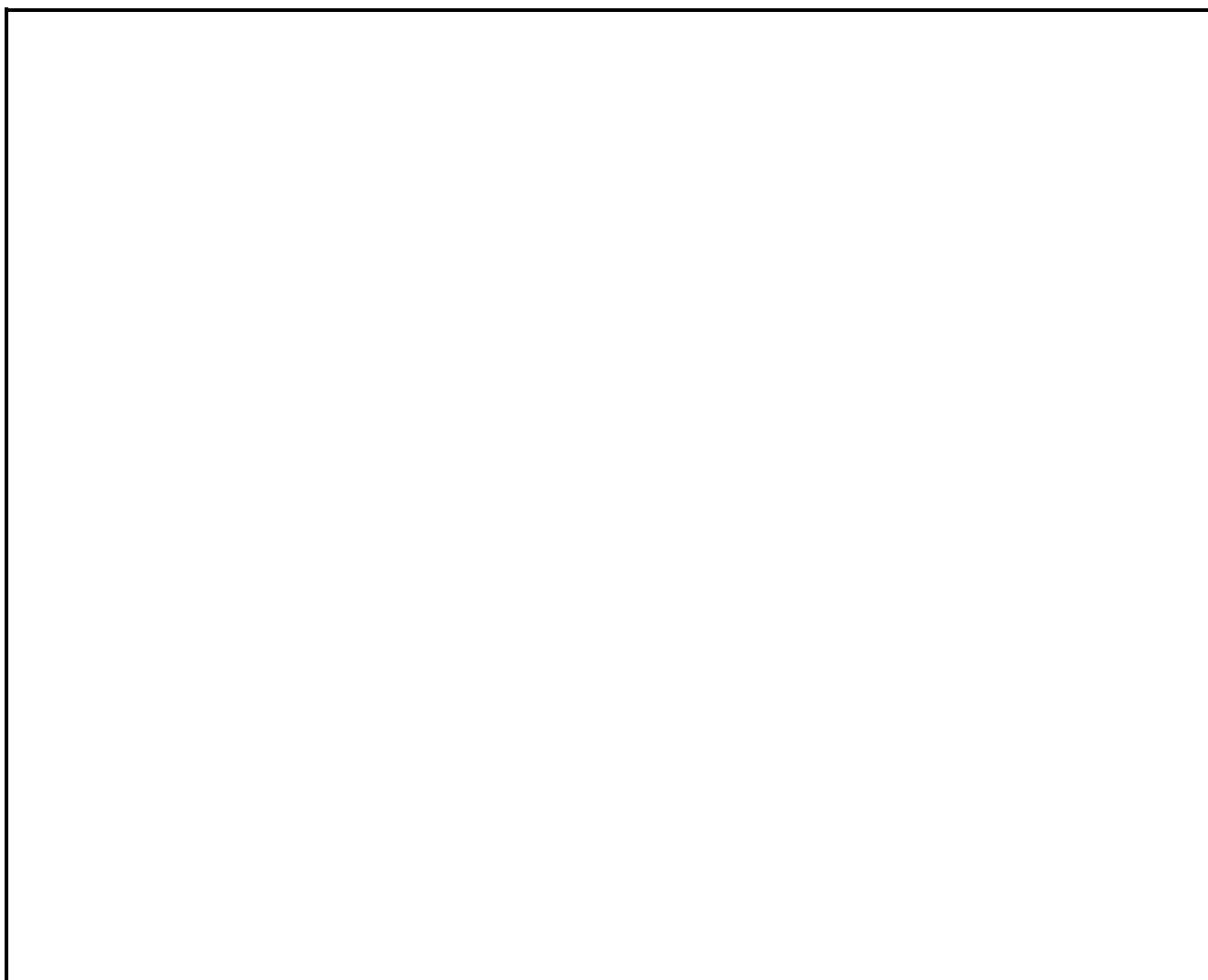


Рис. 2.3.1. Криві повзучості, побудовані у напівлогарифмічних координатах та схема визначення логарифмів функції a_T



Рис. 2.3.2. Залежність логарифму функції a_T від температури

За температуру зведення приймали $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

Виміряли середні відстані по горизонталі між зазначеними кривими, побудованими для температур T_1, T_2, T_3, T_4 та кривою для температури T_0 .

