

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

До захисту допущено
Завідувач кафедри
Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

“ ” 2020 р.

Дипломна робота
освітньо-кваліфікаційного рівня “Бакалавр”

зі спеціальності 131 Прикладна механіка

на тему: «Розрахунок і проектування конструктивних елементів та вузлів установки КМ50-1 для дослідження матеріалів при крученні»

Виконав: студент 4 курсу, групи МП-61

Овчаренко Єгор Ігорович
(прізвище, ім'я, по батькові)

(підпис)

Керівник к.т.н., доц. Заховайко Олександр Панасович

(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

(підпис)

Консультант ДМ

(назва розділу)

доц., к.т.н. Лавренко Я.І.

(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали)

(підпис)

Консультант ТММ

(назва розділу)

доц., к.т.н. Заховайко О.П.

(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали)

(підпис)

Консультант Буд. механіка

(назва розділу)

д.т.н., проф. Пискунов С.О.

(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали)

(підпис)

Консультант Теор. пружн.

(назва розділу)

д.т.н., проф. Бабенко. А.Є.

(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали)

(підпис)

Консультант Чисельні методи

(назва розділу)

д.т.н., проф. Рудаков К.М.

(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали)

(підпис)

Консультант Теор. коливань

(назва розділу)

д.т.н., проф. Боронко О.О.

(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали)

(підпис)

Консультант Оригінальна ч.

(назва розділу)

доц., к.т.н. Заховайко О.П.

(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали)

(підпис)

Рецензент

д.т.н., проф. Данильченко Ю.М.

(посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

(підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень з
праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент _____

Київ – 2020 рік

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**

Інститут механіко-машинобудівний

Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Освітньо-кваліфікаційний рівень «Бакалавр»

Спеціальність 131 «Прикладна механіка»

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри
_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)
«__» _____ 2020 р.

**З А В Д А Н Н Я
НА ДИПЛОМНУ РОБОТУ СТУДЕНТУ
Овчаренку Єгору Ігоровичу
(прізвище, ім'я, по батькові)**

1. Тема роботи «Розрахунок і проектування конструктивних елементів та вузлів установки КМ50-1 для дослідження матеріалів при крученні»,
керівник роботи Заховайко Олександр Панасович, к.т.н., доц., _____
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету від «__» _____ 20__ р. № _____

2. Термін подання студентом роботи 10.06.2020 р.

3. Вихідні дані до роботи Установка КМ50-1 для випробувань матеріалів при крученні, максимальний момент на захваті – 15 кНм, кутова швидкість захвата – 3,5 хв⁻¹.

4. Зміст роботи
Проектування і розрахунок привода випробувальної установки
Проектування корегованого евольвентного зачеплення зубчастих коліс
Розрахунок круглої ступінчастої пластини
Визначення НДС у циліндрі при стисканні зосередженими силами
Чисельні розрахунки НДС випробувального зразка
Визначення власних частот та відповідних власний форм коливань
Оригінальна частина

5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням плакатів, презентацій тощо)
10 плакатів, записка містить 124 сторінки, 32 ілюстрації, 14 таблиць, 5 додатків та 22 джерела використаної літератури.

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
ДМ	к.т.н., доц. Лавренко Я.І.		
Теор. пружн.	д.т.н., проф. Бабенко. А.Є.		
ТММ	к.т.н., доц. Заховайко О.П.		
Буд. механіка	д.т.н., проф. Пискунов С.О.		
Чисельні методи	д.т.н., проф. Рудаков К.М.		
Теор. коливань	д.т.н., проф. Боронко О.О.		
Оригінальна частина	к.т.н., доц. Заховайко О.П.		

7. Дата видачі завдання 01.10.2019 р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури	01.12.2019 р.	
2	Виконання 1-2 розділів	01.02.2020 р.	
3	Виконання 3-4 розділів	01.04.2020 р.	
4	Виконання 5-7 розділів	01.06.2020 р.	
5	Передзахист	11.06.2020 р.	
6	Захист дипломної роботи	17.06.2020 р.	

Студент

(підпис)

Єгор ОВЧАРЕНКО

Керівник роботи

(підпис)

Олександр ЗАХОВАЙКО

Анотація

Дана бакалаврська робота присвячена модифікації привода випробувальної установки КМ50-1 для дослідження матеріалів при крученні. В даній роботі проведено модифікацію приводу і редуктора шляхом вибору оптимальних для даних умов. Спроектовані елементи приводу, за показниками зачеплення за допомогою програмного забезпечення K-PRO оптимізовано зубчасту передачу задля уникнення підрізання зубців. Розраховано на міцність і жорсткість опорну плиту, на якій фіксується дана установка. Методами теорії пружності проведено розрахунки напружено-деформованого стану циліндра при прикладеному навантаженні на бічних поверхнях. За допомогою методу скінченних елементів та програмного комплексу ANSYS досліджено напружено-деформований стан тонкостінного зразка для дослідження при крученні. Методами теорії коливань визначено власні частоти та форми коливань системи з двома степенями вільності. В останньому розділі описано, як було сконструйовано установку для випробувань частин ендопротезу на стирання. Сформульовані загальні висновки по роботі.

Записка містить 124 сторінки, 32 рисунків, 14 таблиць, 5 додатків.

Ключові слова: *випробувальна установка, редуктора, кінематична схема, циліндрична передача, конічна передача, розрахунок валів, підшипники, зразок, напружено-деформований стан, опорна плита, коливання, власні частоти, власні форми.*

Робота складається з текстової та графічної частини, містить 5 додатків зі специфікаціями до креслень, креслення та хід розрахунку.

Abstract

This bachelor work is devoted to the modification of the drive of the testing machine KM50-1 for the torsion testing of materials. In this work, the drive and gearbox are changed to more optimal ones. Designed drive elements, gear ratios are optimized for engagement with help of K-PRO software in order to avoid cutting the teeth. The strength and rigidity of the base plate are calculated, on which the testing machine is fixed. With help of the methods of the elasticity theory calculations of the stress-strain state of the cylinder with the applied load on the side surfaces were made. Using the finite element method and ANSYS software, the stress-strain state of a thin-walled specimen was studied for torsion research. With help of the methods of the oscillations theory normal modes of the system with two degrees of freedom were determined. In the last section there is an description on how a special machine for endoprosthesis testing was built. General conclusions on work are formulated.

The note contains 124 pages, 32 figures, 14 tables, 5 applications.

Keywords: *test setup, reducer, kinematic scheme, cylindrical transmission, bevel gear, calculation of shafts, substrates, sample, stress-strain state, base plate, oscillations, normal modes.*

The work consists of a text and graphic part, contains an application with specifications for drawings, a drawing and a MathCad sheet.

Зміст

1. Проектування і розрахунок привода випробувальної установки КМ-50	9
1.1. Опис прототипу та кінематична схема привода	9
1.2. Вибір двигуна	12
1.3. Кінематичний і силовий розрахунок привода	13
1.4. Розрахунок зубчастих передач редуктора	15
1.4.1. Розрахунок конічної прямозубої передачі	15
1.4.1.1. Визначення допустимих напружень	15
1.4.1.2. Визначення мінімального зовнішнього ділильного діаметра конічного колеса	16
1.4.1.3. Обчислення зовнішнього колового модуля	17
1.4.1.4. Попередні значення деяких параметрів передачі	17
1.4.1.5. Розрахунок параметрів конічної передачі	18
1.4.2. Розрахунок прямозубої циліндричної передачі	20
1.4.2.1. Визначення допустимих напружень	20
1.4.2.2. Проектний розрахунок передачі	21
1.4.2.3. Попередні значення деяких параметрів передачі	22
1.4.2.4. Розрахунок параметрів зубчатої передачі	23
1.5. Розрахунок валів та їх опор	24
1.5.1. Розрахунок швидкохідного вала	24
1.5.1.1. Проектний розрахунок і конструювання вала	24
1.5.1.2. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розмірів підшипників	24
1.5.1.3. Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипник	25
1.5.2. Розрахунок проміжного вала	26
1.5.2.1. Проектний розрахунок і конструювання вала	26
1.5.2.2. Перевірка статичної міцності вала	26
1.5.2.3. Розрахунок вала на витривалість	30

1.5.2.4. Розрахунок вала на жорсткість	31
1.5.2.5. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників.....	33
1.5.2.6. Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипник	34
1.5.2.8. Розрахунок довговічності підшипника	34
1.5.3. Розрахунок тихохідного вала	35
1.5.3.1. Проектний розрахунок і конструювання вала.....	35
1.5.3.2. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників.....	35
1.5.3.3. Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипник	36
2. Проектування корегованого евольвентного зачеплення зубчастих коліс.....	37
2.1. Показники якості зачеплення	37
2.2. Порядок розрахунку параметрів не корегованої передачі.....	38
2.3. Порядок розрахунку параметрів корегованої передачі	42
2.4. Висновки	50
3. Розрахунок кругової ступінчатої пластини на міцність і жорсткість.....	51
3.1. Перший розрахунок	55
3.2. Другий розрахунок.....	56
3.3. Визначення параметрів.....	58
4. Визначення НДС у циліндрі при стисканні зосередженими силами.....	63
5. Чисельні розрахунки напружено-деформованого стану випробувального зразка.....	72
5.1. Вибір зразка та його розрахункової моделі.....	72
5.2. Постановка крайової задачі	75
5.3. Постановка крайової задачі пружності.....	75
5.4. Алгоритм розв'язку.....	76
5.5. Розрахункова схема	78
5.6. Результати розрахунків та їх аналіз	79
6. Визначення власних частот та відповідних власних форм коливань	80

6.1. Числові розрахунки власних частот та відповідних власних форм крутих коливань для системи з двома ступенями вільності	80
6.2. Чисельний розрахунок власних частот та відповідних власних форм згинальних коливань для системи з двома ступенями вільності	86
6.2.1. Розрахунок власних частот методом сил	86
6.2.2 Метод Релея.....	90
6.2.3 Метод Донкерлі	91
7. Установка для тривалих випробувань на стирання ендопротезів скронево-нижньощелепних суглобів	92
7.1. Постановка задачі	92
7.2. Детальна інформація про використані матеріали.....	93
7.2.1. Титаналюмінійванадієвий сплав Ti-6Al-4V Grade 5	93
7.2.2. Органічний полімер РЕЕК.....	94
7.3. Проектування установки	95
7.4. Розрахунки різьбових з'єднань, визначення сили затяжки та розрахунок на жорсткість.....	101
7.5. Підготовка до проведення експерименту.....	112
Список використаної літератури	113
Додатки.....	115
Додаток А.....	115
Додаток Б	119
Додаток В.....	120
Додаток Г	123
Додаток Д.....	124

1. Проектування і розрахунок привода випробувальної установки КМ-50

1.1. Опис прототипу та кінематична схема привода

Прототип КМ50-1 відноситься до типу випробувальних машин з механічним навантаженням зразка і важільно-маятниковим вимірювачем сили, що дає можливість визначити основні фізико-механічні характеристики різних матеріалів при крученні.

Привід являє собою зварену металеву раму, яка вміщає електродвигун (10), редуктор (11), черв'ячну передачу та передачу гвинт-гайку для регулювання відстані між захватами (5). З'єднання валів двоступінчастого конічно-циліндричного редуктора з електродвигуном та відкритою черв'ячною передачею за допомогою муфт. Черв'ячне колесо утримується за допомогою стопорної гайки (6) і передає обертовий момент до захвату за допомогою гвинта (3). Моніторинг результату експерименту відбувається за допомогою лімба (14) із шкалою та стрілки (16), яка відхиляється на певний кут за допомогою системи зубчастих коліс (4), (7) та (8) і показує поточне значення моменту. Кут закручення зразка (1) можна побачити на шкалі, яка знаходиться на нижньому захваті. Шкала кута закручення має 360 поділок, ціна поділки відповідає куту закручення в 1° . Для відліку кількості повних обертів ходового гвинта встановлений спеціальний пристрій, який розрахований на максимальну кількість в 10 обертів.

Система переміщення захватів (23) та (2) складається з двох жорстких циліндричних колон, верхні кінці яких з'єднані нерухомою траверсою, а знизу закріплені на плиті та ходових гвинтів, кінці яких зафіксовані в плиті привода та верхній траверсі на радіальних та опорних кулькових підшипниках. Всередині ходового гвинта встановлена пружина, яка пом'якшує удар захвату по торцю ходового гвинта при руйнуванні зразка.

Механізм навантаження відрегульований таким чином, що електродвигун автоматично вимикається мікровимикачем при досягненні максимального моменту, встановленого на шкалі.

Мінімальна відстань між захватами дорівнює 60 мм, максимальна – 700 мм. Для простоти встановлення зразку у захвати зроблені спеціальні прорізи, при цьому зразок надійно зафіксований.

Кінематична схема двоступінчастого конічно-циліндричного редуктора наведена на рис. 1.1.

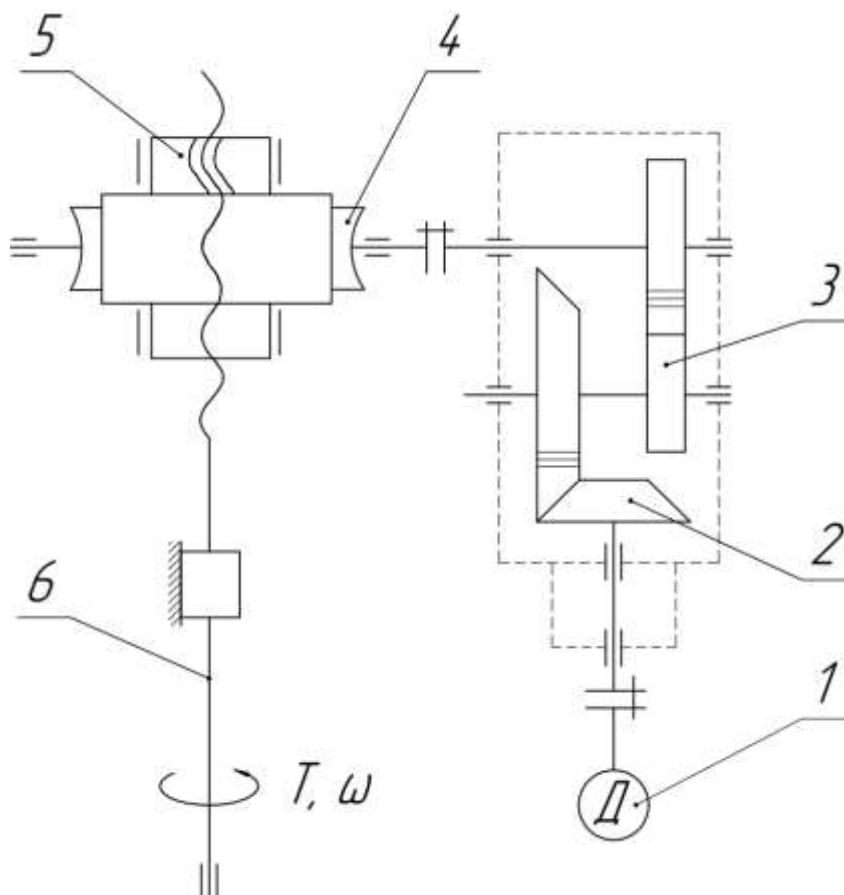


Рис. 1.1 Кінематична схема приводу: 1- двигун, 2 – циліндрична прямозуба передачі; 3 – черв'ячна передача; 4 – черв'ячна передача; 5 – гвинт.

Ескіз установки наведено на рис.1.2.

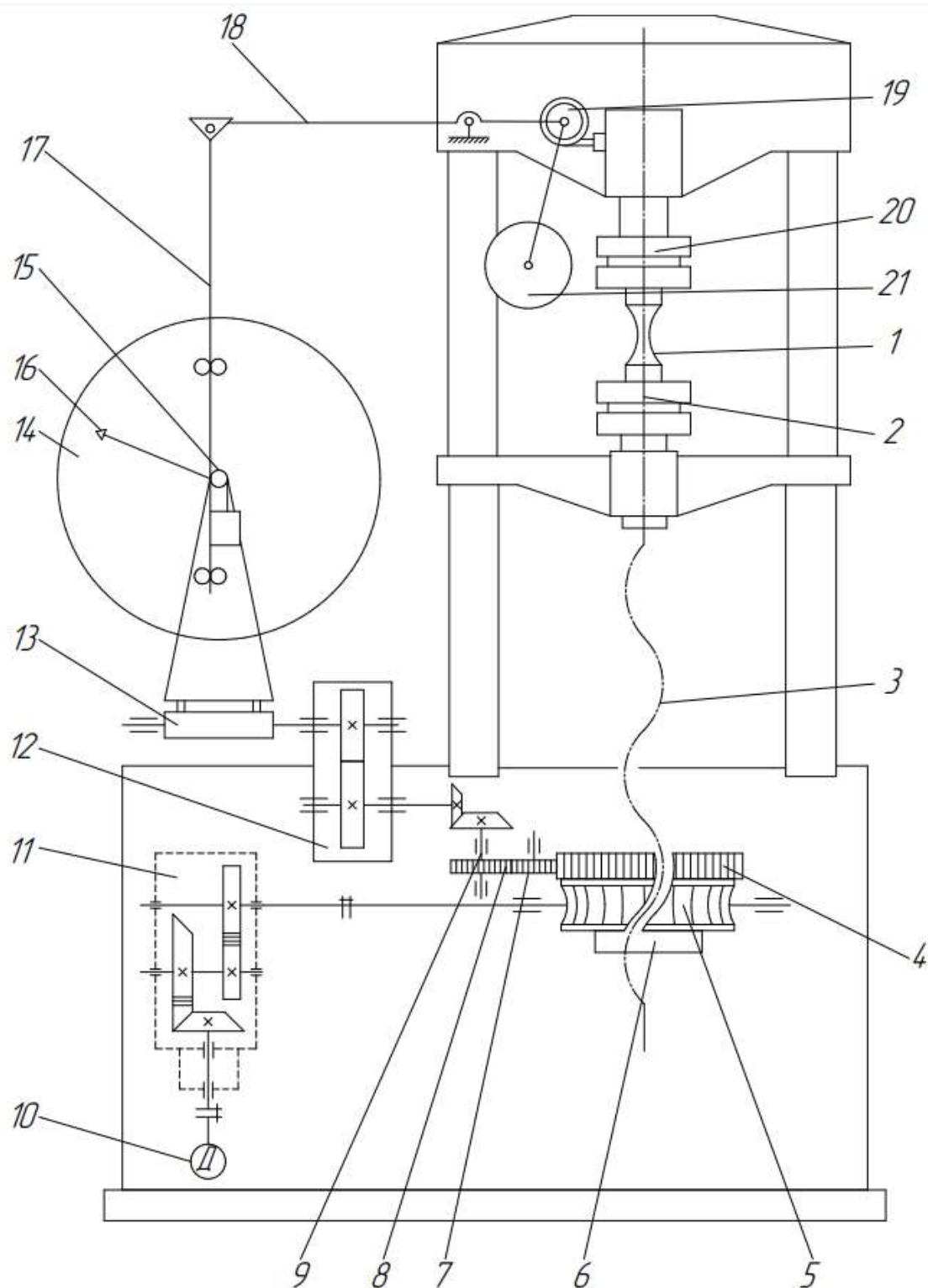


Рис. 1.2. Ескіз установки: 1 – зразок; 2 – захват нижній; 3 – гвинт; 4 – зубчасте колесо; 5 – черв'ячне колесо; 6 – стопорна гайка; 7 – зубчасте колесо; 8- зубчасте колесо; 9 – валик; 10 – електродвигун; 11 – редуктор; 12 – циліндричний редуктор; 13 – барабан; 14 – лімб; 15 – ролик; 16 – стрілка; 17 – тяга; 18 – важіль; 19 – ролик; 20 – верхній захват; 21 – противага;

1.2. Вибір двигуна

Розраховуємо номінальну потужність на валу двигуна:

$$P_H = T \cdot \omega = 15000 \cdot \frac{3,5}{60} = 875 \text{ Вт}; \quad (1.1)$$