При цьому одержали чотири значення логарифмів температурної функції зсуву:

при $T = T_0$ $\ln a_T = 0$; при $T = T_1$ $\ln a_T = \underline{\hspace{2cm}}$; при $T = T_2$ $\ln a_T = \underline{\hspace{2cm}}$;
при $T = T_3$ $\ln a_T = \underline{\hspace{2cm}}$; при $T = T_4$ $\ln a_T = \underline{\hspace{2cm}}$.

За цими даними побудували графік залежності $\ln a_T$ від температури (рис. 2.3.2).

3. Розрахунок коефіцієнтів рівняння Вільямса-Ландела-Феррі (ВЛФ).

Використали значення $\ln a_T$, виміряні для двох температур $T_i = \underline{\hspace{1cm}}^\circ\text{C}$ та $T_k = \underline{\hspace{1cm}}^\circ\text{C}$.

З урахуванням рівняння ВЛФ отримали систему двох рівнянь

$$\ln a_T |_{T=T_i} = \frac{a(T_i - T_0)}{b + (T_i - T_0)} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\ln a_T |_{T=T_k} = \frac{a(T_k - T_0)}{b + (T_k - T_0)} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

Розв'язавши її, визначили коефіцієнти рівняння ВЛФ:

$$a = \underline{\hspace{1cm}} \quad \text{та} \quad b = \underline{\hspace{1cm}}^\circ\text{C}$$

4. Побудова узагальненої кривої повзучості. Визначивши коефіцієнти a та b рівняння ВЛФ, побудували узагальнену криву повзучості, зміщуючи по горизонталі точку кривих повзучості для температур T_1, T_2, T_3 та T_4 до кривої, що відповідає температурі T_0 .

Величину зміщення кожної точки обчислюємо за формулою

$$\ln t |_{T=T_0} - \ln t |_{T=T_j} = \frac{a(T_j - T_0)}{b + (T_j - T_0)}, \quad (j = 1, 2, 3)$$

Узагальнена крива зображена на рис. 2.3.3.

На рис. 2.3.3 позначено:

t_{\min} - мінімальний час спостереження ($t_{\min} = 5$ секунд);

t_{\max}^e - максимальний час спостережень при виконанні експерименту ($t_{\max}^e = 24$ години);

t_{\max}^{up} - максимальний час, до якого можливо виконувати прогноз процесу повзучості.

5. Прогнозування деформацій повзучості на час, більший, ніж максимальний час спостережень:

1. Для часу $t = 1$ місяць: $t = 1 \cdot 30 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$ сек; $\ln t = 14.8$.

За рис. 2.3.3 для цього часу $I = \underline{\hspace{1cm}} \cdot 10^{-4}$ МПа $^{-1}$.

При напруженні $\sigma_K = 0.4$ МПа відносна деформація $\varepsilon = I \cdot \sigma_K = \underline{\hspace{1cm}} \cdot 10^{-4} \cdot 0.4 = \underline{\hspace{1cm}} \cdot 10^{-4}$ відносні одиниці або $\varepsilon = \underline{\hspace{1cm}}\%$.

Експериментально визначена деформація (табл. 2.1.1) дорівнює $\underline{\hspace{1cm}}\%$.

Відносна похибка $\Delta = [(\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}}) / \underline{\hspace{1cm}}] \cdot 100\% = \underline{\hspace{1cm}}\%$.

2. Для $t = 1$ рік: $t = 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 31\,536\,000$ сек; $\ln t = 17.2$.

За рис. 2.3.3 $I = \underline{\hspace{1cm}} \cdot 10^{-4}$ МПа $^{-1}$.

При $\sigma_K = 0.4$ МПа: $\varepsilon = \underline{\hspace{1cm}} \cdot 10^{-4} \cdot 0.4 = \underline{\hspace{1cm}} \cdot 10^{-4}$ відн. од. або $\varepsilon = \underline{\hspace{1cm}}\%$

Експериментальне значення (табл. 2.1.1) $\varepsilon = \underline{\hspace{1cm}}\%$.

Відносна похибка $\Delta = [(\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}}) / \underline{\hspace{1cm}}] \cdot 100\% = \underline{\hspace{1cm}}\%$.

3. Для $t = 10$ років: $t = 10 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 315\,360\,000$ сек; $\ln t = 19.6$.

За рис. 2.3.3 $I = \underline{\hspace{1cm}} \cdot 10^{-4}$ МПа $^{-1}$.

При $\sigma_K = 0.4$ МПа: $\varepsilon = \underline{\hspace{1cm}} \cdot 10^{-4} \cdot 0.4 = \underline{\hspace{1cm}} \cdot 10^{-4}$ відн. од. або $\varepsilon = \underline{\hspace{1cm}}\%$.