Знайдемо ККД:

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4 \eta_5^k = 0,965 \cdot 0,985 \cdot 0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,978 = 0,335; \quad (1.2)$$

де

η_1 – ККД прямозубої конічної зубчастої передачі

η_2 – ККД прямозубої циліндричної передачі

η_3 – ККД черв'ячної передачі

η_4 – ККД передачі гвинт-гайка

η_5 – ККД однієї пари підшипників

k – кількість пар підшипників

Визначаємо загальне орієнтовне передатне відношення привода:

$$i' = i'_1 i'_2 i'_3 = 5 \cdot 5 \cdot 50 = 1250; \quad (1.3)$$

де

i'_1 – передатне відношення прямозубої конічної зубчастої передачі

i'_2 – передатне відношення прямозубої циліндричної передачі

i'_3 – передатне відношення черв'ячної передачі

Орієнтовна частота обертання валу двигуна:

$$n'_{дв} = n i'; \quad (1.4)$$

$$n = \omega \cdot \frac{30}{\pi} = 0,058 \cdot \frac{30}{3,14} = 0,557; \quad (1.5)$$

$$n'_{дв} = 1250 \cdot 0,557 = 696,3 \text{ хв}^{-1}; \quad (1.6)$$

$$P_1 = \frac{875}{0,335} = 2615,5 \text{ Вт}; \quad (1.7)$$

Приймаємо за [2, додаток 8] електродвигун АИР112МВ8 з параметрами:

$$P = 3000 \text{ Вт}; n = 709 \text{ хв}^{-1}.$$

1.3. Кінематичний і силовий розрахунок привода

Обравши двигун уточнимо загальне передатне відношення привода

$$i = \frac{n_{\text{дв}}}{n} = \frac{709}{0,557} = 1272; \quad (1.8)$$

Відхилення від орієнтовного передатного відношення 1,73%, що менше від допустимого. Передатне відношення швидкохідної та тихохідної передачі редуктора відповідають рекомендованим співвідношенням, отже визначене раніше орієнтовне передатне відношення повністю задовольняє вимогам даного редуктора.

$$i' = i; i'_1 = i_1; i'_2 = i_2; i'_3 = i_3 \quad (1.9)$$

де

$i_1 = 5$ – передатне відношення прямозубої конічної передачі

$i_2 = 5$ – передатне відношення прямозубої циліндричної передачі

$i_3 = 50$ – передатне відношення черв'ячної передачі

Визначаємо кутові швидкості усіх валів привода:

$$\omega_1 = \omega_{\text{дв}} = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 \cdot 709}{30} = 74,25 \text{ с}^{-1}; \quad (1.10)$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{i_1} = \frac{74,25}{5} = 14,85 \text{ с}^{-1}; \quad (1.11)$$

$$\omega_3 = \frac{\omega_2}{i_2} = \frac{14,85}{5} = 2,97 \text{ с}^{-1}; \quad (1.12)$$

$$\omega_4 = \frac{\omega_3}{i_3} = \frac{2,97}{50} = 0,06 \text{ с}^{-1}; \quad (1.13)$$

Знайдемо потужності на кожному з валів привода:

$$P_k = P_{k-1} \eta_{k-1}; \quad (1.14)$$

$$P_1 = 3000 \text{ Вт}; \quad (1.15)$$

$$P_2 = P_1 \eta_1 = 3000 \cdot 0,965 = 2523,93 \text{ Вт}; \quad (1.16)$$

$$P_3 = P_2 \eta_2 = 2523,93 \cdot 0,985 = 2486,07 \text{ Вт}; \quad (1.17)$$

$$P_4 = P_3 \eta_3 = 2486,07 \cdot 0,6 = 1491,64 \text{ Вт}. \quad (1.18)$$

Знайдемо крутні моменти на всіх валах привода:

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{3000}{74,25} = 35,23 \text{ Нм}; \quad (1.19)$$

$$T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{2523,93}{14,85} = 169,97 \text{ Нм}; \quad (1.20)$$

$$T_3 = \frac{P_3}{\omega_3} = \frac{2486,07}{2,97} = 837,1 \text{ Нм}; \quad (1.21)$$

$$T_4 = \frac{P_4}{\omega_4} = \frac{1491,64}{0,06} = 25113,11 \text{ Нм}; \quad (1.22)$$

Кінематичні та силові характеристики привода наведені в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1. Кінематичні та силові характеристики привода

	Вали			
	I	II	III	IV
Передачі	Прямозуба конічна		Прямозуба циліндрична	Черв'ячна
η	0,965		0,985	0,6
i	5		5	50
ω , с-1	74,25	14,85	2,97	0,06
n , об/хв	709	141,8	28,36	0,57
T , Нм	35,23	169,97	837,10	25113,11
P , Вт	3000	2523,93	2486,07	1491,64

1.4. Розрахунок зубчастих передач редуктора

1.4.1. Розрахунок конічної прямозубої передачі

Схему конічної передачі наведено на Рис. 1.3.

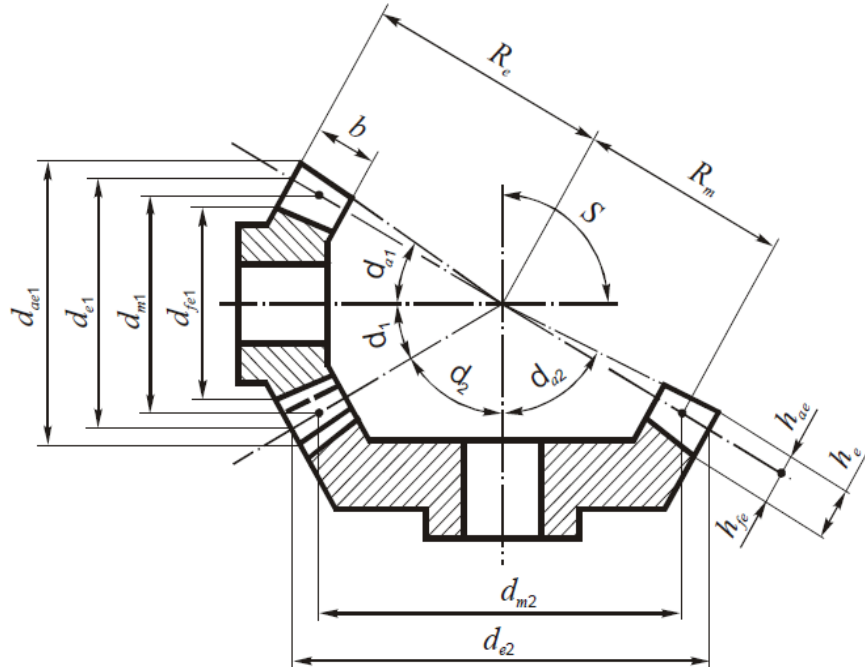


Рис. 1.3. Схема конічної прямозубої передачі

1.4.1.1. Визначення допустимих напружень

Границя контактної витривалості зубців шестерні і колеса:

$$\sigma_{Hlimb1} = 2H_1 + 70 = 2 \cdot 300 + 70 = 670 \text{ МПа}; \quad (1.23)$$

$$\sigma_{Hlimb2} = 2H_2 + 70 = 2 \cdot 295 + 70 = 660 \text{ МПа}; \quad (1.24)$$

База випробувань для матеріалів шестерні та колеса:

$$N_{HO1} = 30 \cdot H_1^{2,4} = 30 \cdot 300^{2,4} = 2,64 \cdot 10^7 \text{ циклів}; \quad (1.25)$$

$$N_{HO2} = 30 \cdot H_2^{2,4} = 30 \cdot 295^{2,4} = 2,53 \cdot 10^7 \text{ циклів}; \quad (1.26)$$

Оскільки $N_{HE1} > N_{HO1}$; $N_{HE2} > N_{HO2}$, то $K_{HL} = 1$.

Приймаємо шорсткість поверхонь зубців $R_a = 1,25 \dots 0,63$. Тоді коефіцієнт $Z_R = 1$. Для коліс з однорідною структурою коефіцієнт запасу $s_H = 1,1$.

Допустимі контактні напруження:

$$[\sigma]_{H1} = \frac{\sigma_{Hlimb1} \cdot Z_R \cdot K_{HL}}{s_H} = \frac{670 \cdot 1 \cdot 1}{1,1} = 609,09 \text{ МПа}; \quad (1.27)$$

$$[\sigma]_{H2} = \frac{\sigma_{Hlimb2} \cdot Z_R \cdot K_{HL}}{s_H} = \frac{660 \cdot 1 \cdot 1}{1,1} = 600 \text{ МПа}; \quad (1.28)$$

Розрахункове допустиме контактне напруження розраховується за наступною формулою, оскільки твердість поверхні зубців нижча від 350 НВ:

$$[\sigma]_H = 0,45 \cdot ([\sigma]_{H1} + [\sigma]_{H2}) = 545 \text{ МПа}; \quad (1.29)$$

Перевіримо умову:

$$[\sigma]_H \leq 1,23[\sigma]_{H2} \leq 1,23 \cdot 600 \leq 738 \text{ МПа}; \quad (1.30)$$

$$545 \text{ МПа} < 738 \text{ МПа}; \quad (1.31)$$

Умова виконується.

1.4.1.2 Визначення мінімального зовнішнього ділильного діаметра конічного колеса

Передавальне число передачі $u = 1 = 5$. Попередньо беремо коефіцієнт ширини зубчастих вінців $K_{be} = 0,255$.

$$K_{bd} = \frac{K_{be}u}{2 - K_{be}} = \frac{0,255 \cdot 5}{2 - 0,255} = 0,73 \quad (1.32)$$

За графіком [3, рис. 24.5], залежно від K_{bd} , визначаємо коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців $K_{H\beta} = 1,16$. Оскільки колесо та шестерня передачі виготовлені зі сталі, то коефіцієнт $K_d = 1000 \text{ МПа}^{1/3}$. Мінімальний зовнішній ділильний діаметр колеса визначається з умови контактної витривалості зубців за формулою:

$$d_{e2min} = K_d \sqrt{\frac{T_1 K_{H\beta} u^2}{K_{be}(1 - K_{be})[\sigma]_H^2}} = 1000 \cdot \sqrt{\frac{35,23 \cdot 1,16 \cdot 25}{0,73 \cdot (1 - 0,73) \cdot 545^2}}; \quad (1.33)$$

$$d_{e2min} = 262,88 \text{ мм}; \quad (1.34)$$

1.4.1.3. Обчислення зовнішнього колового модуля

Вибираємо число зубців шестірні $z_1 = 15$ з конструктивних міркувань, а число зубців колеса $z_2 = uz_1 = 5 \cdot 15 = 75$. Модуль зубців:

$$m_e = \frac{d_{e2min}}{z_2} = \frac{262,88}{75} = 3,5 \text{ мм}; \quad (1.35)$$

За ГОСТ 9563-60 беремо $m_e = 4$ мм, що відповідає 1 ряду.

1.4.1.4. Попередні значення деяких параметрів передачі

Зовнішні ділильні діаметри шестірні та колеса:

$$d_{e1} = m_e z_1 = 4 \cdot 15 = 60 \text{ мм} \quad (1.36)$$

$$d_{e2} = m_e z_2 = 4 \cdot 75 = 300 \text{ мм} \quad (1.37)$$

Зовнішня конусна відстань:

$$R_e = 0,5 m_e \sqrt{z_1^2 + z_2^2} = 0,5 \cdot 4 \cdot \sqrt{15^2 + 75^2} = 152,97 \text{ мм} \quad (1.38)$$

Ширина зубчастих вінців:

$$b = b_1 = b_2 = K_{be} R_e = 0,255 \cdot 152,97 = 39 \text{ мм} \quad (1.39)$$

Середня конусна відстань:

$$R_m = R_e - 0,5b = 152,97 - 0,5 \cdot 39 = 133,47 \text{ мм} \quad (1.40)$$

Середній модуль зубців:

$$m_m = \frac{m_e R_m}{R_e} = \frac{4 \cdot 133,47}{152,97} = 3,49 \text{ мм} \quad (1.41)$$

Середні ділильні діаметри шестірні та колеса:

$$d_{m1} = m_m z_1 = 3,49 \cdot 15 = 52,4 \text{ мм} \quad (1.42)$$

$$d_{m2} = m_m z_2 = 3,49 \cdot 75 = 261,8 \text{ мм} \quad (1.43)$$

Кути при вершинах ділильних конусів шестірні та колеса:

$$\delta_1 = \arctg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arctg\left(\frac{15}{75}\right) = 11,31^\circ \quad (1.44)$$

$$\delta_2 = 90^\circ - \delta_1 = 90^\circ - 11,31^\circ = 78,69^\circ \quad (1.45)$$

Колова швидкість зубчастих коліс:

$$V = 0,5\omega_1 d_{m1} = 0,5 \cdot 74,25 \cdot 52,4 \cdot 10^{-3} = 1,94 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad (1.46)$$

За даними [3, табл. 22.2] виберемо 8-й ступінь точності ($n_{\text{СТ}} = 8$) для всіх показників точності зубчастих коліс та передачі.

Еквівалентні числа зубців конічних шестерні та колеса:

$$z_{v1} = z_1 \frac{\sqrt{1+u^2}}{u} = 15 \cdot \frac{\sqrt{1+25}}{5} = 15,3 \quad (1.47)$$

$$z_{v2} = z_2 \sqrt{1+u^2} = 75 \cdot \sqrt{1+25} = 382,4 \quad (1.48)$$

Коефіцієнт торцевого перекриття зубців:

$$\varepsilon_a = 1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{z_{v1}} + \frac{1}{z_{v2}} \right) = 1,88 - 3,2 \cdot \left(\frac{1}{15,3} + \frac{1}{382,4} \right) = 1,622 \quad (1.49)$$

Колова сила у зачепленні зубчастих коліс:

$$F_t = F_{Ht} = F_{Ft} = \frac{2T_1}{d_{m1}} = \frac{2 \cdot 35,23}{52,4} = 1345,79 \text{ Н} \quad (1.50)$$

1.4.1.5. Розрахунок параметрів конічної передачі

Передача із зміщенням $x_T = 0,05$; $x_1 = 0,51 = -x_2$; $x = 0,51$, що є рекомендованим та необхідним для збільшення ресурсу передачі. Отримані наступні параметри передачі [4]:

1. Розміри елементів зубців:

- висота головки зубця:

$$h_{ae1} = m_n \cdot (1 + x_1) = 4 \cdot 1,51 = 6,04 \text{ мм}; \quad (1.51)$$

$$h_{ae2} = 2m_n - h_{ae1} = 2 \cdot 4 - 6,04 = 1,96 \text{ мм}; \quad (1.52)$$

- висота ніжки зубця:

$$h_{fe1} = h_{ae2} \cdot 0,2m_n = 1,96 \cdot 0,2 \cdot 4 = 2,76 \text{ мм}; \quad (1.53)$$

$$h_{fe2} = h_{ae1} \cdot 0,2m_n = 6,04 \cdot 0,2 \cdot 4 = 6,84 \text{ мм}; \quad (1.54)$$

- зовнішня висота зубця

$$h_{e1} = h_{ae1} + h_{fe1} = 6,04 + 2,76 = 8,8 \text{ мм}; \quad (1.55)$$

$$h_{e2} = h_{ae2} + h_{fe2} = 1,96 + 6,84 = 8,8 \text{ мм}; \quad (1.56)$$

- кут профілю зубців:

$$\alpha_n = 20^\circ. \quad (1.57)$$

2. Розміри вінців зубчастих коліс:

- зовнішні ділильні діаметри

$$d_{e1} = 60 \text{ мм}; \quad (1.58)$$

$$d_{e2} = 300 \text{ мм}; \quad (1.59)$$

- діаметри вершин зубців:

$$d_{ae1} = d_{e1} + 2m_e \cos \delta_1 = 60 + 2 \cdot 4 \cdot \cos 11,31^\circ = 71,85 \text{ мм}; \quad (1.60)$$

$$d_{ae2} = d_{e2} + 2m_e \cos \delta_2 = 300 + 2 \cdot 4 \cdot \cos 78,69^\circ = 300,77 \text{ мм}. \quad (1.61)$$

- діаметри впадин:

$$d_{fe1} = d_{e1} - 2,5m_e \cos \delta_1 = 60 - 2,5 \cdot 4 \cdot \cos 11,31^\circ = 50,59 \text{ мм}; \quad (1.62)$$

$$d_{fe2} = d_{e2} - 2,5m_e \cos \delta_2 = 300 - 2,5 \cdot 4 \cdot \cos 78,69^\circ = 298,12 \text{ мм}. \quad (1.63)$$

- кути головки та ніжки зубців:

$$\operatorname{tg}(\theta_{a1}) = \frac{h_{fe2}}{R_e} = \frac{6,84}{152,97} = 0,045 = \operatorname{tg}(\theta_{f2}) \quad (1.64)$$

$$\operatorname{tg}(\theta_{a2}) = \frac{h_{fe1}}{R_e} = \frac{2,76}{152,97} = 0,018 = \operatorname{tg}(\theta_{f1}) \quad (1.65)$$

Звідси: $\theta_{a1} = \theta_{f2} = 2,65^\circ$; $\theta_{a2} = \theta_{f1} = 1,03^\circ$;

- Кути конуса вершин зубців шестірні та колеса:

$$\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_{a1} = 11,34 + 2,65 = 13,87^\circ \quad (1.66)$$

$$\delta_{a2} = \delta_2 + \theta_{a2} = 78,69 + 1,03 = 79,72^\circ \quad (1.67)$$

- Кути конуса впадин:

$$\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_{f1} = 11,34 - 1,034 = 10,28^\circ \quad (1.68)$$

$$\delta_{f2} = \delta_2 - \theta_{f2} = 78,69 - 2,65 = 76,13^\circ \quad (1.69)$$

1.4.2. Розрахунок прямозубої циліндричної передачі

Схему циліндричної передачі наведено на Рис. 1.4.

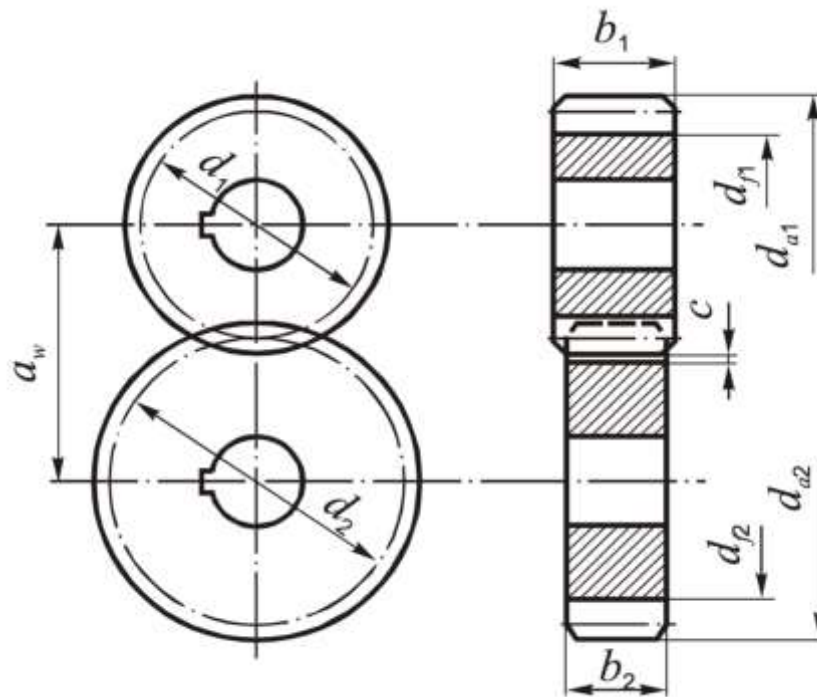


Рис. 1.4. Схема прямозубої циліндричної передачі

1.4.2.1. Визначення допустимих напружень

Границя контактної витривалості зубців шестерні і колеса:

$$\sigma_{Hlimb1} = 2 \cdot H_1 + 70 = 2 \cdot 295 + 70 = 660 \text{ МПа}; \quad (1.70)$$

$$\sigma_{Hlimb2} = 2 \cdot H_2 + 70 = 2 \cdot 245 + 70 = 560 \text{ МПа}; \quad (1.71)$$

База випробувань для матеріалів шестерні та колеса:

$$N_{HO1} = 30 \cdot H_1^{2,4} = 30 \cdot 295^{2,4} = 2,5 \cdot 10^7 \text{ циклів}; \quad (1.72)$$

$$N_{HO2} = 30 \cdot H_2^{2,4} = 30 \cdot 245^{2,4} = 1,63 \cdot 10^7 \text{ циклів}; \quad (1.73)$$

Оскільки $N_{HE1} > N_{HO1}$, то $K_{HL1} = 1$. Але $N_{HE2} < N_{HO2}$, отже:

$$K_{HL2} = \sqrt[6]{\frac{N_{HO2}}{N_{HE2}}} = \sqrt[6]{\frac{1,63 \cdot 10^7}{6,1 \cdot 10^6}} = 1,18; \quad (1.74)$$

Приймаємо шорсткість поверхонь зубців $R_a = 1,25 \dots 0,63$. Тоді коефіцієнт $Z_R = 1$. Для коліс з однорідною структурою коефіцієнт запасу $s_H = 1,1$.

Допустимі контактні напруження:

$$[\sigma]_{H1} = \frac{\sigma_{Hlimb1} \cdot Z_R \cdot K_{HL1}}{s_H} = \frac{660 \cdot 1 \cdot 1}{1,1} = 600 \text{ МПа}; \quad (1.75)$$

$$[\sigma]_{H2} = \frac{\sigma_{Hlimb2} \cdot Z_R \cdot K_{HL2}}{s_H} = \frac{560 \cdot 1 \cdot 1,18}{1,1} = 599,04 \text{ МПа}; \quad (1.76)$$

Розрахункове допустиме контактне напруження розраховується за наступною формулою, оскільки твердість поверхні зубців нижча від 350 НВ:

$$[\sigma]_H = 0,45([\sigma]_{H1} + [\sigma]_{H2}) = 0,45 \cdot (572,73 + 599,04) = 539,57 \text{ МПа}; \quad (1.77)$$

Перевіримо умову:

$$[\sigma]_H \leq 1,23[\sigma]_{H2} \leq 1,23 \cdot 599,04 \leq 626,18 \text{ МПа}; \quad (1.78)$$

Умова виконується.

1.4.2.2. Проектний розрахунок передачі

Попередньо беремо коефіцієнт ширини вінця $\psi_{ba} = 0,25$;

$$\psi_{bd} = 0,5 \cdot \psi_{ba}(u + 1) = 0,5 \cdot 0,4 \cdot (5 + 1) = 0,75; \quad (1.79)$$

В залежності від ψ_{bd} і $H < 350$ НВ за таблицею з [2] маємо $K_{H\beta} = 1,075$; $K_a = 495 \text{ МПа}^{1/3}$ — для прямозубого зачеплення.

Мінімальна міжосьова відстань передачі:

$$a_{\omega min} = K_a(u + 1) \cdot \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot K_{H\beta}}{u \cdot \psi_{ba} \cdot [\sigma]_H^2}} = 495 \cdot (5 + 1) \cdot \sqrt[3]{\frac{169,97 \cdot 1,075}{5 \cdot 0,25 \cdot 539,57^2}} \quad (1.80)$$

$$= 236,06 \text{ мм};$$

Число зубців:

$$z_1 = 22; \quad (1.81)$$

$$z_2 = u \cdot z_1 = 5 \cdot 22 = 110; \quad (1.82)$$

Модуль зубців:

$$m'_n = \frac{2a_{\omega} \cdot \cos\beta}{z_1 + z_2} = \frac{2 \cdot 236,06 \cdot 1}{22 + 110} = 3,58 \text{ мм}; \quad (1.83)$$

Згідно з ГОСТ 9563-60: $m_n = 4 \text{ мм}$.

Перераховуємо a_ω при $m_n = 4$:

$$a_\omega = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} = \frac{4 \cdot (22 + 110)}{2} = 264 \text{ мм}; \quad (1.84)$$

1.4.2.3. Попередні значення деяких параметрів передачі

1. Ділильні діаметри шестерні та колеса:

$$d_1 = \frac{m_n \cdot z_1}{\cos\beta} = \frac{4 \cdot 22}{1} = 88 \text{ мм}; \quad (1.85)$$

$$d_2 = \frac{m_n \cdot z_2}{\cos\beta} = \frac{4 \cdot 110}{1} = 440 \text{ мм}. \quad (1.86)$$

2. Ширина зубчастих вінців:

$$b_2 = \psi_{ba} \cdot a_\omega = 0,25 \cdot 264 = 66 \text{ мм}; \quad (1.87)$$

$$b_1 = b_2 + 4 \text{ мм} = 70 \text{ мм}. \quad (1.88)$$

3. Колова швидкість зубчастих коліс:

$$V = 0,5 \cdot \omega_2 \cdot d_1 = 0,5 \cdot 14,85 \cdot 88 \cdot 10^{-3} = 0,653 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad (1.89)$$

Вибираємо ступінь точності $n_{ст} = 8$ для всіх показників точності зубчастих коліс і передачі [3].

4. Еквівалентна кількість числа зубців шестерні та колеса:

$$z_{V1} = z_1 = 22; \quad (1.90)$$

$$z_{V2} = z_2 = 110. \quad (1.91)$$

5. Коефіцієнт торцевого перекриття:

$$\varepsilon_\alpha = \left[1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right] \cos\beta = \left[1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{22} + \frac{1}{110} \right) \right] = 1,705. \quad (1.92)$$

6. Колова сила у зачепленні коліс:

$$F_t = \frac{2 \cdot T_2}{d_1} = \frac{2 \cdot 169,97 \cdot 10^3}{88} = 3862,96 \text{ Н}. \quad (1.93)$$

1.4.2.4. Розрахунок параметрів зубчатої передачі

1. Розміри елементів зубців:

- висота головки зубця:

$$h_a = m_n = 4 \text{ мм}; \quad (1.94)$$

- висота ніжки зубця:

$$h_f = 1,25m_n = 1,25 \cdot 4 = 5 \text{ мм}; \quad (1.95)$$

- кут профілю зубців:

$$\alpha_n = 20^\circ. \quad (1.96)$$

2. Розміри вінців зубчастих коліс:

- ділильні діаметри

$$d_1 = 88 \text{ мм}; \quad (1.97)$$

$$d_2 = 440 \text{ мм}; \quad (1.98)$$

- діаметри вершин зубців:

$$d_{\alpha 1} = d_1 + 2m_n = 88 + 2 \cdot 4 = 96 \text{ мм}; \quad (1.99)$$

$$d_{\alpha 2} = d_2 + 2m_n = 440 + 2 \cdot 4 = 448 \text{ мм}. \quad (1.100)$$

- діаметри впадин:

$$d_{f1} = d_1 - 2,5m_n = 88 - 2,5 \cdot 4 = 78 \text{ мм}; \quad (1.101)$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,5m_n = 440 - 2,5 \cdot 4 = 430 \text{ мм}. \quad (1.102)$$

1.5. Розрахунок валів та їх опор

1.5.1. Розрахунок швидкохідного вала

1.5.1.1. Проектний розрахунок і конструювання вала

Так як швидкохідний вал – це вал-шестерня, тому матеріал відповідає вибраному для конічної шестерні: Сталь 40Х, для якої $\sigma_B = 980$ МПа; $\sigma_T = 786$ МПа; $[\tau] = 25$ МПа, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

З умови міцності на чисте кручення визначимо мінімальний допустимий діаметра вала, в цьому випадку це діаметр вихідного кінця [2]:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 35,23}{\pi \cdot 25}} = 19,3 \text{ мм}; \quad (1.103)$$

З конструктивних міркувань оберемо $d = 25$ мм.

$d_n = 30$ мм – діаметр під підшипники;

$d_6 = 36$ мм – діаметр буртика.

1.5.1.2. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розмірів підшипників

Підбираємо підшипники кочення для вхідного вала редуктора за такими зовнішніми навантаженнями, одержаними при розрахунку вала:

$$R_A = \left| \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Ax}^2} + R_{Af} \right| = \left| \sqrt{348,61^2 + 1089,51^2} - 680,29 \right| = 463,63 \text{ Н}; \quad (1.104)$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bx}^2} + R_{Bf} = \sqrt{828,93^2 + 2435,29^2} + 352,60 = 2925,1 \text{ Н}; \quad (1.105)$$

Осьове навантаження вала $F_a = 96$ Н; діаметр вала для підшипників $d_n = 30$; кутова швидкість вала $\omega = 74,25 \text{ с}^{-1}$. Необхідна довговічність підшипників $L_h = 10000$ год., при 90% надійності враховуючи такі умови: типовий режим навантаження вала – середній нормальний (СН), короткочасне перевантаження до 150%, робоча температура підшипників до 50 °С. В перерізі В (оскільки для опори є найбільшим навантаженням):

$$\frac{F_a}{R_B} = \frac{96}{2925,1} = 0,03 \quad (1.106)$$

тому доцільно для опор вала застосовати радіально упорні роликові підшипники серії 7306А для яких: $C_0 = 39000 \text{ Н}$; $C_r = 52800 \text{ Н}$. Підшипники обрано за ГОСТ 27365-87.

1.5.1.3. Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипник

Для заданого типового режиму навантаження (СН) коефіцієнт інтенсивності $K_e = 0,63$. Згідно з умови роботи підшипника обираємо наступні параметри [3]:

- Обертання внутрішнього кільця підшипника: $V = 1$;
- Коефіцієнт безпеки при короткочасних перевантаженнях: $K_\sigma = 1,5$;
- Температурний коефіцієнт: $K_T = 1$;
- Параметр осьового навантаження $e = 0,34$;

та коефіцієнти $X = 1, Y = 0$ за каталогом. Тоді розрахункове еквівалентне навантаження на підшипники:

$$R = (XVR_B + YF_a)K_\sigma K_T = (1 \cdot 1 \cdot 2925,1 + 0 \cdot 96) \cdot 1,5 \cdot 1 = 4387,65 \text{ Н}; \quad (1.107)$$

$$R_e = K_e R = 0,63 \cdot 4387,65 = 2764,22 \text{ Н}; \quad (1.108)$$

1.5.2. Розрахунок проміжного вала

1.5.2.1. Проектний розрахунок і конструювання вала

Для виготовлення вала беремо конструкційну сталь загальної якості марки Ст4, для якої $\sigma_B = 400$ МПа; $\sigma_T = 255$ МПа; $[\tau] = 25$ МПа.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 169,97}{\pi \cdot 25}} = 32,6 \text{ мм}; \quad (1.109)$$

З конструктивних міркувань оберемо $d = 40$ мм.

$d_n = 40$ мм – діаметр під підшипники;

$d_k = 48$ мм – діаметр під конічне зубчасте колесо;

$d_{ц} = 42$ мм – діаметр під циліндричну зубчасту шестерню;

$d_6 = 56$ мм – діаметр буртика.

Довжини ділянок вибираємо за рекомендаціями [3, 4]. Отримали:

$$L_1 = 64,02 \text{ мм}; L_2 = 63,48 \text{ мм}; L_3 = 67,5 \text{ мм};$$

$$L = L_1 + L_2 + L_3 = 64,02 + 63,48 + 67,5 = 195 \text{ мм}; \quad (1.110)$$

Повна довжина всього валу буде більшою і дорівнюватиме:

$$L_{\text{габ}} = 250,5 \text{ мм};$$

1.5.2.2. Перевірка статичної міцності вала

Сили в зачепленні циліндричної передачі:

$$F_{t1} = 3862,96 \text{ Н} – \text{колова сила};$$

$$F_{r1} = 1406 \text{ Н} – \text{радіальна сила};$$

$$F_{a1} = 0 \text{ Н} – \text{осьова сила}.$$

Сили в зачепленні конічної передачі:

$$F_{r2} = 96,06 \text{ Н} – \text{радіальна сила};$$

$$F_{t2} = 1345,79 \text{ Н} – \text{колова сила};$$

$$F_{a2} = 480,31 \text{ Н} – \text{осьова сила}.$$

Згинальний момент від сили F_{a2} :

$$M_{a2} = F_{a2} \frac{d_{m2}}{2} = 480,31 \cdot \frac{261,8}{2} = 62862,96 \text{ Нмм}; \quad (1.111)$$

Запишемо рівняння рівноваги, знайдемо реакції опор на відповідних ділянках:

У YOZ площині:

Рівняння рівноваги:

$$\sum Y_i = R_A - F_{r1} + F_{r2} + R_D = 0; \quad (1.112)$$

$$\sum M_{Ai} = F_{r2}L_1 + R_DL - F_{r1}(L_1 + L_2) - M_{a2} = 0; \quad (1.113)$$

Визначення реакцій опор:

$$R_D = \frac{F_{r1}(L_1 + L_2) - F_{r2}L_1 + M_{a2}}{L} =$$

$$= \frac{1406 \cdot (64,02 + 63,48) - 96,06 \cdot 64,02 + 62862,96}{195} \quad (1.114)$$

$$= 1210,2 \text{ Н}$$

$$R_A = F_{r1} - F_{r2} - R_D = 1406 - 96,06 - 1210,02 = 99,79 \text{ Н} \quad (1.115)$$

У XOZ площині:

Рівняння рівноваги:

$$\sum Y_i = R_A - F_{t2} - F_{t1} + R_D = 0; \quad (1.116)$$

$$\sum M_{Ai} = -F_{t2} \cdot L_1 - F_{t1}(L_1 + L_2) + R_D \cdot L = 0; \quad (1.117)$$

Визначення реакцій опор:

$$R_D = \frac{F_{t2} \cdot L_1 + F_{t1}(L_1 + L_2)}{L}$$

$$= \frac{1345,79 \cdot 64,02 + 3862,96 \cdot (64,02 + 63,48)}{195} = 2967,62 \text{ Н}; \quad (1.118)$$

$$R_A = F_{t1} + F_{t2} - R_D = 3862,96 + 1345,79 - 2967,62 = 2241,13 \text{ Н}; \quad (1.119)$$

Розрахункові схеми проміжного валу редуктора наведені на рис. 1.5.

Сумарні згинальні моменти в перерізах В і С:

$$M_B = \sqrt{(M_y^B)^2 + (M_x^B)^2} = \sqrt{143477,79^2 + 69251,72^2} = 159316,28 \text{ Нмм}; \quad (1.120)$$

$$M_C = \sqrt{(M_y^C)^2 + (M_x^C)^2} = \sqrt{200313,52^2 + 81684,54^2} = 216328,16 \text{ Нмм}; \quad (1.121)$$

Оскільки обертові моменти в перерізах В і С однакові, а найбільший згинальний момент у перерізі С, при чому в цьому ж перерізі найменший діаметр вала, то перевірку на міцність виконуємо для перерізу С:

Номінальні напруження в перерізі:

$$\sigma_{зг} = \frac{32M_C}{\pi d^3} = \frac{32 \cdot 216328,16}{3,14 \cdot 42^3} = 29,74 \text{ МПа}; \quad (1.122)$$

$$\sigma_c = \frac{4F_{a2}}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 480,31}{3,14 \cdot 42^2} = 0,35 \text{ МПа}; \quad (1.123)$$

$$\tau = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3} = \frac{16 \cdot 176135}{3,14 \cdot 42^3} = 12,11 \text{ МПа}; \quad (1.124)$$

За III-м критерієм міцності визначаємо еквівалентні напруження:

$$\sigma_{екв} = \sqrt{(\sigma_{зг} + \sigma_c)^2 + 4\tau^2} = \sqrt{(29,74 + 0,35)^2 + 4 \cdot 12,11^2} = 38,62 \text{ МПа}; \quad (1.125)$$

Допустиме еквівалентне напруження:

$$[\sigma]_{екв} = 0,8\sigma_T = 0,8 \cdot 255 = 204 \text{ МПа}; \quad (1.126)$$

Максимальне еквівалентне напруження при короткому перевантаженні:

$$\sigma_{екв}^{max} = \sigma_{екв} R_{\Pi} = 38,62 \cdot 2 = 77,25 \text{ МПа}; \quad (1.127)$$

Умова статичної міцності виконується, оскільки

$$\sigma_{екв}^{max} = 77,25 \text{ МПа}; [\sigma]_{екв} = 204 \text{ МПа} \Rightarrow \sigma_{екв}^{max} \leq [\sigma]_{екв}. \quad (1.128)$$

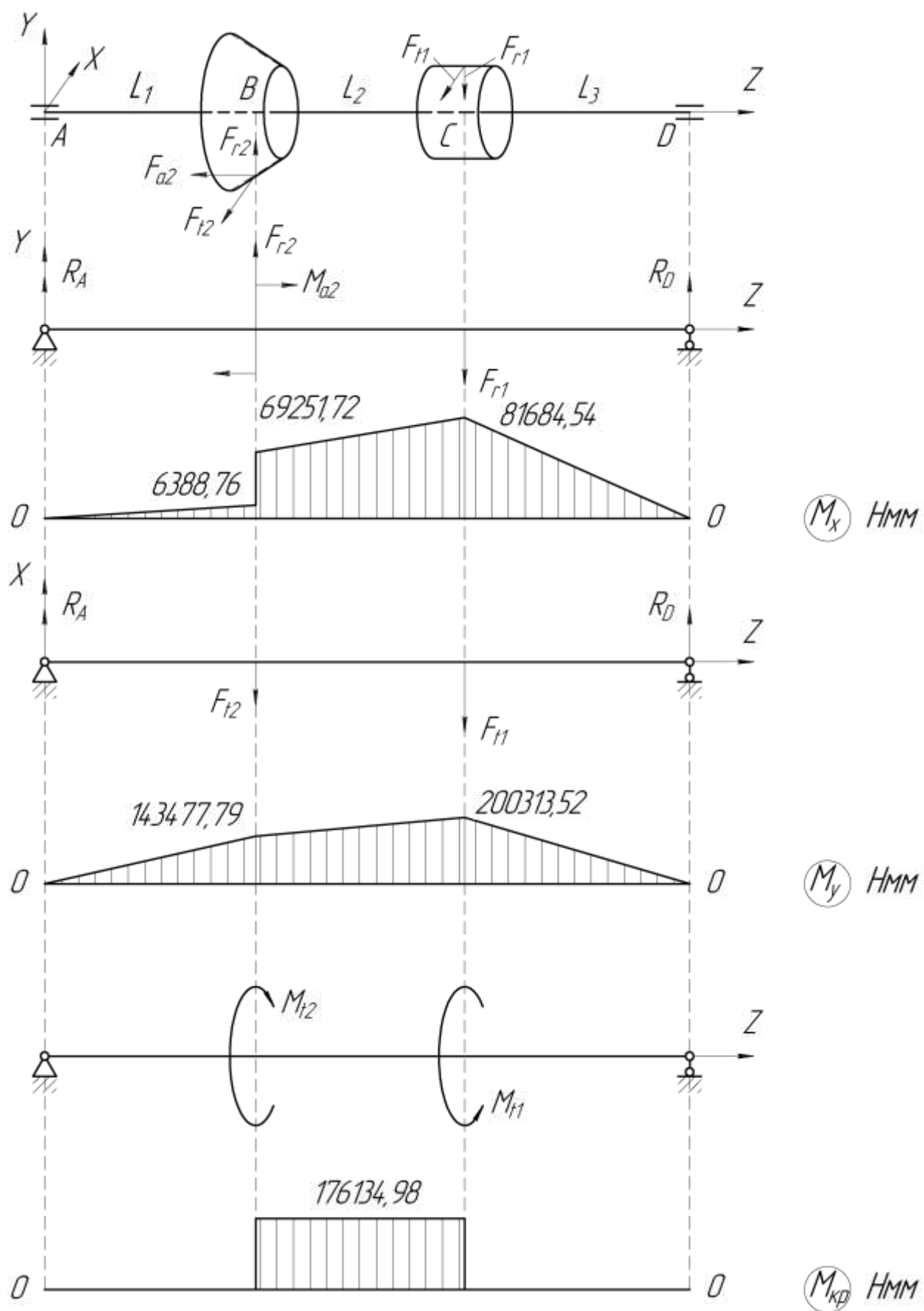


Рис. 1.5 Розрахункові схеми проміжного валу редуктора

1.5.2.3. Розрахунок вала на витривалість

Границя втоми матеріалу вала для симетричного циклу:

$$\sigma_{-1} = 0,45\sigma_B = 0,45 \cdot 400 = 180 \text{ МПа}; \quad (1.129)$$

$$\tau_{-1} = 0,25\sigma_B = 0,25 \cdot 400 = 100 \text{ МПа}; \quad (1.130)$$

Амплітуди нормальних і дотичних напружень:

$$\sigma_a = \frac{M_C}{W_{OH}} = \frac{216328,16}{6296} = 34,36 \text{ МПа}; \quad (1.131)$$

$$\tau_a = \frac{T}{2W_{PH}} = \frac{176135}{2 \cdot 13569} = 6,49 \text{ МПа}; \quad (1.132)$$

Відповідно моменти опору в небезпечному перерізу вала:

$$W_{OH} = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt_1(d - t_1)^2}{2d} = 6296 \text{ мм}^3; \quad (1.133)$$

$$W_{PH} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt_1(d - t_1)^2}{2d} = 13569 \text{ мм}^3; \quad (1.134)$$

Середнє значення нормальних та дотичних напружень:

$$\sigma_m = \frac{4F_{a2}}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 480,31}{3,14 \cdot 40^2} = 0,4 \text{ МПа}; \quad (1.135)$$

$$\tau_m = \tau_a = 6,49 \text{ МПа}; \quad (1.136)$$

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень для даного валу вибираємо за таблицями [4, табл.31.1]: $K_\sigma = 1,64$, $K_\tau = 1,37$.