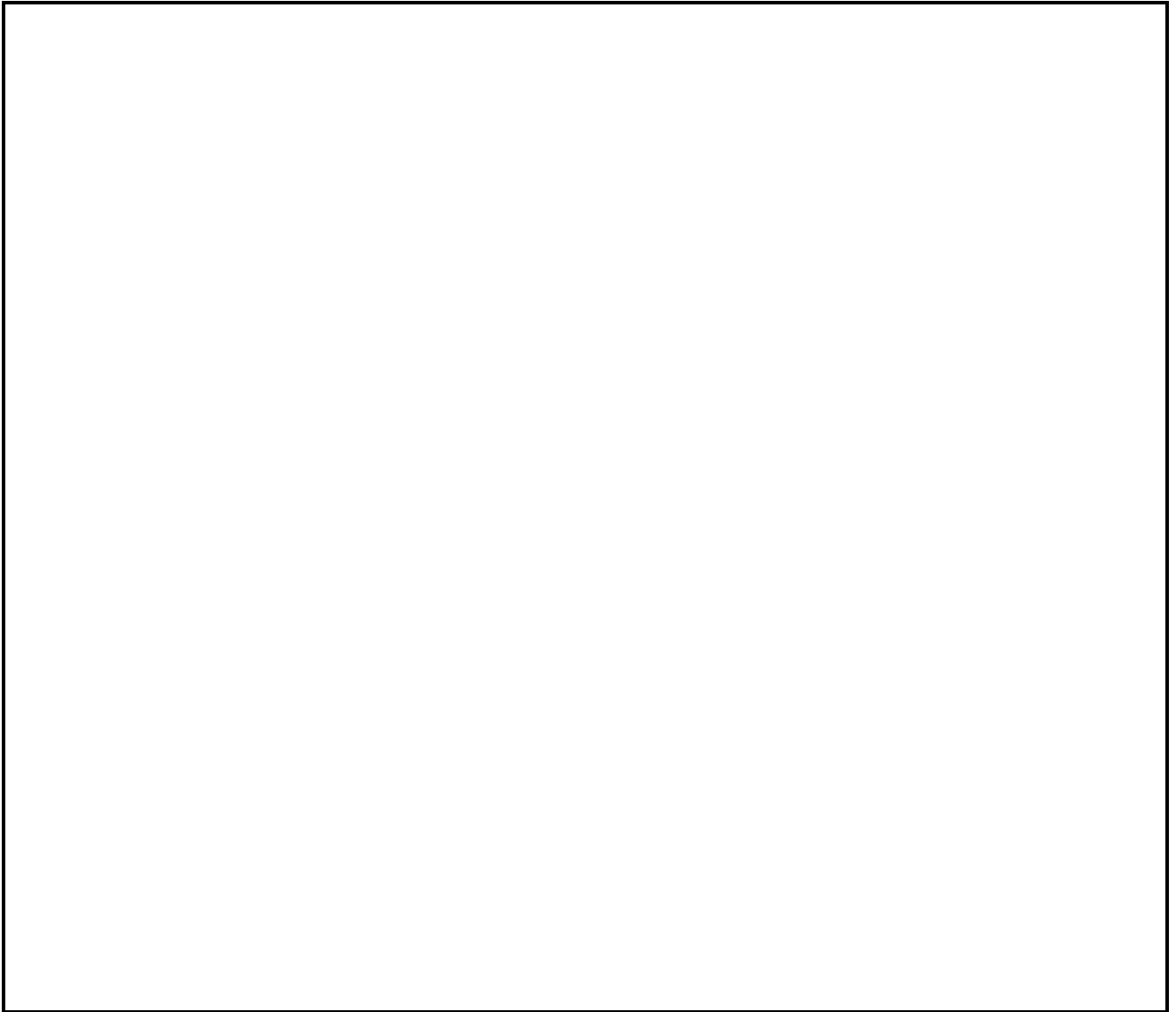


Рис. 2.3.3. Схема побудови узагальненої кривої повзучості методом горизонтального зсуву кривих повзучості, одержаних за результатами короточасних експериментів.