Коефіцієнти чутливості матеріалу вала до симетрії циклу напружень:

$$\psi_\sigma = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4}\sigma_B = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 568 = 0,13; \quad (1.137)$$

$$\psi_\tau = 0,5\psi_\sigma = 0,5 \cdot 0,13 = 0,07; \quad (1.138)$$

Коефіцієнт, що враховує вплив абсолютних розмірів перерізу вала вибираємо за таблицями [4, табл.31.3]: $K_d = 0,85$;

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними і дотичними напруженнями:

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_\sigma \sigma_a}{K_d} + \psi_\sigma \sigma_m} = \frac{180}{\frac{1,64 \cdot 34,36}{0,85} + 0,13 \cdot 0,4} = 2,71; \quad (1.139)$$

$$S_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_{\tau}\tau_a}{K_d} + \psi_{\tau}\tau_m} = \frac{100}{\frac{1,37 \cdot 6,49}{0,85} + 0,07 \cdot 6,49} = 9,27; \quad (1.140)$$

Сумарний коефіцієнт запасу:

$$S = \frac{S_{\sigma}S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 + S_{\tau}^2}} = \frac{2,71 \cdot 9,27}{\sqrt{2,71^2 + 9,27^2}} = 2,6; \quad (1.141)$$

Загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності $S = 2,6 > [S]_{\min} = 1,5$, отже міцність вала у перерізі забезпечується.

1.5.2.4. Розрахунок вала на жорсткість

Будемо вважати, що шпонкові пази по довжині будуть рівними ступиці кінцевого колеса та ширині циліндричної шестерні. Розрахунок з таким припущенням буде давати завищенні результати, але зменшить кількість розглядуваних ділянок з 10 до 7. Моменти інерції кожного з перерізів:

$$I_1 = I_7 = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot (40 \cdot 10^{-3})^4}{64} = 1,26 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4; \quad (1.142)$$

$$\begin{aligned} I_2 = I_3 &= \frac{\pi d_K^4}{64} - \frac{t_{1K} \cdot b_K^3}{12} - \left(\frac{d_K}{2} - \frac{t_{1K}}{2}\right)^2 \cdot b_K \cdot t_{1K} \\ &= \frac{3,14 \cdot (48 \cdot 10^{-3})^4}{64} - \frac{5,5 \cdot 14^3}{12} - \left(\frac{48}{2} - \frac{5,5}{2}\right)^2 \cdot 14 \cdot 5,5 \\ &= 2,25 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4; \end{aligned} \quad (1.143)$$

$$I_4 = \frac{\pi d_6^4}{64} = \frac{3,14 \cdot (56 \cdot 10^{-3})^4}{64} = 4,83 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4; \quad (1.144)$$

$$\begin{aligned} I_5 = I_6 &= \frac{\pi d_{\Pi}^4}{64} - \frac{t_{1\Pi} \cdot b_{\Pi}^3}{12} - \left(\frac{d_{\Pi}}{2} - \frac{t_{1\Pi}}{2}\right)^2 \cdot b_{\Pi} \cdot t_{1\Pi} \\ &= \frac{3,14 \cdot (42 \cdot 10^{-3})^4}{64} - \frac{5 \cdot 12^3}{12} - \left(\frac{42}{2} - \frac{5}{2}\right)^2 \cdot 12 \cdot 5 \\ &= 1,32 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4; \end{aligned} \quad (1.145)$$

Для розрахунку методом Мора усіх необхідних інтегралів та рівнянь використовуємо програму РТС MathCad. Алгоритм розрахунків програми наведено в додатку А. Отримали наступні переміщення та кути нахилу перерізу:

У YOZ площині:

$$w_y^B = 1,02 \cdot 10^{-5} \text{ м}; \quad (1.146)$$

$$w_y^C = 1,46 \cdot 10^{-5} \text{ м}; \quad (1.147)$$

$$\theta_y^A = 1,69 \cdot 10^{-4} \text{ rad}; \quad (1.148)$$

$$\theta_y^D = -3,53 \cdot 10^{-4} \text{ rad}; \quad (1.149)$$

У XOZ площині:

$$w_x^B = 1,57 \cdot 10^{-5} \text{ м}; \quad (1.150)$$

$$w_x^C = 2,00 \cdot 10^{-5} \text{ м}; \quad (1.151)$$

$$\theta_x^A = 2,87 \cdot 10^{-4} \text{ rad}; \quad (1.152)$$

$$\theta_x^D = -3,83 \cdot 10^{-4} \text{ rad}; \quad (1.153)$$

Обчислимо переміщення та кути повороту від дії сил у зачепленні, що і буде повними переміщеннями та кутами повороту:

$$\begin{aligned} w_B &= \sqrt{(w_x^B)^2 + (w_y^B)^2} = \sqrt{(1,57 \cdot 10^{-5})^2 + (1,02 \cdot 10^{-5})^2} \\ &= 1,87 \cdot 10^{-5} \text{ м}; \end{aligned} \quad (1.154)$$

$$w_C = \sqrt{(w_x^C)^2 + (w_y^C)^2} = \sqrt{(2,00 \cdot 10^{-5})^2 + (1,46 \cdot 10^{-5})^2} = 2,47 \cdot 10^{-5} \text{ м}; \quad (1.155)$$

$$\begin{aligned} \theta_A &= \sqrt{(\theta_x^A)^2 + (\theta_y^A)^2} = \sqrt{(2,87 \cdot 10^{-4})^2 + (1,69 \cdot 10^{-4})^2} \\ &= 3,33 \cdot 10^{-4} \text{ rad}; \end{aligned} \quad (1.156)$$

$$\begin{aligned} \theta_D &= \sqrt{(\theta_x^D)^2 + (\theta_y^D)^2} = \sqrt{(3,83 \cdot 10^{-4})^2 + (3,53 \cdot 10^{-4})^2} \\ &= 5,21 \cdot 10^{-4} \text{ rad}; \end{aligned} \quad (1.157)$$

Допустимий прогин вала під конічним колесом: $[w] = 0,005 \text{ м} = 0,02 \text{ мм};$

$$w_B = 1,87 \cdot 10^{-5} \text{ м} \leq [w] = 2 \cdot 10^{-5} \text{ м}; \quad (1.158)$$

Умова жорсткості виконується.

Допустимий прогин вала під циліндричною шестернею:

$$[w] = 0,01 \text{ м} = 0,04 \text{ мм};$$

$$w_B = 2,47 \cdot 10^{-5} \text{ м} \leq [w] = 4 \cdot 10^{-5} \text{ м}; \quad (1.159)$$

Умова жорсткості виконується.

Допустимий кут нахилу поперечного перерізу для вибраних підшипників:
 $[\theta] = 0,01 \text{ rad};$

$$\theta_{\max} = 5,21 \cdot 10^{-4} < [\theta] = 0,01 \quad (1.160)$$

Умова жорсткості виконується.

1.5.2.5. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників

Підбираємо підшипники кочення для вхідного вала редуктора за такими зовнішніми навантаженнями, одержаними при розрахунку вала:

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Ax}^2} = \sqrt{99,79^2 + 2241,13^2} = 2243,35 \text{ Н}; \quad (1.161)$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bx}^2} = \sqrt{1210,15^2 + 2967,62^2} = 3204,88 \text{ Н}; \quad (1.162)$$

Осьове навантаження вала $F_a = 480,31 \text{ Н}$; кутова швидкість вала $\omega = 14,85 \text{ с}^{-1}$. Необхідна довговічність підшипників $L_h = 10000 \text{ год.}$, при 90% надійності враховуючи такі умови: типовий режим навантаження вала – середній нормальний (СН), короткочасне перевантаження до 150% та робоча температура підшипників до 50 °С. В перерізі В (оскільки для опори є найбільшим навантаженням):

$$\frac{F_a}{R_B} = \frac{480,31}{3204,88} = 0,15 < 0,35; \quad (1.163)$$

Для опор вала застосовуємо радіальні кулькові підшипники:

Підшипник 308 ГОСТ 8338-75

для яких: $C_0 = 22400 \text{ Н}$; $C_r = 41000 \text{ Н}$.

1.5.2.6. Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипник

Для заданого типового режиму навантаження (СН) коефіцієнт інтенсивності $K_e = 0,57$. Згідно з умови роботи підшипника обираємо наступні параметри [3]:

- Обертання внутрішнього кільця підшипника: $V = 1$;
- Коефіцієнт безпеки при короточасних перевантаженнях: $K_\sigma = 1,5$;
- Температурний коефіцієнт: $K_T = 1$;
- Параметр осевого навантаження $e = 0,37$;

та коефіцієнти $X = 1, Y = 0$ за каталогом. Тоді розрахункове еквівалентне навантаження на підшипники:

$$R = (XVR_r + YR_{aB})K_\sigma K_T = (1 \cdot 1 \cdot 3204,9 + 0 \cdot 480) \cdot 1,5 \cdot 1 = 4807,32 \text{ Н}; \quad (1.164)$$

$$R_e = K_e R = 0,57 \cdot 4807,32 = 2740,17 \text{ Н}; \quad (1.165)$$

1.5.2.8. Розрахунок довговічності підшипника

Для 90%-ї надійності коефіцієнт $a_1 = 1$, а для звичайних умов експлуатації серійних роликів радіально-опорних конічних підшипників коефіцієнт $a_{23} = 0,7$.

Розрахунковий ресурс підшипників, млн. об,

$$L = a_1 a_{23} \left(\frac{C_r}{R_e} \right)^p = 1 \cdot 0,7 \cdot \left(\frac{41000}{2740,17} \right)^{\frac{10}{3}} = 677,8 \text{ млн. об}; \quad (1.166)$$

Тут показник $p = \frac{10}{3}$ для роликів радіально-опорних конічних підшипників.

Розрахункова довговічність підшипника:

$$L_h = \frac{1745L}{\omega} = \frac{1745 \cdot 677,8}{14,85} = 679010,7 \text{ год}; \quad (1.167)$$

Попередньо вибраний підшипник за ГОСТ 8338-75 для опори В вала має довговічність більшу від заданої потрібної. Для опори А вала беремо такий самий підшипник.

1.5.3. Розрахунок тихохідного вала

1.5.3.1. Проектний розрахунок і конструювання вала

Для виготовлення вала беремо конструкційну сталь загальної якості марки Ст4, для якої $\sigma_B = 400$ МПа; $\sigma_T = 255$ МПа; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $[\tau] = 25$ МПа.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 837,1}{\pi \cdot 25}} = 55,45 \text{ мм}; \quad (1.168)$$

З конструктивних міркувань оберемо $d = 60$ мм;

$d_{\pi} = 65$ мм – діаметр під підшипники;

$d_k = 70$ мм – діаметр під зубчате колесо;

$d_6 = 90$ мм – діаметр буртика колеса.

1.5.3.2. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників

Підбираємо підшипники кочення для вхідного вала редуктора за зовнішнім навантаженням, одержаними при розрахунку вала:

$$R_A = |\sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Ax}^2} + R_{Af}| = |\sqrt{497,24^2 + 1366,17^2} + 3915,26| = 5369,1 \text{ Н} \quad (1.169)$$

$$R_C = \sqrt{R_{Cy}^2 + R_{Cx}^2} + R_{Cf} = \sqrt{908,76^2 + 2496,8^2} + 1434,95 = 4091,98 \text{ Н} \quad (1.170)$$

Осьове навантаження вала $F_a = 0$ Н; кутова швидкість вала $\omega = 2,97 \text{ с}^{-1}$.
Необхідна довговічність підшипників $L_h = 10000$ год., при 90% надійності враховуючи такі умови: типовий режим навантаження вала – середній нормальний (СН), короткочасне перевантаження до 150% та робоча температура підшипників до 50 °С. В перерізі В (оскільки для опори є найбільшим навантаженням):

$$\frac{F_a}{R_A} = \frac{0}{5369,1} = 0 < 0,35 \quad (1.171)$$

Для опор вала застосовуємо радіальні кулькові підшипники:

Підшипник 313 ГОСТ 8338-75

для яких : $C_0 = 56000 \text{ Н}$; $C_r = 92300 \text{ Н}$.

1.5.3.3. Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипник

Для заданого типового режиму навантаження (СН) коефіцієнт інтенсивності $K_e = 0,63$. Згідно з умови роботи підшипника обираємо наступні параметри [3]:

- Обертання внутрішнього кільця підшипника: $V = 1$;
- Коефіцієнт безпеки при короткочасних перевантаженнях: $K_\sigma = 1,5$;
- Температурний коефіцієнт: $K_T = 1$;
- Параметр осьового навантаження $e = 0,34$;

та коефіцієнти $X = 1, Y = 0$ за каталогом. Тоді розрахункове еквівалентне навантаження на підшипники:

$$R = (XVR_r + YR_{aB})K_\sigma K_T = (1 \cdot 3909 + 0 \cdot 0) \cdot 1,5 \cdot 1 = 5863,84 \text{ Н}; \quad (1.172)$$

$$R_e = K_e R = 0,63 \cdot 5863,84 = 3694,22 \text{ Н}; \quad (1.173)$$

2. Проектування корегованого евольвентного зачеплення зубчастих коліс

У спроектованому двохступінчастому конічно-циліндричному редукторі для модернізації установки циліндрична прямозуба передача є тихохідною. Розміри розраховані виходячи з умов забезпечення необхідного крутного моменту на захваті установки, умов міцності та витривалості зубців передачі та загальних рекомендацій щодо конструювання. Передбачалося нарізати колеса без зміщення, тому доцільно перевірити показники якості зачеплення та оптимізувати передачу для їх покращення не змінюючи при цьому міжосьову відстань та кількість зубців. Для полегшення розрахунків буде використана програма K-PRO.

2.1. Показники якості зачеплення

Для оцінки таких критеріїв якості зачеплення, як безшумність, плавність роботи передачі та ймовірність її зносу будемо використовувати геометричні якісні показники зачеплення зубчатої передачі. До них відносяться:

- коефіцієнт питомого ковзання (КПК) λ — характеризує ступінь ковзання коліс у зачепленні. В подальших розрахунках в програмі K-PRO будуть вибрані коефіцієнти зміщення колеса та шестерні такі, при яких КПК будуть найбільш близькі за значенням;
- коефіцієнт торцевого перекриття (КТП) ε_α — контролюється для отримання неперервного зачеплення. Оскільки ступінь точності спроектованої передачі 8, то допустиме значення КТП вибране за [5, табл.3.1] $[\varepsilon_\alpha] = 1,15$;
- коефіцієнт питомого тиску θ — враховує вплив кривини профілів зубців на контактні напруження.

Слід зауважити, що якість зачеплення залежить від умов відсутності підрізання ніжки зуба та відсутності загострення вершин зуба, що є неприпустимо. Для запобігання підрізання ніжки зуба слід вибирати коефіцієнти зміщення більші за $x_{\min 1}$ та $x_{\min 2}$. Для запобігання загострення вершин зуба

необхідною умовою є те, що коефіцієнт товщини зубця не менший за допустиме значення, яке визначається за рекомендаціями [5]. Оскільки вид термообробки передачі — нормалізація, то $[S_\alpha] = 0,3$.

2.2. Порядок розрахунку параметрів не корегованої передачі

Проводимо розрахунок в програмі K-PRO для не корегованої передачі. Порядок розрахунку в програмі:

На 1-му етапі запускаємо програму та вводимо розраховані раніше дані такі, як кількість зубців шестерні (z_1) та колеса (z_2), модуль зачеплення (m). Вказуємо що передача не є косозубою та задаємо діапазон коефіцієнту зміщення шестерні (x_1): для даного типу розрахунку останнє не впливає на результат, тому вибираємо рекомендований діапазон [5]. Отримані наступні результати:

Вихідні дані:

Число зубців шестерні	$z_1 =$	22
Число зубців колеса	$z_2 =$	110
Модуль зачеплення	$m =$	4.000
Кут нахилу лінії зуба (град)	$\beta =$.000

Таблиця 2.1. Показники якості зачеплення не корегованої передачі

x1	x2	sk1	sk2	ea	lam1	lam2	teta
.000	.000	.706	.810	1.722	3.258	.170	.319
.100	-.100	.672	.818	1.699	2.344	.186	.319
.200	-.200	.634	.824	1.674	1.736	.203	.319
.300	-.300	.593	.830	1.647	1.302	.219	.319
.400	-.400	.548	.835	1.618	.977	.236	.319
.500	-.500	.501	.838	1.586	.724	.252	.319
.600	-.600	.450	.841	1.552	.521	.269	.319
.700	-.700	.396	.843	1.516	.356	.286	.319
.800	-.800	.339	.844	1.478	.217	.302	.319
.900	-.900	.278	.844	1.438	.100	.320	.319
1.000	-1.000	1.396	.215	.843	.000	.337	.319

xmin1 = -.294 xmin2 = -5.471

На 2-му етапі вводимо коефіцієнти зміщення шестерні та колеса. Оскільки розрахунок не корегованої передачі, то: $x_1 = 0$; $x_2 = 0$. Погождуємося з запитом на відображення координат шестерні та колеса. Отримані результати:

Обраний коефіцієнт зміщення шестерні $x_1 = .000$

Обраний коефіцієнт зміщення колеса $x_2 = .000$

Параметри з'єднання:

Міжосьова відстань	$a_w =$	264.000
Кут зачеплення (град)	$alt_w =$	20.000
Висота зуба	$hi =$	9.000
Коефіцієнт торцевого перекриття	$ea =$	1.722

Коефіцієнт тиску в полюсі	teta =	.319
---------------------------	--------	------

Параметри шестерні:

Радіус ділительного кола	r =	44.000
Радіус початкового кола	rw =	44.000
Радіус кола вершин	ra =	48.000
Радіус кола впадин	rf =	39.000
Радіус основного кола	rb =	41.346
Коеф. товщини по колу вершин	sk =	.706
Коеф. питомого ковзання	lam =	3.258

Параметри колеса:

Радіус ділительного кола	r =	220.000
Радіус початкового кола	rw =	220.000
Радіус кола вершин	ra =	224.000
Радіус кола впадин	rf =	215.000
Радіус основного кола	rb =	206.732
Коеф. товщини по колу вершин	sk =	.810
Коеф. питомого ковзання	lam =	.170

Таблиця 2.2. Координати шестерні не корегованої передачі

N	Уч-к	хк	yk	N	Уч-к	хк	yk
1	Прхд	5.32436	38.63471	11	ЭВЛВ	3.43750	42.61143
2	Прхд	4.43024	39.02620	12	ЭВЛВ	3.35575	43.02535
3	Прхд	3.94326	39.60993	13	ЭВЛВ	3.24653	43.48913
4	Прхд	3.80527	39.89739	14	ЭВЛВ	3.10613	44.00126
5	Прхд	3.59915	40.74166	15	ЭВЛВ	2.93092	44.56002
6	Прхд	3.56833	41.32850	16	ЭВЛВ	2.71733	45.16349
7	ЭВЛВ	3.56623	41.47759	17	ЭВЛВ	2.46192	45.80954
8	ЭВЛВ	3.55603	41.68100	18	ЭВЛВ	2.16133	46.49589
9	ЭВЛВ	3.53378	41.93827	19	ЭВЛВ	2.16133	46.49588
10	ЭВЛВ	3.49557	42.24871	20	ЭВЛВ	1.41184	47.97923

Таблиця 2.3. Координати колеса не корегованої передачі

N	Уч-к	хк	yk	N	Уч-к	хк	yk
1	Прхд	5.88812	214.91920	11	ЭВЛВ	3.55023	218.76910
2	Прхд	5.12020	215.14310	12	ЭВЛВ	3.37078	219.30820
3	Прхд	4.70168	215.50240	13	ЭВЛВ	3.18299	219.85800
4	Прхд	4.58502	215.66030	14	ЭВЛВ	2.98670	220.41810
5	Прхд	4.39562	216.03460	15	ЭВЛВ	2.78172	220.98880
6	Прхд	4.32884	216.23610	16	ЭВЛВ	2.56789	221.56960
7	ЭВЛВ	4.18834	216.72070	17	ЭВЛВ	2.34502	222.16080
8	ЭВЛВ	4.04041	217.21650	18	ЭВЛВ	2.11295	222.76190
9	ЭВЛВ	3.88487	217.72320	19	ЭВЛВ	1.87150	223.37310
10	ЭВЛВ	3.72154	218.24080	20	ЭВЛВ	1.62051	223.99410

Проаналізувавши показники якості зачеплення не корегованої передачі отримали, що $\varepsilon_\alpha = 1,722 > [\varepsilon_\alpha]$, отже умова неперервності зачеплення виконується. Але умова рівномірного спрацювання шестерні ($\lambda_1 = 3,258$) і колеса ($\lambda_2 = 0,170$) не виконується, адже коефіцієнти ковзання значно відрізняються.