Висновки: _____

Дата проведення випробувань: _____

Лабораторна робота № 2.4

ПОБУДОВА КРИВИХ РЕЛАКСАЦІЇ НАПРУЖЕНЬ. РОЗРАХУНОК КОЕФІЦІЄНТІВ РІВНЯННЯ РЕЛАКСАЦІЇ ЗА УЗАГАЛЬНЕНОЮ МОДЕЛЛЮ МАКСВЕЛЛА

Мета роботи: навчитися користуватися випробувальною установкою для реєстрації релаксаційних процесів в полімерних матеріалах; навчитися записувати криві релаксації напружень при одновісному деформуванні зразка з в'язко-пружного матеріалу; навчитися визначати коефіцієнти рівняння релаксації напружень, що відповідає узагальненій моделі Максвелла; оцінити точність апроксимації порівняно з експериментальними даними.

Прилади та обладнання: випробувальна машина TIRA-test 2151; штангенциркуль з ціною поділки 0.05 мм; секундомір.

Досліджуваний матеріал: _____

Тип зразка: _____

Розміри зразка: товщина $b =$ _____ мм, ширина $h =$ _____ мм,
робоча довжина зразка $L_0 =$ _____ мм,
початкова площа поперечного перерізу $F_0 = b \times h =$ _____ мм².

Завдання: отримати криву релаксації напруження при розтягу зразка за постійної деформації; пояснити наявність релаксаційного процесу в полімерному матеріалі; розрахувати значення модуля релаксації дослідженого матеріалу для різних моментів часу; розрахувати коефіцієнти рівняння, що описує релаксацію напружень за узагальненою моделлю Максвелла; визначити похибку апроксимації; розрахувати на скільки відсотків знизиться напруження в зразку за 1 хв, 1 годину, 1 добу після навантаження.

Порядок випробувань:

1. Кондиціонування зразків.
2. Закріплення зразків в затискувачах випробувальної установки та витримка протягом **30 хв.** при температурі випробування для прогріву.
3. Швидкий розтяг (або стиск) до заданого значення деформації ϵ_k .
4. Реєстрація значень зусиль при таких значеннях часу спостережень: **1с, 5 с, 15 с, 30 с, 1 хв., 5 хв., 15 хв., 30 хв., 1 год.** і так далі через кожні **30 хв.** після початку експерименту.
5. Результати довготривалих випробувань, що проведені при різних температурах, надає керівник лабораторних робіт у вигляді окремої таблиці.

Обробка результатів вимірювань:

1. Визначено

- напруження в кожний момент часу $\sigma(t) = P(t) / F_0$;
- модуль релаксації (експериментальні дані) $E^e(t) = \sigma(t) / \epsilon_k$;
де F_0 - площа поперечного перерізу зразка;
 $\epsilon_k = \Delta L / L_0$ задана відносна деформація зразка;
 ΔL - видовження зразка;
 L_0 - робоча довжина зразка.

2. Зусилля в зразку при $t = 0$ визначено за діаграмою деформування, записаною при тій же швидкості деформування, як при випробуванні на релаксацію.

3. Результати занесені до табл. 2.4.1.