2.3. Порядок розрахунку параметрів корегованої передачі

Проводимо розрахунок параметрів передачі в програмі K-PRO для визначення оптимальних коефіцієнтів зміщення. Порядок проведення розрахунку в програмі K-PRO:

На 1-му етапі розрахунок аналогічний приведеному в п.2.1, окрім вибору діапазону коефіцієнту зміщення шестерні. В даному випадку в першому наближенні обираємо діапазон від -1 до 1, а далі — оптимальний в залежності від результату розрахунку.

Вихідні дані:

Число зубців шестерні	$z1 =$	22
Число зубців колеса	$z2 =$	110
Модуль зачеплення	$m =$	4.000
Кут нахилу лінії зуба (град)	$bet =$.000

Таблиця 2.4. Показники якості зачеплення для діапазону x_1 від -1 до 1

x1	x2	sk1	sk2	ea	lam1	lam2	teta
-1.000	1.000	.843	.688	1.771	-4.281	.000	.319
-.800	.800	.849	.720	1.795	-5.773	.036	.319
-.600	.600	.836	.747	1.798	-10.214	.071	.319
-.400	.400	.808	.772	1.785	-776.482	.104	.319
-.200	.200	.764	.793	1.759	7.856	.137	.319
.000	.000	.706	.810	1.722	3.258	.170	.319
.200	-.200	.634	.824	1.674	1.736	.203	.319
.400	-.400	.548	.835	1.618	.977	.236	.319
.600	-.600	.450	.841	1.552	.521	.269	.319
.800	-.800	.339	.844	1.478	.217	.302	.319
1.000	-1.000	.215	.843	1.396	.000	.337	.319

xmin1 = -.294

xmin2 = -5.471

Для другого наближення обираємо діапазон $0,6 \leq x_1 \leq 0,8$, оскільки при такому діапазону зближення коефіцієнтів КПК (lam1 , lam2) найбільше. Отримали результат:

Таблиця 2.5. Показники якості зачеплення для діапазону x_1 від 0.6 до 0.8

x1	x2	sk1	sk2	ea	lam1	lam2	teta
.600	-.600	.450	.841	1.552	.521	.269	.319
.620	-.620	.439	.842	1.545	.485	.272	.319
.640	-.640	.429	.842	1.538	.451	.276	.319
.660	-.660	.418	.842	1.531	.418	.279	.319
.680	-.680	.407	.843	1.524	.386	.282	.319
.700	-.700	.396	.843	1.516	.356	.286	.319
.720	-.720	.385	.843	1.509	.326	.289	.319
.740	-.740	.373	.844	1.501	.297	.292	.319
.760	-.760	.362	.844	1.494	.270	.296	.319
.780	-.780	.350	.844	1.486	.243	.299	.319
.800	-.800	.339	.844	1.478	.217	.302	.319

$x_{\min 1} = -.294$

$x_{\min 2} = -5.471$

Для третього наближення обираємо діапазон $0,74 \leq x_1 \leq 0,76$, оскільки при такому діапазону зближення коефіцієнтів КПК (lam1 , lam2) найбільше. Отримали результат:

Таблиця 2.6. Показники якості зачеплення для діапазону x_1 від 0.74 до 0.76

x1	x2	sk1	sk2	ea	lam1	lam2	teta
.740	-.740	.373	.844	1.501	.297	.292	.319
.742	-.742	.372	.844	1.501	.295	.293	.319
.744	-.744	.371	.844	1.500	.292	.293	.319
.746	-.746	.370	.844	1.499	.289	.293	.319
.748	-.748	.369	.844	1.498	.286	.294	.319
.750	-.750	.368	.844	1.498	.283	.294	.319
.752	-.752	.366	.844	1.497	.281	.294	.319
.754	-.754	.365	.844	1.496	.278	.295	.319
.756	-.756	.364	.844	1.495	.275	.295	.319
.758	-.758	.363	.844	1.495	.272	.295	.319
.760	-.760	.362	.844	1.494	.270	.296	.319

$x_{\min 1} = -.294$

$x_{\min 2} = -5.471$

Для четвертого наближення обираємо діапазон $0,742 \leq x_1 \leq 0,744$, оскільки при такому діапазоні зближення коефіцієнтів КПК (lam1 , lam2) найбільше. Отримали результат:

Таблиця 2.7. Показники якості зачеплення для діапазону x_1 від 0.742 до 0.744

x1	x2	sk1	sk2	ea	lam1	lam2	teta
.742	-.742	.372	.844	1.501	.295	.293	.319
.742	-.742	.372	.844	1.501	.294	.293	.319
.742	-.742	.372	.844	1.500	.294	.293	.319
.743	-.743	.372	.844	1.500	.294	.293	.319
.743	-.743	.372	.844	1.500	.293	.293	.319
.743	-.743	.372	.844	1.500	.293	.293	.319
.743	-.743	.371	.844	1.500	.293	.293	.319
.743	-.743	.371	.844	1.500	.293	.293	.319
.744	-.744	.371	.844	1.500	.292	.293	.319
.744	-.744	.371	.844	1.500	.292	.293	.319
.744	-.744	.371	.844	1.500	.292	.293	.319

$x_{\min 1} = -.294$ $x_{\min 2} = -5.471$

На 2-му етапі вводимо коефіцієнти зміщення шестерні та колеса. З таблиці 2.6 видно, що оптимальними для зачеплення коефіцієнтами зміщення є $x_1 = 0,743$; $x_2 = -0,743$. Погожduємося з запитом на відображення координат шестерні та колеса. Отримані результати:

Обраний коефіцієнт зміщення шестерні $x_1 = .743$

Обраний коефіцієнт зміщення колеса $x_2 = -.743$

Параметри з'єднання:

Міжосьова відстань	aw =	264.000
Кут зачеплення (град)	altw =	20.000
Висота зуба	hi =	9.000
Коефіцієнт торцевого перекриття	ea =	1.500
Коефіцієнт тиску в полюсі	teta =	.319

Параметри шестерні:

Радіус ділильного кола	r =	44.000
Радіус початкового кола	rw =	44.000
Радіус кола вершин	ra =	50.972
Радіус кола впадин	rf =	41.972
Радіус основного кола	rb =	41.346
Коеф. товщини по колу вершин	sk =	.372
Коеф. питомого ковзання	lam =	.293

Параметри колеса:

Радіус ділильного кола	r =	220.000
Радіус початкового кола	rw =	220.000
Радіус кола вершин	ra =	221.028
Радіус кола впадин	rf =	212.028
Радіус основного кола	rb =	206.732
Коеф. товщини по колу вершин	sk =	.844
Коеф. питомого ковзання	lam =	.293

Таблиця 2.8. Координати шестерні корегованої передачі

N	Уч-к	xk	yk	N	Уч-к	xk	yk
1	Прхд	5.73010	41.57889	11	ЭВЛВ	3.82459	45.08920
2	Прхд	5.01981	41.87204	12	ЭВЛВ	3.62474	45.63776
3	Прхд	4.66756	42.24514	13	ЭВЛВ	3.39371	46.21611
4	Прхд	4.57972	42.39423	14	ЭВЛВ	3.12949	46.82281
5	Прхд	4.45995	42.70301	15	ЭВЛВ	2.83014	47.45633
6	Прхд	4.42983	42.83628	16	ЭВЛВ	2.49379	48.11505
7	ЭВЛВ	4.35406	43.21793	17	ЭВЛВ	2.11862	48.79728
8	ЭВЛВ	4.25787	43.63503	18	ЭВЛВ	1.70288	49.50121
9	ЭВЛВ	4.13902	44.08664	19	ЭВЛВ	1.24492	50.22496
10	ЭВЛВ	3.99531	44.57174	20	ЭВЛВ	.74314	50.96659

Таблиця 2.9. Координати колеса корегованої передачі

N	Уч-к	xk	yk	N	Уч-к	xk	yk
1	Прхд	5.80672	211.94830	11	ЭВЛВ	3.29581	216.15050
2	Прхд	4.95628	212.20100	12	ЭВЛВ	3.15041	216.64600
3	Прхд	4.46298	212.63680	13	ЭВЛВ	2.99712	217.15300
4	Прхд	4.31182	212.84900	14	ЭВЛВ	2.83576	217.67180
5	Прхд	4.02993	213.44850	15	ЭВЛВ	2.66613	218.20190
6	Прхд	3.91160	213.85170	16	ЭВЛВ	2.48803	218.74350
7	ЭВЛВ	3.80260	214.28740	17	ЭВЛВ	2.30126	219.29640
8	ЭВЛВ	3.68672	214.73520	18	ЭВЛВ	2.10564	219.86040
9	ЭВЛВ	3.56377	215.19510	19	ЭВЛВ	1.90096	220.43550
10	ЭВЛВ	3.43353	215.66690	20	ЭВЛВ	1.68705	221.02160

Провівши аналіз отриманих результатів маємо, що:

- $\varepsilon_\alpha = 1,5 > [\varepsilon_\alpha]$, отже умова неперервності зачеплення виконується;
- КПК рівні ($\lambda_1 = \lambda_2 = 0,293$), отже умова рівномірного спрацювання виконується;
- Підрізання зубців відсутнє, оскільки коефіцієнти зміщення шестерні та колеса більші за мінімальні:

$$x_1 = 0,743 > x_{\min 1} = -0,294;$$

$$x_2 = -0,743 > x_{\min 2} = -5,471.$$

На рис.2.1. показані профілі шестерні та колеса до та після корегування, побудовані за допомогою координат, розрахованих програмою K-PRO.

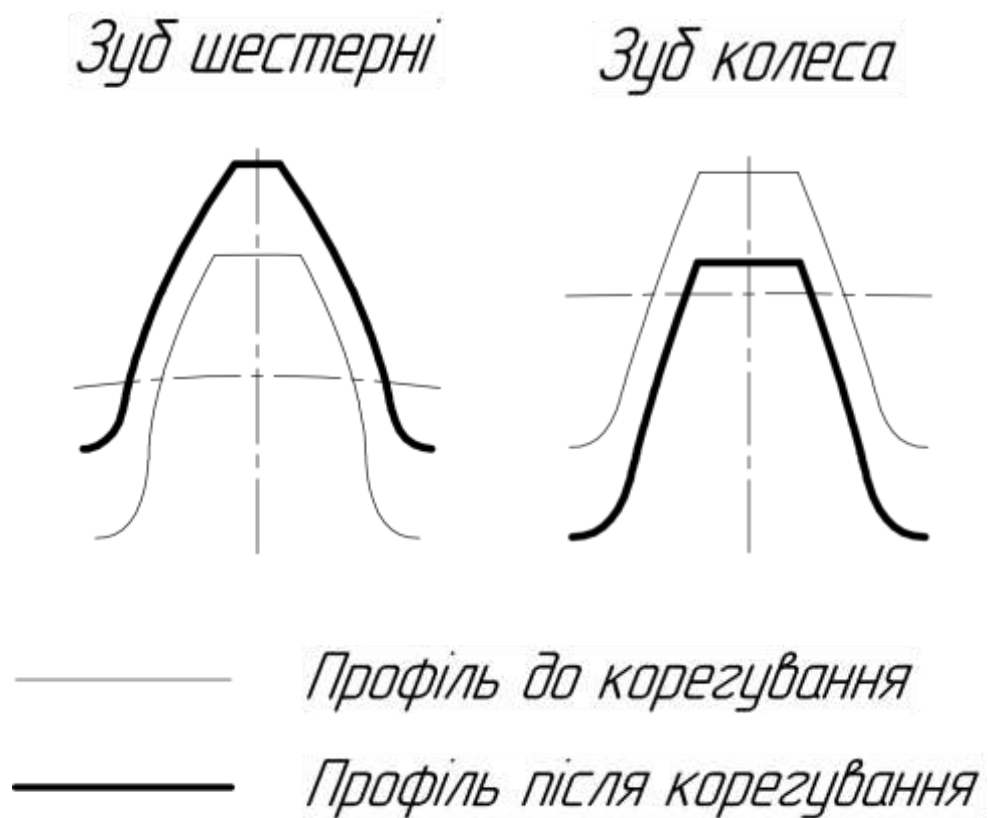


Рис. 2.1. Профілі шестерні та колеса до та після корегування

2.4. Висновки

При аналізі якості зачеплення до корегування, було виявлено, що умова рівномірного спрацювання шестерні і колеса не виконується, оскільки КПК шестерні і колеса відрізняються. Корегування зачеплення було необхідним, для отримання оптимальних показників якості циліндричної передачі, що і було зроблено шляхом підбору відповідних коефіцієнтів зміщення. Результатом корегування став рівномірний знос шестерні та колеса, що позитивно впливає на довговічності роботи передачі.

3. Розрахунок кругової ступінчатої пластини на міцність і жорсткість

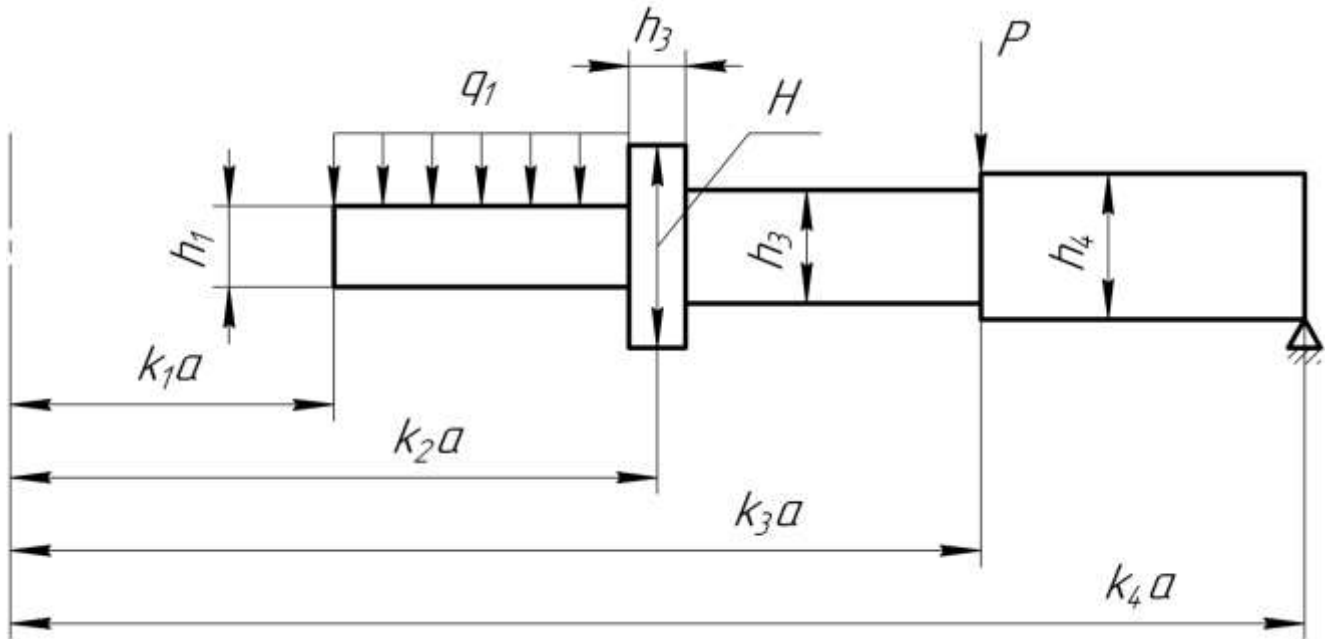


Рис. 3.1 Схема пластини

Задані наступні параметри:

- Параметр довжини: $a = 3$ см;
- Коефіцієнти: $k_1 = 4, k_2 = 8, k_3 = 10, k_4 = 12$;
- Товщини: $h_1 = 0,5$ см; $h_2 = 0,8$ см; $h_3 = 1,2$ см; $H = 3 \cdot h_1 = 1,5$ см;
- Розподілене навантаження: $q_1 = 2q$;
- Зосереджена сила: $P = 3q$;
- коефіцієнт Пуассона: $\mu = 0,3$;
- Модуль Юнга: $E = 2 \cdot 10^7 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2}$;
- Допустимі напруження: $[\sigma] = 160$ МПа;

Для даної ступінчатої пластини необхідно визначити допустимі навантаження та побудувати епюри використовуючи IV теорію міцності. Пластина має 3 ділянки, для яких визначаємо значення λ_i — безрозмірну незалежну змінну [6]:

$$\lambda_1 = \frac{r_{11}}{r_{12}} = \frac{k_1 a}{k_2 a} = \frac{4}{8} = 0,5; \quad (3.1)$$

$$\lambda_2 = \frac{r_{21}}{r_{22}} = \frac{k_2 a}{k_3 a} = \frac{8}{10} = 0,8; \quad (3.2)$$

$$\lambda_3 = \frac{r_{31}}{r_{32}} = \frac{k_3 a}{k_4 a} = \frac{10}{12} = 0,833; \quad (3.3)$$

та циліндричну жорсткість:

$$D_1 = \frac{Eh_1^3}{12(1-\mu^2)} = \frac{2 \cdot 10^7 \cdot 0,5^3}{12(1-0,3^2)} = 2,29 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{см}; \quad (3.4)$$

$$D_2 = \frac{Eh_2^3}{12(1-\mu^2)} = \frac{2 \cdot 10^7 \cdot 0,8^3}{12(1-0,3^2)} = 9,38 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{см}; \quad (3.5)$$

$$D_3 = \frac{Eh_3^3}{12(1-\mu^2)} = \frac{2 \cdot 10^7 \cdot 1,2^3}{12(1-0,3^2)} = 31,65 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{см}; \quad (3.6)$$