Рис. 2.4.2. Другий крок

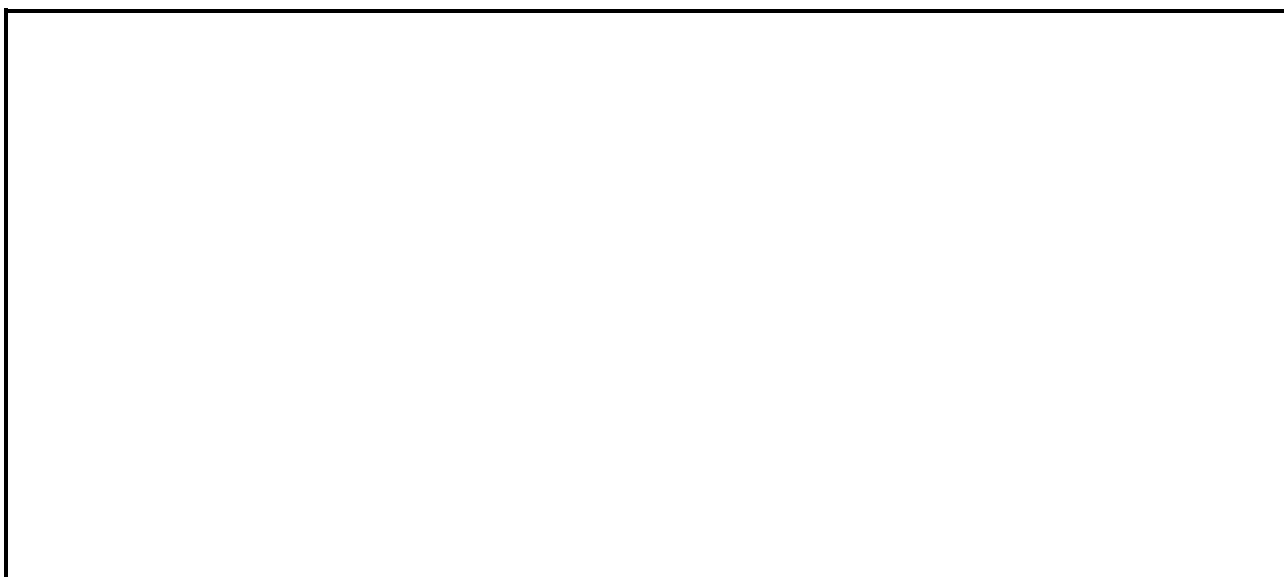


Рис. 2.4.3. Третій крок



Рис. 2.4.4. Четвертий крок

5. Знайдені коефіцієнти занесені до табл. 2.4.2.

Табл. 2.4.2. Коефіцієнти рівняння релаксації напружень у полімерному матеріалі (2.4.1), що відповідає узагальненій моделі Максвелла

Коефіцієнти	i = 1	i = 2	i = 3	i = 4
Модулі E_i , МПа				
Часи релаксації τ_i , секунди				

Кінцеве рівняння, що відповідає узагальненій моделі Максвелла:

$$E^P(t) = \text{---} \cdot \exp(-t / \text{---}) + \text{---} \cdot \exp(-t / \text{---}) + \text{---} \cdot \exp(-t / \text{---}) + \text{---} \cdot \exp(-t / \text{---}).$$

У цьому рівнянні розмірність модулів - МПа, розмірність часу - секунди.

Розрахункові значення $E^P(t)$ занесені до табл. 2.4.1.

Точність апроксимації оцінена за відносними похибками

$$\Delta = [(E - E^P) / E] \cdot 100\%$$

Стислі відомості про випробуваний матеріал: _____

Додаткові дані про випробуваний матеріал: _____

Висновки по роботі: _____

Випробування виконані _____202__ р.

Лабораторна робота № 2.5

ПОБУДОВА КРИВИХ ПОВЗУЧОСТІ ПРИ РІЗНИХ ТЕМПЕРАТУРАХ. ВИЗНАЧЕННЯ ОБЛАСТЕЙ ЛІНІЙНОСТІ В'ЯЗКО-ПРУЖНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ МАТЕРІАЛІВ.

Мета роботи: навчитись визначити параметри ядра інтегрального рівняння повзучості (за М.А. Колтуновим); навчитись оцінювати точність апроксимації порівняно з експериментальними результатами.

Прилади та обладнання, досліджуваний матеріал, тип зразка, розміри зразка та порядок випробувань аналогічні описаним у лабораторній роботі № 2.1.

Завдання: побудувати експериментальну криву повзучості матеріалу; методом суміщень підібрати параметри ядер інтегрального рівняння повзучості; оцінити розходження експериментальних даних та результатів апроксимації.

Методика визначення модулів пружності та параметрів функції впливу.

Для визначення модулів та функції впливу

$$\Gamma(t) = Ae^{-\beta t} t^{\alpha-1} \quad (0 < \alpha < 1),$$
$$K(t) = \frac{e^{-\beta t}}{t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[A\tilde{\Gamma}(\alpha)^n] t^{\alpha n}}{\tilde{\Gamma}(\alpha n)},$$

використано графіки, які розміщені у навчальному посібнику «Повзучість і релаксація» (автор Колтунов М.А.).

Модуль пружності та коефіцієнти ядра повзучості визначають шляхом суміщення експериментальних кривих податливості

$$\bar{\varepsilon}_e(t) \equiv \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_K}$$

та теоретичних кривих

$$\bar{\varepsilon}_T(t) = 1 + \int_0^t K(t-\tau) d\tau,$$

побудованих у логарифмічних координатах. Їх суміщення здійснюємо горизонтальним та вертикальним зсувами (рис. 2.5.1).

Вертикальне зміщення дорівнює $\lg E$.

Горизонтальне зміщення вздовж осі $\lg t$ рівносильне лінійному перетворенню координат t .

Для переносу будь-якої точки A кривої 1 з положення A в положення B у рівнянні

$$\bar{\varepsilon}_T(t) = 1 + \int_0^t K(t; \alpha_i; \beta_i; A_i) dt$$

зробили заміну $t_T = k \cdot t_e$.