Оскільки, на пластині присутнє ребро, яке розглядаємо як кільце з недеформівним поперечним перерізом [6], то необхідно визначити його момент інерції:

$$I_x = \frac{bH^3}{12} - \frac{bh_c^3}{12} = \frac{1,2 \cdot 1,5^3}{12} - \frac{1,2 \cdot 0,65^3}{12} = 0,31 \text{ см}^4; \quad (3.7)$$

де h_c – середня товщина пластин на сусідніх з ребром ділянках.

$$h_c = \frac{(h_2 + h_1)}{2} = \frac{(0,5 + 0,8)}{2} = 0,65 \text{ см}; \quad (3.8)$$

Знаючи безрозмірні змінні λ_i можна визначити спеціальні функції $\psi_{\theta\theta}$, $\psi_{\theta r}$, $\psi_{\theta q}$, $\psi_{r\theta}$, ψ_{rp} , ψ_{rq} , $\psi_{t\theta}$, ψ_{tr} , ψ_{tq} , $\psi_{w\theta}$, ψ_{wr} , ψ_{wq} за [6, табл. 5.1] у випадку λ_1 і λ_2 та за формулами [6, (5.55)] у випадку λ_3 . Для спрощення розрахунку, значення знайдемо за допомогою програми Microsoft Excel. Отримані результати зводимо до таблиці:

Таблиця 3.1.

i	1	2	3
λ_i	0,5	0,8	0,833
$\psi_{\theta\theta}$	0,513	0,766	0,801
$\psi_{\theta P}$	0,025	0,003	0,002
$\psi_{\theta q}$	0,015	0,001	0,001
$\psi_{r\theta}$	0,341	0,164	0,139
ψ_{rP}	0,093	0,033	0,027
ψ_{rq}	0,090	0,018	0,013
$\psi_{t\theta}$	0,569	0,746	0,771
ψ_{tP}	0,051	0,013	0,010
ψ_{tq}	0,041	0,006	0,004
$\psi_{w\theta}$	0,244	0,156	0,136
ψ_{wP}	0,005	2E-04	1E-04
ψ_{wq}	0,002	0,006	3E-05

Матрицю переходу від початку до кінця ділянки, визначаємо за загальною формулою:

$$L_i = \begin{pmatrix} \psi_{\theta\theta}(\lambda_i) & \frac{D_i}{D_1} \psi_{\theta m}(\lambda_i) \\ \frac{D_i}{D_1} \psi_{r\theta}(\lambda_i) & \psi_{rm}(\lambda_i) \end{pmatrix}; \quad (3.9)$$

Підставивши значення отримаємо:

$$L_1 = \begin{pmatrix} 0,513 & 0,375 \\ 0,341 & 0,738 \end{pmatrix}; \quad (3.10)$$

$$L_2 = \begin{pmatrix} 0,766 & 0,044 \\ 0,671 & 0,874 \end{pmatrix}; \quad (3.11)$$

$$L_3 = \begin{pmatrix} 0,801 & 0,011 \\ 1,922 & 0,893 \end{pmatrix}; \quad (3.12)$$

А матрицю переходу через ребро:

$$L_P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{EI_x}{RD_1} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{2 \cdot 10^7 \cdot 0,31}{3 \cdot 8 \cdot 2,29 \cdot 10^5} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1,183 & 1 \end{pmatrix}; \quad (3.13)$$

Вектори навантаження для ділянок:

$$R_i = \begin{pmatrix} \frac{P_{i1}}{D_i} \psi_{\theta p}(\lambda_i) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_i} \psi_{\theta q}(\lambda_i) \\ \frac{P_{i1}}{D_i} \psi_{rp}(\lambda_i) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_i} \psi_{rq}(\lambda_i) \end{pmatrix}; \quad (3.14)$$

де

P_{i1} — сили прикладені по колу на початку ділянок і дорівнюють:

$$P_{11} = 0; \quad (3.15)$$

$$P_{21} = -q_1 \cdot \pi[(ak_2)^2 - (ak_1)^2] = -2q\pi[(3 \cdot 8)^2 - (3 \cdot 4)^2] = -2714,34q; \quad (3.16)$$

$$P_{31} = P_{21} - 2R\pi ak_3 = -2714,34q - 6q\pi \cdot 3 \cdot 10 = -3279,82q; \quad (3.17)$$

q_i – розподілене навантаження на кожній з ділянок:

$$q_1 = q; \quad (3.18)$$

$$q_2 = q_3 = 0; \quad (3.19)$$

Відповідні радіуси:

$$r_{i2} = ak_{i+1} \quad (3.20)$$

Підставляємо значення, та отримаємо результат:

$$R_1 = \begin{pmatrix} 0 + \frac{-2q(3 \cdot 8)^2}{2,29 \cdot 10^5} \cdot 0,015 \\ 0 + \frac{q_i r_{i2}^2}{2,29 \cdot 10^5} \cdot 0,09 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7,7 \cdot 10^{-5} \\ -4,5 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} q; \quad (3.21)$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} \frac{-2714,34q}{9,38 \cdot 10^5} \cdot 0,003 + 0 \\ \frac{-2714,34q}{2,29 \cdot 10^5} \cdot 0,033 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9,93 \cdot 10^{-6} \\ -3,92 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} q; \quad (3.22)$$

$$R_3 = \begin{pmatrix} \frac{-3279,82q}{31,65 \cdot 10^5} \cdot 0,002 + 0 \\ \frac{-3279,82q}{2,29 \cdot 10^5} \cdot 0,027 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8,22 \cdot 10^{-5} \\ -3,92 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} q; \quad (3.23)$$

3.1. Перший розрахунок

У початковій точці першої ділянки вектор \bar{X} задаємо з умови того, що зовнішній край шарнірно опертий [6], тому:

$$\left(\frac{M_r}{D} \right)_{11} = 0; \quad (3.24)$$

отже

$$\bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad (3.25)$$

Вектори стану на початку і на кінці кожної ділянки визначаємо за допомогою матриці переходу від початку до кінця ділянки [6]:

$$\bar{X}_{12} = L_1 \bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 0,513 & 0,375 \\ 0,341 & 0,738 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,513 \\ 0,341 \end{pmatrix}; \quad (3.26)$$

$$\bar{X}_{21} = L_P \bar{X}_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1,183 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,513 \\ 0,341 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,513 \\ 0,920 \end{pmatrix}; \quad (3.27)$$

$$\bar{X}_{22} = \bar{X}_{31} = L_2 \bar{X}_{21} = \begin{pmatrix} 0,766 & 0,044 \\ 0,671 & 0,874 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,513 \\ 0,920 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,433 \\ 1,148 \end{pmatrix}; \quad (3.28)$$

$$\bar{X}_{32} = L_3 \bar{X}_{31} = \begin{pmatrix} 0,801 & 0,011 \\ 1,922 & 0,893 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,433 \\ 1,148 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,360 \\ 1,857 \end{pmatrix}; \quad (3.29)$$

3.2. Другий розрахунок

Вектор стану $\bar{\bar{X}}$ другого розрахунку в початковій точці першої ділянки приймаємо рівним нулю, оскільки внутрішній край не підкріплений ребром та по внутрішній кромці пластина не навантажена моментом [6]:

$$\bar{\bar{X}}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad (3.30)$$

Вектори стану другого розв'язку на початку і у кінці кожної ділянки визначаємо за допомогою матриць переходу від початку до кінця ділянки і векторів навантаження [6]:

$$\bar{\bar{X}}_{12} = L_1 \bar{\bar{X}}_{11} + R_1 = R_1 = \begin{pmatrix} -7,7 \cdot 10^{-5} \\ -4,5 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} q; \quad (3.31)$$

$$\bar{\bar{X}}_{21} = L_P \bar{\bar{X}}_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1,183 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -7,7 \cdot 10^{-5} \\ -4,5 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} q = \begin{pmatrix} -7,7 \cdot 10^{-5} \\ -5,4 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} q; \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \bar{\bar{X}}_{22} = \bar{\bar{X}}_{31} &= L_2 \bar{\bar{X}}_{21} + R_2 = \\ &= \begin{pmatrix} 0,766 & 0,044 \\ 0,671 & 0,874 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -7,7 \cdot 10^{-5} \\ -5,4 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} q + \begin{pmatrix} -9,93 \cdot 10^{-6} \\ -3,92 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} q = \\ &= \begin{pmatrix} -9,25 \cdot 10^{-5} \\ -9,2 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} q; \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} \bar{\bar{X}}_{32} &= L_3 \bar{\bar{X}}_{31} + R_3 = \\ &= \begin{pmatrix} 0,801 & 0,011 \\ 1,922 & 0,893 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -9,25 \cdot 10^{-5} \\ -9,2 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} q + \begin{pmatrix} -8,22 \cdot 10^{-5} \\ -3,92 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} q = \\ &= \begin{pmatrix} -9,25 \cdot 10^{-5} \\ -1,39 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix} q; \end{aligned} \quad (3.34)$$

Сумарний вектор стану $X = \bar{X}C + \bar{\bar{X}}$; повинен задовольняти граничні умови на внутрішньому та зовнішньому краях пластины [6]. Підбір початкових параметрів не залежно від коефіцієнта C задовольняє граничним умовам на внутрішньому краю [6]. Для виконання граничних умов на зовнішньому краю необхідно виконати підбір коефіцієнта C [6]. В зовнішній точці третьої ділянки при $r = r_{32}$ [6]:

$$X_{32} = \bar{X}_{32}C + \bar{\bar{X}}_{32} = \begin{pmatrix} \left(\frac{\bar{\theta}}{r}\right)_{32} C + \left(\frac{\bar{\bar{\theta}}}{r}\right)_{32} \\ \left(\frac{\bar{M}_r}{r}\right)_{32} C + \left(\frac{\bar{\bar{M}}_r}{r}\right)_{32} \end{pmatrix}; \quad (3.35)$$

Оскільки зовнішній край пластини шарнірно опертий, то [6]:

$$\left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{32} = \left(\frac{\bar{M}_r}{r}\right)_{32} C + \left(\frac{\bar{\bar{M}}_r}{r}\right)_{32} = 0; \quad (3.36)$$

З рівнянь (3.35) та (3.36) визначаємо значення коефіцієнта :

$$C = -\frac{\left(\frac{\bar{\bar{M}}_r}{r}\right)_{32}}{\left(\frac{\bar{M}_r}{r}\right)_{32}} = \frac{1,39 \cdot 10^{-3}q}{1,857} = 7,5 \cdot 10^{-4}q; \quad (3.37)$$

Тепер можна обчислити значення сумарного вектора стану на початку та кінці кожної ділянки:

$$X_{11} = \bar{X}_{11}C + \bar{\bar{X}}_{11} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot 7,5 \cdot 10^{-4}q + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7,5 \cdot 10^{-4} \\ 0 \end{pmatrix} q; \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} X_{12} &= \bar{X}_{12}C + \bar{\bar{X}}_{12} = \begin{pmatrix} 0,513 \\ 0,341 \end{pmatrix} \cdot 7,5 \cdot 10^{-4}q + \begin{pmatrix} -7,7 \cdot 10^{-5} \\ -4,5 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} q = \\ &= \begin{pmatrix} 3,1 \cdot 10^{-4} \\ -2 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} q; \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} X_{21} &= \bar{X}_{21}C + \bar{\bar{X}}_{21} = \begin{pmatrix} 0,513 \\ 0,920 \end{pmatrix} \cdot 7,5 \cdot 10^{-4}q + \begin{pmatrix} -7,7 \cdot 10^{-5} \\ -5,4 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} q = \\ &= \begin{pmatrix} 3,1 \cdot 10^{-4} \\ 1,5 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} q; \end{aligned} \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned} X_{22} = X_{31} &= \bar{X}_{22}C + \bar{\bar{X}}_{22} = \begin{pmatrix} 0,433 \\ 1,148 \end{pmatrix} \cdot 7,5 \cdot 10^{-4}q + \begin{pmatrix} -9,25 \cdot 10^{-5} \\ -9,2 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} q = \\ &= \begin{pmatrix} 2,3 \cdot 10^{-4} \\ -5,8 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} q; \end{aligned} \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} X_{32} &= \bar{X}_{32}C + \bar{\bar{X}}_{32} = \begin{pmatrix} 0,360 \\ 1,857 \end{pmatrix} \cdot 7,5 \cdot 10^{-4}q + \begin{pmatrix} -9,25 \cdot 10^{-5} \\ -1,39 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix} q = \\ &= \begin{pmatrix} 1,7 \cdot 10^{-4} \\ 0 \end{pmatrix} q; \end{aligned} \quad (3.42)$$

3.3. Визначення параметрів

З другого компонента сумарного вектора стану $X_{ij} = \begin{pmatrix} A_{ij} \\ B_{ij} \end{pmatrix} q$ можна визначити значення згинального моменту в радіальному напрямку M_r виконавши перетворення:

$$\frac{M_{rij}}{D_1} = B_{ij} \quad (3.43)$$

$$M_{rij} = B_{ij} \cdot D_1; \quad (3.44)$$

Підставляємо значення, та проводимо розрахунок:

$$M_{r11} = 0 \cdot 2,29 \cdot 10^5 = 0 \text{ Н} \cdot \text{см}; \quad (3.45)$$

$$M_{r12} = -2 \cdot 10^{-4} q \cdot 2,29 \cdot 10^5 = -45,5q \text{ Н} \cdot \text{см}; \quad (3.46)$$

$$M_{r21} = 1,5 \cdot 10^{-4} q \cdot 2,29 \cdot 10^5 = 33,6q \text{ Н} \cdot \text{см}; \quad (3.47)$$

$$M_{r22} = M_{r31} = -5,8 \cdot 10^{-5} q \cdot 2,29 \cdot 10^5 = -13,4q \text{ Н} \cdot \text{см}; \quad (3.48)$$

$$M_{r32} = 0 \cdot 2,29 \cdot 10^5 = 0 \text{ Н} \cdot \text{см}; \quad (3.49)$$

Кільцевий згинальний момент визначається за загальною формулою:

$$M_{tij} = \mu M_{rij} + \left(\frac{\theta}{r} \right)_{ij} (1 - \mu^2) D_i; \quad (3.50)$$

де

$$\left(\frac{\theta}{r} \right)_{i1} = A_{ij} \quad (3.51)$$

Підставляємо значення, та проводимо розрахунок:

$$M_{t11} = 0,3 \cdot 0 + 7,5 \cdot 10^{-4} q \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 2,29 \cdot 10^5 = 155,77q \text{ Н} \cdot \text{см}; \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned} M_{t12} &= 0,3 \cdot (-45,5q) + 3,1 \cdot 10^{-4} q \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 2,29 \cdot 10^5 = \\ &= 50,17q \text{ Н} \cdot \text{см}; \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$M_{t21} = 0,3 \cdot 33,6q + 3,1 \cdot 10^{-4} q \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 9,38 \cdot 10^5 = 271,51q \text{ Н} \cdot \text{см}; \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned} M_{t22} &= 0,3 \cdot (-13,4q) + 2,3 \cdot 10^{-4} q \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 9,38 \cdot 10^5 = \\ &= 193,27q \text{ Н} \cdot \text{см}; \end{aligned} \quad (3.55)$$

$$\begin{aligned} M_{t31} &= 0,3 \cdot (-13,4q) + 2,3 \cdot 10^{-4} q \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 31,65 \cdot 10^5 = \\ &= 661,83q \text{ Н} \cdot \text{см}; \end{aligned} \quad (3.56)$$

$$M_{t32} = 0,3 \cdot 0 + 1,7 \cdot 10^{-4} q \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 31,65 \cdot 10^5 = 508,09q \text{ Н} \cdot \text{см}; \quad (3.57)$$

Знаючи величини моментів можна знайти значення напружень, які обчислюються за наступними загальними формулами:

$$\sigma_{rij} = \frac{6M_{rij}}{h_i^2}; \quad (3.58)$$

$$\sigma_{tij} = \frac{6M_{tij}}{h_i^2}; \quad (3.59)$$

Підставимо значення та отримаємо наступні результати:

$$\sigma_{r11} = \frac{6 \cdot 0}{0,5^2} = 0 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = 0 \text{ МПа}; \quad (3.60)$$

$$\sigma_{r12} = \frac{6 \cdot (-45,5q)}{0,5^2} = -1092q \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = -10,9q \text{ МПа}; \quad (3.61)$$

$$\sigma_{r21} = \frac{6 \cdot 33,6q}{0,8^2} = 315q \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = 0,32q \text{ МПа}; \quad (3.62)$$

$$\sigma_{r22} = \frac{6 \cdot (-13,4q)}{0,8^2} = -125q \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = -0,13q \text{ МПа}; \quad (3.63)$$

$$\sigma_{r31} = \frac{6 \cdot (-13,4q)}{1,2^2} = -56q \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = -0,06q \text{ МПа}; \quad (3.64)$$

$$\sigma_{r32} = \frac{6 \cdot 0}{1,2^2} = 0 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = 0 \text{ МПа}; \quad (3.65)$$

$$\sigma_{t11} = \frac{6 \cdot 155,77q}{0,5^2} = 3738q \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = 37,4q \text{ МПа}; \quad (3.66)$$

$$\sigma_{t12} = \frac{6 \cdot 50,17q}{0,5^2} = 1204q \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = 12q \text{ МПа}; \quad (3.67)$$

$$\sigma_{t21} = \frac{6 \cdot 271,51q}{0,8^2} = 2545q \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = 25,5q \text{ МПа}; \quad (3.68)$$

$$\sigma_{t22} = \frac{6 \cdot 193,27q}{0,8^2} = 1811q \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = 18,1q \text{ МПа}; \quad (3.69)$$

$$\sigma_{t31} = \frac{6 \cdot 661,83q}{1,2^2} = 2813q \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = 28,1q \text{ МПа}; \quad (3.70)$$

$$\sigma_{t32} = \frac{6 \cdot 508,09q}{1,2^2} = 2117q \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = 21,2q \text{ МПа}; \quad (3.71)$$

Визначаємо еквівалентні напруження за IV критерієм міцності:

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2 - \sigma_r \sigma_t}; \quad (3.72)$$

$$\sigma_{\text{екв}11} = \sqrt{0 + 37,4q^2 - 0} = 37,4q \text{ МПа}; \quad (3.73)$$

$$\sigma_{\text{екв}12} = \sqrt{(-10,9q)^2 + 12q^2 - (-10,9q) \cdot 12q} = 19,9q \text{ МПа}; \quad (3.74)$$

$$\sigma_{\text{екв}21} = \sqrt{0,32q^2 + 25,5q^2 - 0,32q \cdot 25,5q} = 24q \text{ МПа}; \quad (3.75)$$

$$\sigma_{\text{екв}22} = \sqrt{(-0,13q)^2 + 18,1q^2 - (-0,13q) \cdot 18,1q} = 18,8q \text{ МПа}; \quad (3.76)$$

$$\sigma_{\text{екв}31} = \sqrt{(-0,06q)^2 + 28,1q^2 - (-0,06q) \cdot 28,1q} = 27,9q \text{ МПа}; \quad (3.77)$$

$$\sigma_{\text{екв}32} = \sqrt{0 + 21,2q^2 - 0} = 21,2q \text{ МПа}; \quad (3.78)$$

Прогин пластини знаходимо за формулою:

$$\begin{aligned} W_{i2} = & W_{i1} - r_{i2}^2 \psi_{\omega\theta}(\lambda_i) \left(\frac{\theta}{r} \right)_{i1} - r_{i2}^2 \psi_{\omega M}(\lambda_i) \left(\frac{M_r}{D} \right)_{11} \frac{D_1}{D_i} - \frac{P_{i1}}{D_i} r_{i2}^2 \psi_{\omega P}(\lambda_i) \\ & - \frac{q_i}{D_1} r_{i2}^4 \psi_{mq}(\lambda_i); \end{aligned} \quad (3.79)$$

Враховуючи, що зовнішній край шарнірно опертий, тобто переміщення на ньому $W_{32} = 0$, маємо:

$$\begin{aligned} W_{31} = W_{22} = 0 \\ - \left[-(3 \cdot 12)^2 \cdot 0,136 \cdot 2,3 \cdot 10^{-4} - (3 \cdot 12)^2 \cdot 0,013 \cdot 0 \right. \\ \cdot \frac{2,29 \cdot 10^5}{31,65 \cdot 10^5} - \frac{-3279,82q}{31,65 \cdot 10^5} \cdot (3 \cdot 12)^2 \cdot 1,3 \cdot 10^{-4} \\ \left. - \frac{q}{2,29 \cdot 10^5} \cdot (3 \cdot 12)^4 \cdot 3 \cdot 10^{-5} \right] = 0,0407q \text{ см}; \end{aligned} \quad (3.80)$$

$$\begin{aligned}
W_{21} = W_{12} = 0,0407q \\
- \left[-(3 \cdot 10)^2 \cdot 0,156 \cdot 3,1 \cdot 10^{-4} - (3 \cdot 10)^2 \cdot 0,019 \cdot 0 \right. \\
\cdot \frac{2,29 \cdot 10^5}{9,38 \cdot 10^5} - \frac{-2714,34q}{9,38 \cdot 10^5} \cdot (3 \cdot 10)^2 \cdot 2,4 \cdot 10^{-4} \\
\left. - \frac{0}{2,29 \cdot 10^5} \cdot (3 \cdot 10)^4 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \right] = 0,0829q \text{ см;}
\end{aligned} \tag{3.81}$$

$$\begin{aligned}
W_{11} = 0,0829q \\
- \left[-(3 \cdot 8)^2 \cdot 0,244 \cdot 7,5 \cdot 10^{-4} - (3 \cdot 8)^2 \cdot 0,101 \cdot 0 \cdot \frac{2,29 \cdot 10^5}{2,29 \cdot 10^5} \right. \\
- \frac{0}{2,29 \cdot 10^5} \cdot (3 \cdot 8)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} - \frac{0}{2,29 \cdot 10^5} \cdot (3 \cdot 8)^4 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \left. \right] \\
= 0,1937q \text{ см;}
\end{aligned} \tag{3.82}$$

За результатами розрахунків напружень та переміщень будуюмо відповідні графіки (Рис.3.2).

Визначимо найбільші напруження, які виникають в пластині:

$$\sigma_{\text{екв}}^{\text{max}} = \sigma_{\text{екв}11} = 37,4q \text{ МПа;} \tag{3.83}$$

За умовою міцності:

$$\sigma_{\text{екв}} = \sigma_{\text{екв}}^{\text{max}}[q] \leq [\sigma]; \tag{3.84}$$

можна визначити допустимі значення безрозмірного параметра:

$$[q] = \frac{[\sigma]}{\sigma_{\text{екв}}^{\text{max}}} = \frac{160}{37,4q} = 4,28; \tag{3.85}$$

отже, для забезпечення міцності пластини при згині, маємо умову:

$$q \leq 4,28. \tag{3.86}$$

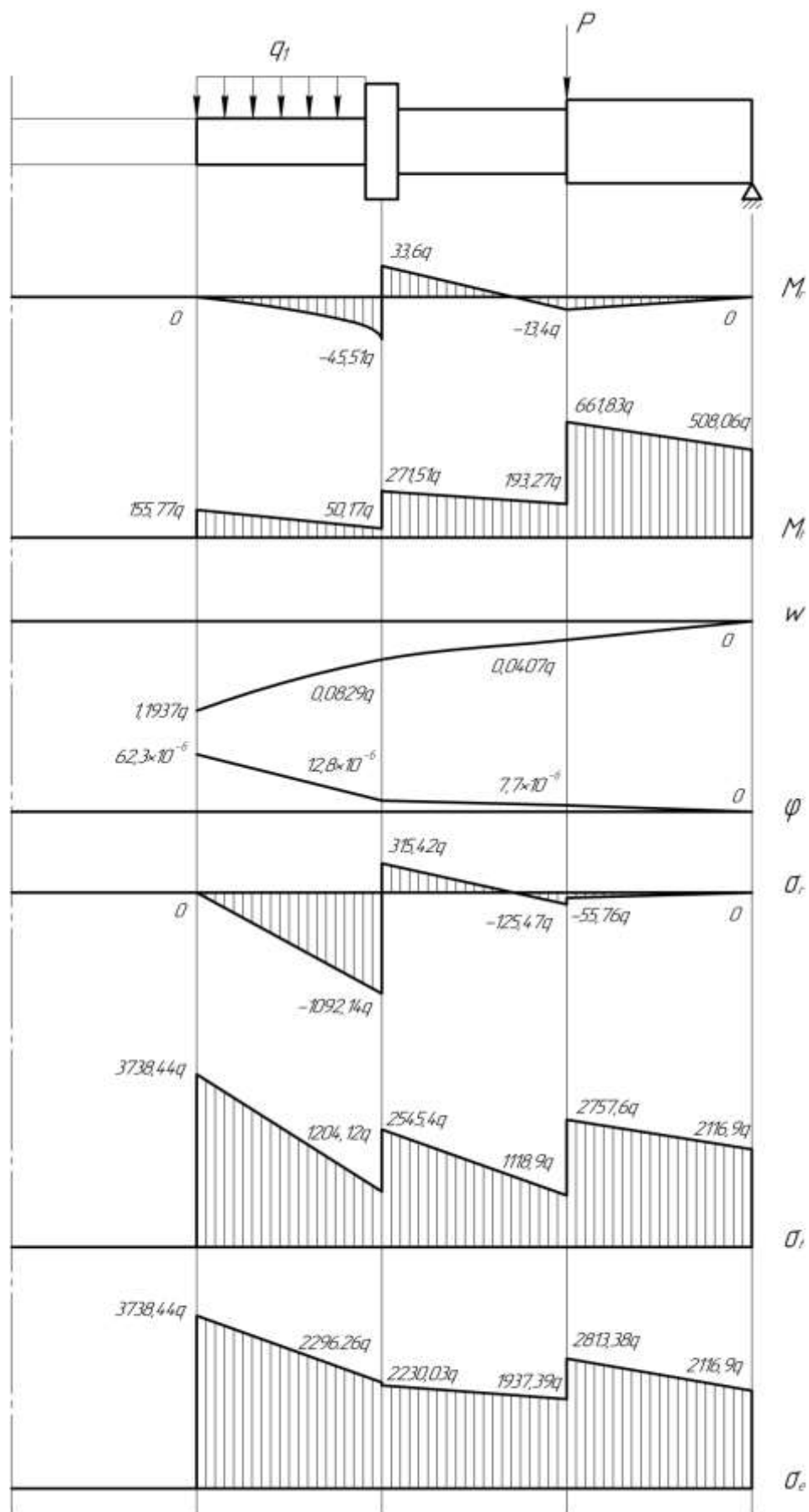


Рис. 3.2. Епюри моментів, напружень та прогин пластини

4. Визначення НДС у циліндрі при стисканні зосередженими силами

Вважаємо, що будь-яка зовнішнє осесиметричне навантаження можна представити у вигляді ступінчатого, тобто кусково-постійною по висоті функцією, тому для пошуку розв'язку необхідно лише знати рішення для однієї ступені. Звідси задача зводиться до двох частинних випадків (рис.4.1) [7]:

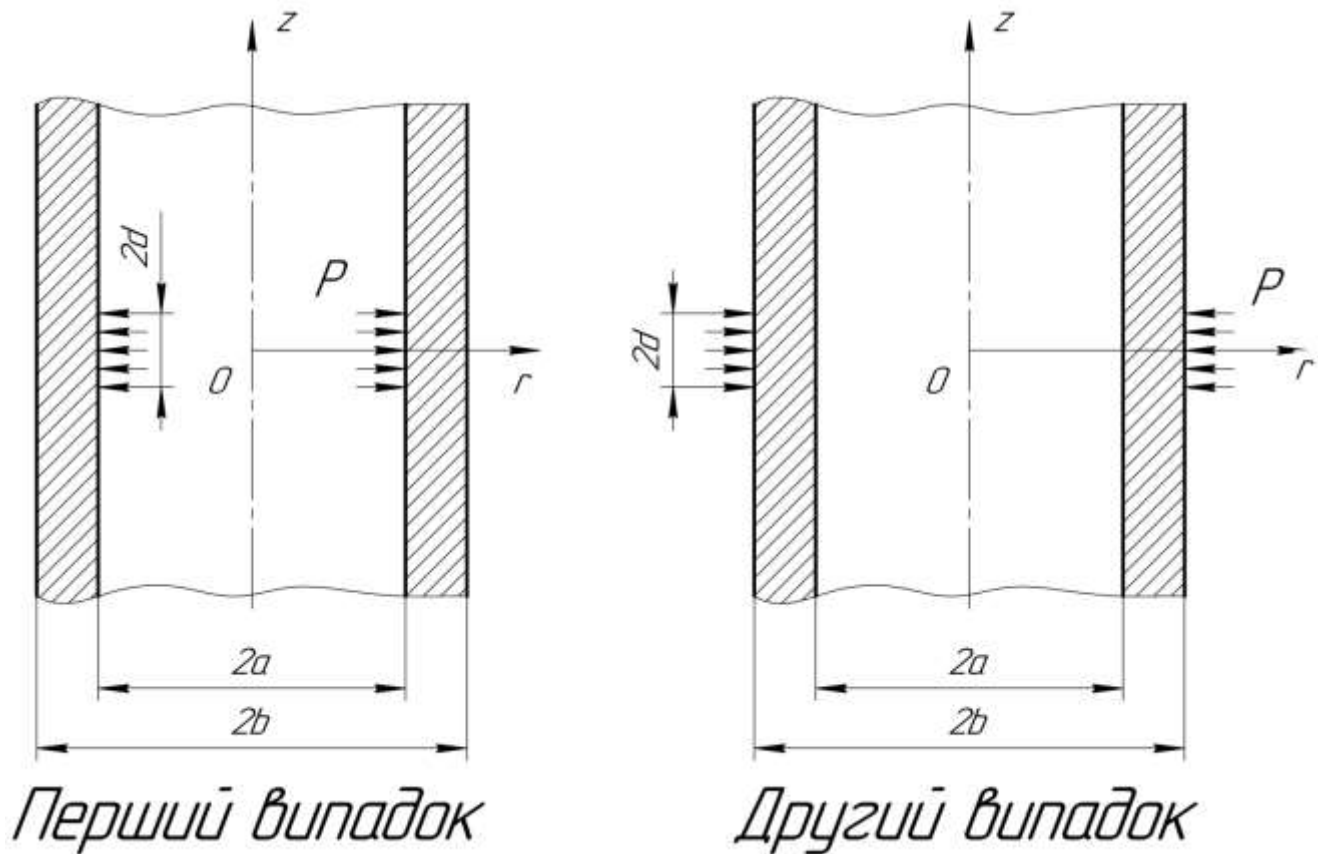


Рис. 4.1. Схеми навантаження циліндра

В першому випадку навантаження прикладене до внутрішньої стінки циліндра, та граничні умови при цьому:

$$\sigma_{rr}(a, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \cos \beta z d\beta \int_0^{\infty} f_a(z) \cos \beta z dz; \quad (4.1)$$

$$\sigma_{rr}(b, z) = 0; \quad (4.2)$$

В другому навантаження прикладене до зовнішньої стінки:

$$\sigma_{rr}(b, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \cos \beta z d\beta \int_0^{\infty} f_b(z) \cos \beta z dz; \quad (4.3)$$

$$\sigma_{rr}(a, z) = 0; \quad (4.4)$$

Але в обох випадках:

$$\tau_{rz}(a, z) = \tau_{rz}(b, z) = 0; \quad (4.5)$$

Тут $f_a(z), f_b(z)$ — це значення функції навантаження при $r = a$ та $r = b$ відповідно.

Підставивши функції Лява осесиметричного навантаження циліндру виду [7]:

$$L = \int_0^{\infty} \frac{1}{\beta^3} (A' I_0(\beta r) + B' \beta r I_1(\beta r) + A'' K_0(\beta r) + B'' \beta r K_1(\beta r)) \sin \beta z d\beta; \quad (4.6)$$

в розв'язок Лява [7]:

$$\sigma_{rr} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \nabla^2 L - \frac{\partial^2 L}{\partial r^2} \right); \quad (4.7)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \nabla^2 L - \frac{1}{r} \frac{\partial L}{\partial r} \right); \quad (4.8)$$

$$\sigma_{zz} = \frac{\partial}{\partial z} \left[(2 - \mu) \nabla^2 L - \frac{\partial^2 L}{\partial z^2} \right]; \quad (4.9)$$

$$\tau_{rz} = \frac{\partial}{\partial r} \left[(1 - \mu) \nabla^2 L - \frac{\partial^2 L}{\partial z^2} \right]; \quad (4.10)$$

$$U_r = -\frac{1}{G} \frac{\partial^2 L}{\partial r \partial z}; \quad (4.11)$$

$$U_z = \frac{1}{2G} \left[2(1 - \mu) \nabla^2 L - \frac{\partial^2 L}{\partial z^2} \right]; \quad (4.12)$$

можна отримати значення напружень та переміщень [7]:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} = \int_0^{\infty} [& A'(-I_{0r} + I_{1r}/\beta r) + B'(-(1 - 2\mu)I_{0r} - \beta r I_{1r}) \\ & + A''(-K_{0r} - K_{1r}/\beta r) + B''((1 - 2\mu)K_{0r} - \beta r K_{1r})] \cos \beta z d\beta; \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \int_0^{\infty} [A'I_{1r}/\beta r - B'(1-2\mu)I_{0r} + A''K_{1r}/\beta r + B''(1-2\mu)K_{0r}] \cos \beta z d\beta; \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{zz} = \int_0^{\infty} [A'I_{0r} + \Delta B'(2(2-\mu)I_{0r} - \beta r I_{1r}) + A''K_{0r} \\ + B''(-2(2-\mu)K_{0r} - \beta r K_{1r})] \cos \beta z d\beta; \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} \tau_{rz} = \int_0^{\infty} [A'I_{1r} + B'(2(1-\mu)I_{1r} - \beta r I_{0r}) + A''K_{1r} \\ + B''(2(1-\mu)K_{1r} - \beta r K_{0r})] \sin \beta z d\beta; \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$U_r = \frac{1+\mu}{E} \int_0^{\infty} \frac{1}{\beta} (-A'I_{1r} - B'\beta r I_{0r} + A''K_{1r} + B''\beta r K_{0r}) \cos \beta z d\beta; \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} U_z = \frac{1+\mu}{E} \int_0^{\infty} \frac{1}{\beta} [A'I_{0r} + B'(4(1-\mu)I_{0r} - \beta r I_{1r}) + A''K_{0r} \\ - B''(4(1-\mu)K_{0r} - \beta r K_{1r})] \sin \beta z d\beta. \end{aligned} \quad (4.18)$$

де

$I_{0r} = I_0(\beta r)$ — модифікована функція Бесселя першого роду 0-ого порядку;

$I_{1r} = I_1(\beta r)$ — модифікована функція Бесселя першого роду 1-ого порядку;

$K_{0r} = K_0(\beta r)$ — модифікована функція Бесселя другого роду 0-ого порядку;

$K_{1r} = K_1(\beta r)$ — модифікована функція Бесселя другого роду 1-ого порядку;

Враховуючи граничні умови на бічних поверхнях $\tau_{rz}(a, z) = \tau_{rz}(b, z) = 0$ та при умові задання нормального навантаження на бічних поверхнях у вигляді:

$$\sigma_{rr}(a, z) = \int_0^{\infty} A(\beta) \cos \beta z d\beta; \quad (4.19)$$

$$\sigma_{rr}(b, z) = \int_0^{\infty} B(\beta) \cos \beta z d\beta; \quad (4.20)$$

маємо [7]:

$$A'a_1 + B'b_1 + A''c_1 + B''d_1 = 0; \quad (4.21)$$

$$A'a_2 + B'b_2 + A''c_2 + B''d_2 = 0; \quad (4.22)$$

$$A'a_3 + B'b_3 + A''c_3 + B''d_3 = A(\beta); \quad (4.23)$$

$$A'a_4 + B'b_4 + A''c_4 + B''d_4 = B(\beta); \quad (4.24)$$

де [7]

$$a_1 = I_{1a}; \quad (4.25)$$

$$a_2 = I_{1b}; \quad (4.26)$$

$$a_3 = -I_{0a} + I_{1a}/\beta a; \quad (4.27)$$

$$a_4 = -I_{0b} + I_{1b}/\beta b; \quad (4.28)$$

$$b_1 = 2(1 - \mu)I_{1a} + \beta a I_{0a}; \quad (4.29)$$

$$b_2 = 2(1 - \mu)I_{1b} + \beta b I_{0b}; \quad (4.30)$$

$$b_3 = -(1 - 2\mu)I_{0a} + \beta a I_{1a}; \quad (4.31)$$

$$b_4 = -(1 - 2\mu)I_{0b} + \beta b I_{1b}; \quad (4.32)$$

$$c_1 = -K_{1a}; \quad (4.33)$$

$$c_2 = -K_{1b}; \quad (4.34)$$

$$c_3 = -K_{0a} + K_{1a}/\beta a; \quad (4.35)$$

$$c_4 = -K_{0b} + K_{1b}/\beta b; \quad (4.36)$$

$$d_1 = 2(1 - \mu)K_{1a} + \beta a K_{0a}; \quad (4.37)$$

$$d_2 = 2(1 - \mu)K_{1b} + \beta b K_{0b}; \quad (4.38)$$

$$d_3 = (1 - 2\mu)K_{0a} + \beta a K_{1a}; \quad (4.39)$$

$$d_4 = (1 - 2\mu)K_{0b} + \beta b K_{1b}; \quad (4.40)$$

З рівнянь (4.21)–(4.24) можна знайти співвідношення між A', A'', B', B'' та A, B :

$$A' = \frac{\Delta A_1}{\Delta} A + \frac{\Delta B_1}{\Delta} B; \quad (4.41)$$

$$B' = \frac{\Delta A_2}{\Delta} A + \frac{\Delta B_2}{\Delta} B; \quad (4.42)$$

$$A'' = \frac{\Delta A_3}{\Delta} A + \frac{\Delta B_3}{\Delta} B; \quad (4.43)$$

$$B'' = \frac{\Delta A_4}{\Delta} A + \frac{\Delta B_4}{\Delta} B; \quad (4.44)$$

де $\Delta A_1, \Delta A_2, \Delta A_3, \Delta A_4, \Delta B_1, \Delta B_2, \Delta B_3, \Delta B_4$ — алгебраїчні доповнення для елементів $a_3, b_3, c_3, d_3, a_4, b_4, c_4, d_4$ у визначнику [1]:

$$\Delta = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{bmatrix}; \quad (4.45)$$