Експериментальні параметри α_e , β_e та A_e знайдені за формулами

$$\alpha_e = k \cdot \alpha_T, \quad \beta_e = k \cdot \beta_T, \quad A_e = k^{\alpha_T} \cdot A_T, \quad \text{де } k = t_T/t_e.$$

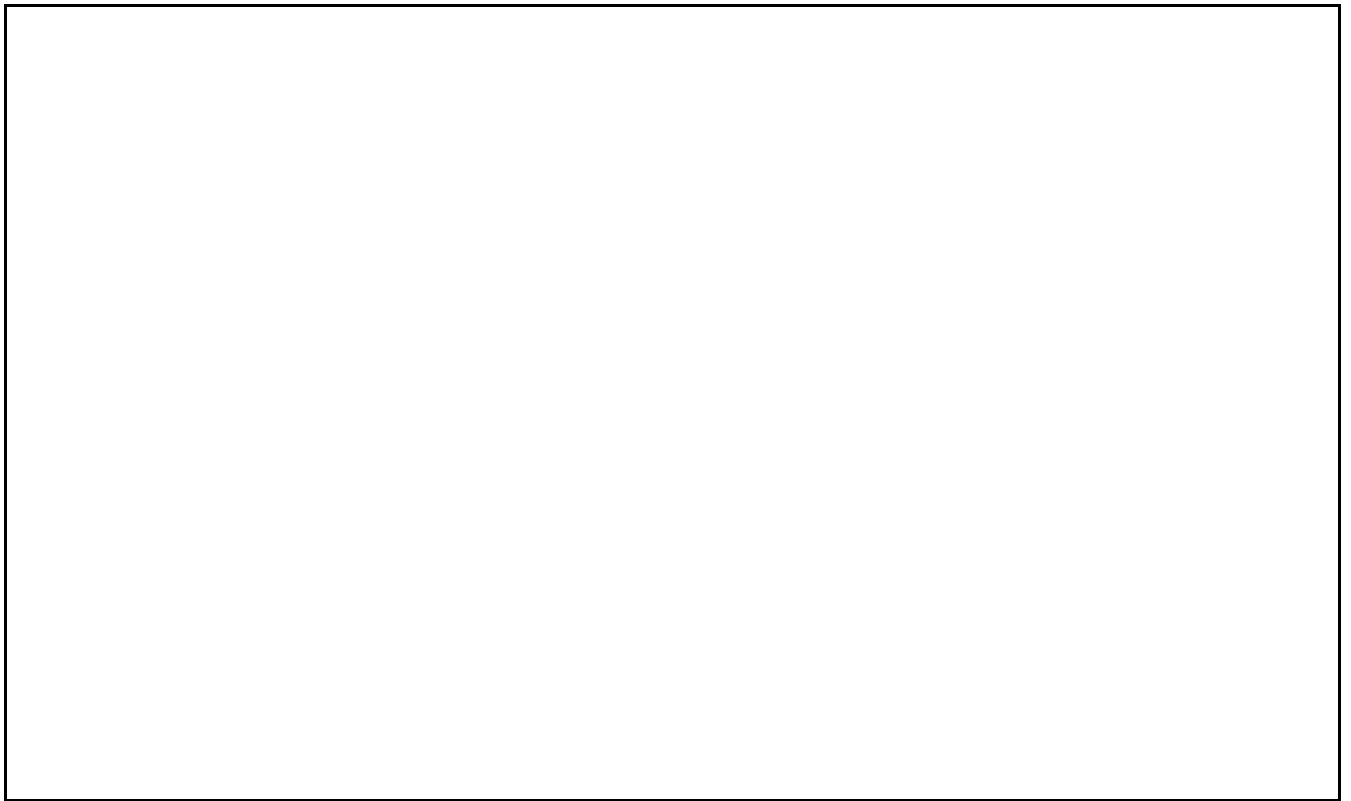


Рис 2.5.1. Схема визначення параметрів ядра рівняння повзучості

Значення знайдених модуля пружності та коефіцієнтів інтегральних рівнянь розміщені в табл. 2.5.2.

Табл. 2.5.2. Значення модуля пружності та параметри ядра рівняння повзучості

Параметр	lgE	$E, \text{МПа}$	α_T	β_T	A_T	k	α_e	β_e	A_e
Значення									

Довідникові відомості про випробуваний матеріал

- наведені у протоколі до лабораторної роботи 2.1.

Висновки:

Дата проведення випробувань: _____