Підставивши (4.41)–(4.44) в (4.13)–(4.18) отримаємо [7]:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} = \int_0^\infty \left\{ \frac{A}{\Delta} [\Delta A_1(-I_{0r} + I_{1r}/\beta r) + \Delta A_2(-(1 - 2\mu)I_{0r} - \beta r I_{1r}) \right. \\ + \Delta A_3(-K_{0r} - K_{1r}/\beta r) + \Delta A_4((1 - 2\mu)K_{0r} - \beta r K_{1r})] \\ + \frac{B}{\Delta} [\Delta B_1(-I_{0r} + I_{1r}/\beta r) + \Delta B_2(-(1 - 2\mu)I_{0r} - \beta r I_{1r}) \\ + \Delta B_3(-K_{0r} - K_{1r}/\beta r) \\ \left. + \Delta B_4((1 - 2\mu)K_{0r} - \beta r K_{1r})] \right\} \cos \beta z \, d\beta; \end{aligned} \quad (4.46)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} = \int_0^\infty \left\{ \frac{A}{\Delta} [-\Delta A_1 I_{1r}/\beta r - \Delta A_2(1 - 2\mu)I_{0r} + \Delta A_3 K_{1r}/\beta r \right. \\ + \Delta A_4(1 - 2\mu)K_{0r}] \\ + \frac{B}{\Delta} [-\Delta B_1 I_{1r}/\beta r - \Delta B_2(1 - 2\mu)I_{0r} + \Delta B_3 K_{1r}/\beta r \\ \left. + \Delta B_4(1 - 2\mu)K_{0r}] \right\} \cos \beta z \, d\beta; \end{aligned} \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{zz} = \int_0^\infty \left\{ \frac{A}{\Delta} [\Delta A_1 I_{0r} + \Delta A_2(2(2 - \mu)I_{0r} - \beta r I_{1r}) + \Delta A_3 K_{0r} \right. \\ + \Delta A_4(-2(2 - \mu)K_{0r} - \beta r K_{1r})] \\ + \frac{B}{\Delta} [\Delta B_1 I_{0r} + \Delta B_2(2(2 - \mu)I_{0r} - \beta r I_{1r}) + \Delta B_3 K_{0r} \\ \left. + \Delta B_4(-2(2 - \mu)K_{0r} - \beta r K_{1r})] \right\} \cos \beta z \, d\beta; \end{aligned} \quad (4.48)$$

$$\begin{aligned} \tau_{rz} = \int_0^{\infty} \left\{ \frac{A}{\Delta} [\Delta A_1 I_{1r} + \Delta A_2 (2(1 - \mu) I_{1r} - \beta r I_{0r}) + \Delta A_3 K_{1r} \right. \\ \left. + \Delta A_4 (2(1 - \mu) K_{1r} - \beta r K_{0r})] \right. \\ \left. + \frac{B}{\Delta} [\Delta B_1 I_{1r} + \Delta B_2 (2(1 - \mu) I_{1r} - \beta r I_{0r}) + \Delta B_3 K_{1r} \right. \\ \left. + \Delta B_4 (2(1 - \mu) K_{1r} - \beta r K_{0r})] \right\} \sin \beta z d\beta; \end{aligned} \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned} U_r = \frac{1 + \mu}{E} \int_0^{\infty} \left\{ \frac{A}{\beta \Delta} [-\Delta A_1 I_{1r} - \Delta A_2 \beta r I_{0r} + \Delta A_3 K_{1r} + \Delta A_4 \beta r K_{0r}] \right. \\ \left. + \frac{B}{\beta \Delta} [-\Delta B_1 I_{1r} + \Delta B_2 \beta r I_{0r} + \Delta B_3 K_{1r} + \Delta B_4 \beta r K_{0r}] \right\} \cos \beta z d\beta; \end{aligned} \quad (4.50)$$

$$\begin{aligned} U_z = \frac{1 + \mu}{E} \int_0^{\infty} \left\{ \frac{A}{\beta \Delta} [\Delta A_1 I_{0r} + \Delta A_2 (4(1 - \mu) I_{0r} - \beta r I_{1r}) + \Delta A_3 K_{0r} \right. \\ \left. - \Delta A_4 (4(1 - \mu) K_{0r} - \beta r K_{1r})] \right. \\ \left. + \frac{B}{\beta \Delta} [\Delta B_1 I_{0r} + \Delta B_2 (4(1 - \mu) I_{0r} - \beta r I_{1r}) + \Delta B_3 K_{0r} \right. \\ \left. + \Delta B_4 (4(1 - \mu) K_{0r} - \beta r K_{1r})] \right\} \sin \beta z d\beta. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Для першого випадку функції А та В визначають з системи рівнянь [7]:

$$\int_0^{\infty} A \cos \beta z d\beta = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \cos \beta z d\beta \int_0^{\infty} f_a(z) \cos \beta z dz; \quad (4.52)$$

$$\int_0^{\infty} B \cos \beta z d\beta = 0; \quad (4.53)$$

маємо:

$$A = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} f_a(z) \cos \beta z dz = \frac{2p \sin \beta d}{\pi \beta}; \quad (4.54)$$

$$B = 0; \quad (4.55)$$

А для другого випадку [7]:

$$\int_0^{\infty} A \cos \beta z d\beta = 0; \quad (4.56)$$

$$\int_0^{\infty} B \cos \beta z d\beta = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \cos \beta z d\beta \int_0^{\infty} f_b(z) \cos \beta z dz; \quad (4.57)$$

маємо:

$$A = 0; \quad (4.58)$$

$$B = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} f_b(z) \cos \beta z dz = \frac{2p \sin \beta d}{\pi \beta}; \quad (4.59)$$

Підставивши значення, отримали розподіл напружень зображені на рис.4.2-4.5 та переміщень зображені на рис.4.6.

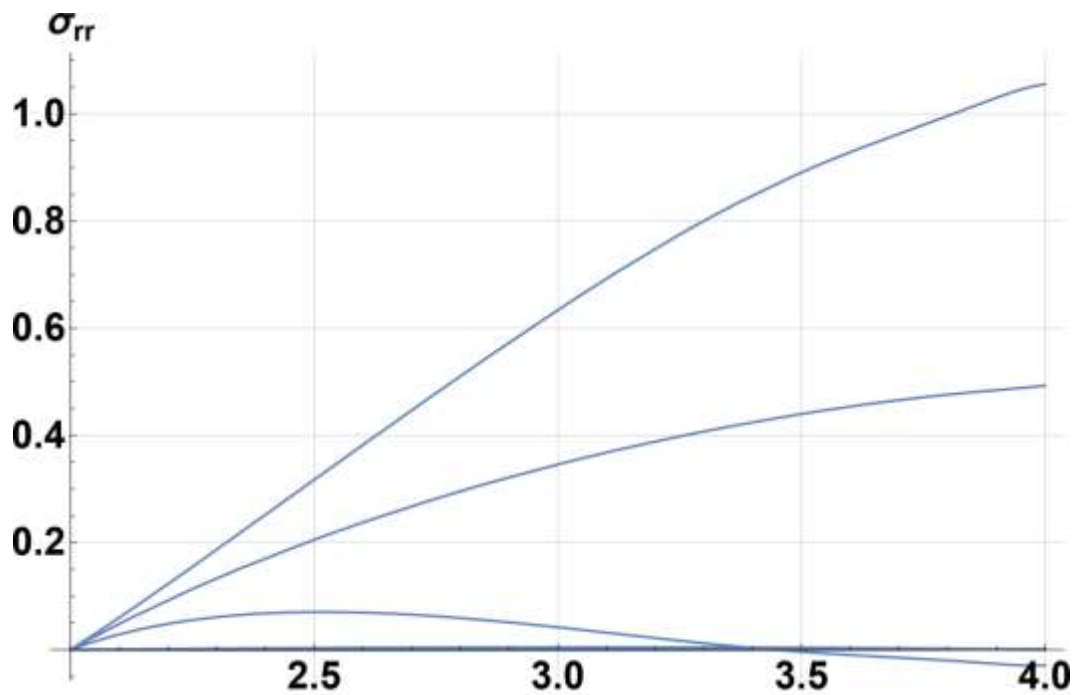


Рис. 4.2

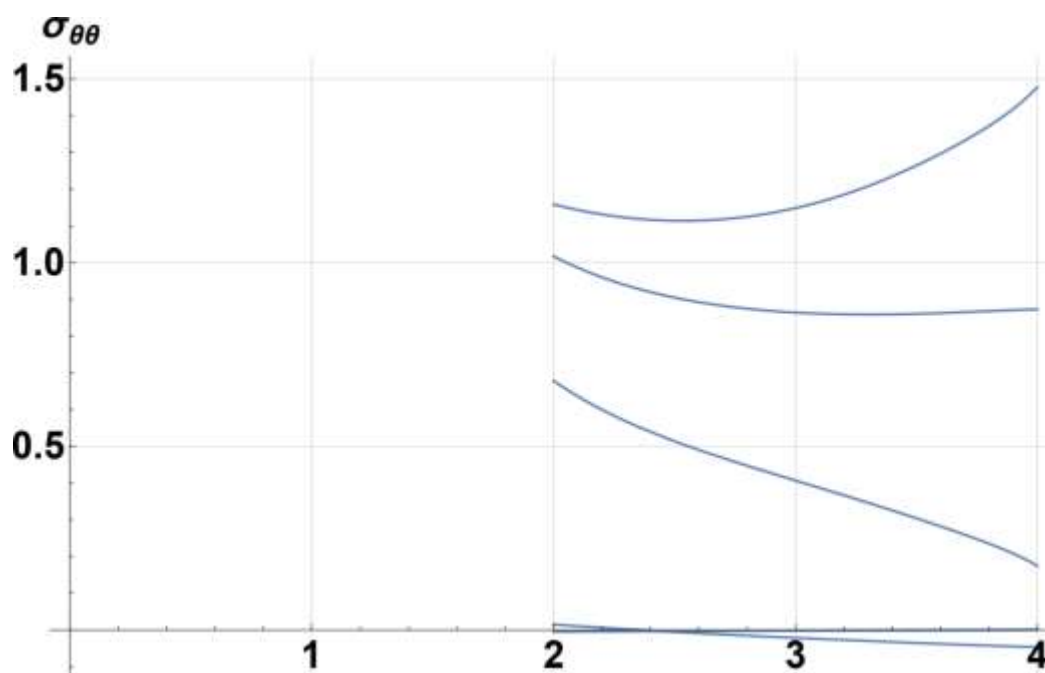


Рис. 4.3

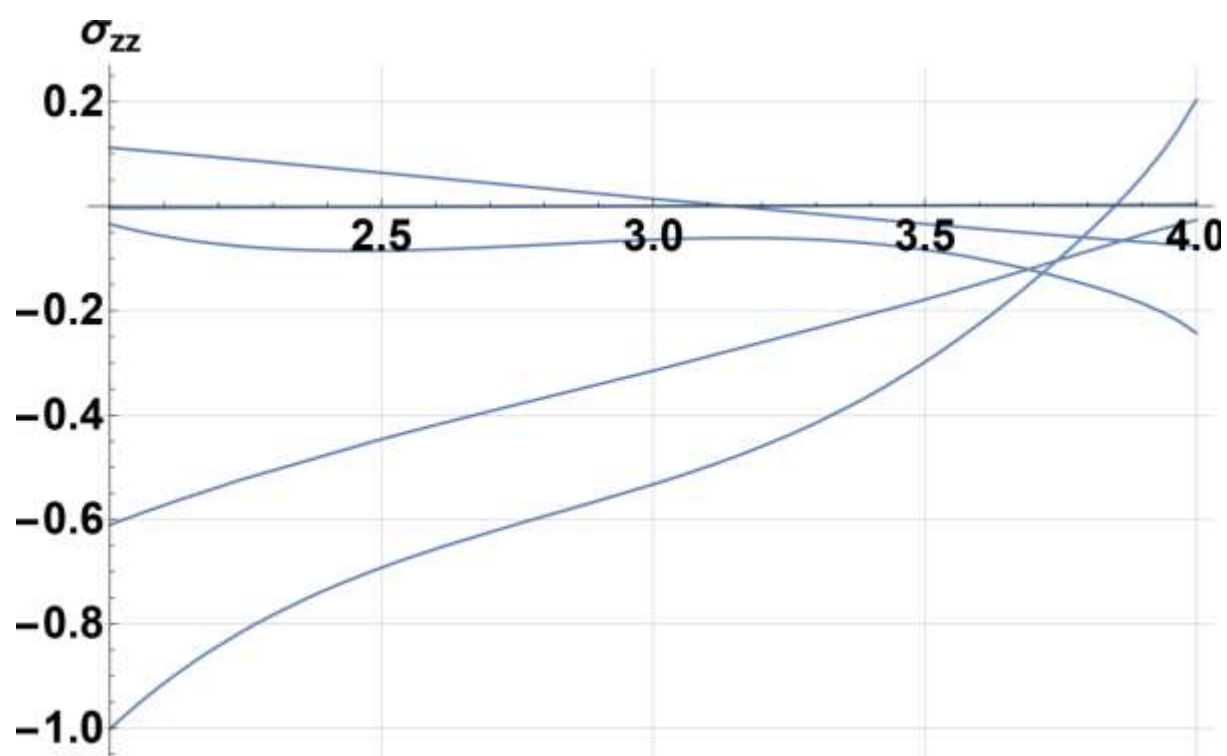


Рис. 4.4

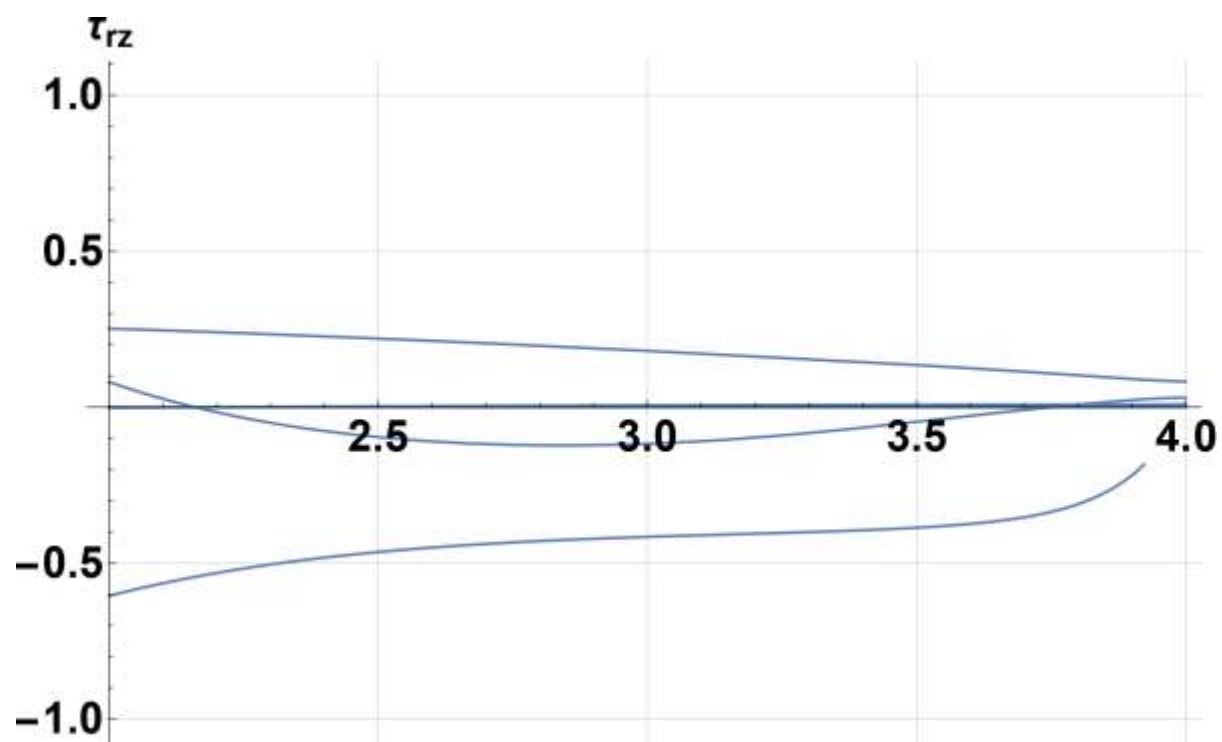


Рис. 4.5

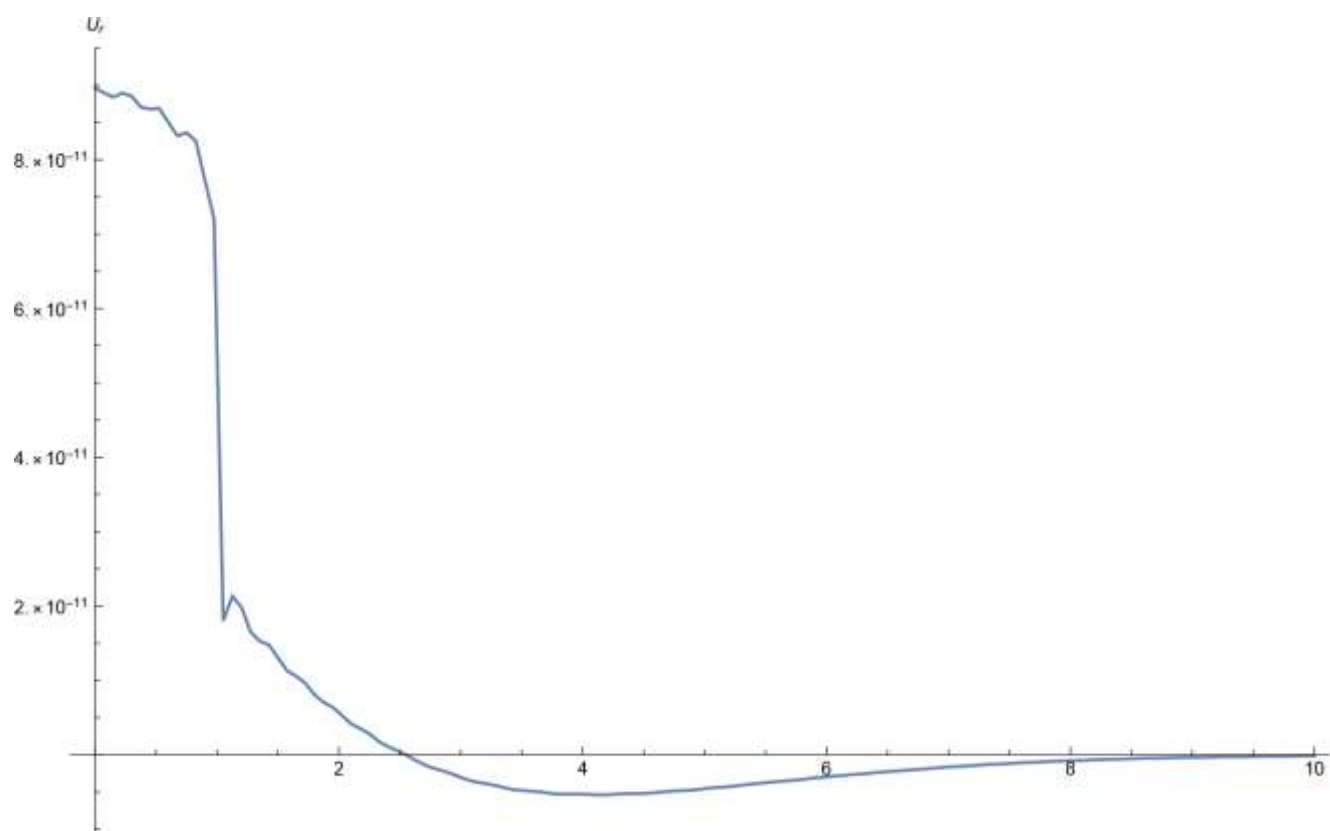


Рис. 4.6

5. Чисельні розрахунки напружено-деформованого стану випробувального зразка

5.1. Вибір зразка та його розрахункової моделі

Так, як прототип КМ-50 є установкою для випробувань зразків на кручення, то за рекомендаціями [1, табл.9] обираємо трубчастий тип зразка. Для даного типу зразка вже експериментально визначено коефіцієнт концентрації напружень (ККН) у перехідній частині: його значення не повинно перевищувати $\alpha = 1,05$ [8].

Геометричні характеристики зразка будемо визначати методами дисципліни “Опору матеріалів” [8], враховуючи максимальний обертовий момент на захваті, який рівний $T_{\max} = 15$ кНм, заданий за умовою мінімальний запас потужності установки рівний $k = 1,6$ та основні характеристики матеріалу зразка:

- Границя міцності матеріалу: $\sigma_b = 1400$ МПа;
- Коефіцієнт Пуассона: $\mu = 0,32$;
- Модуль Юнга: $E = 2,23 \cdot 10^5$ МПа.

Знайдемо руйнівне зусилля з розрахунку максимального зусилля устаткування T_{\max} та запасу потужності k :

$$T = \frac{T_{\max}}{k} = \frac{15}{1,6} = 9,38 \text{ кНм}; \quad (5.1)$$

Визначимо максимальне еквівалентне напруження:

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_B}{\alpha} = \frac{1400}{1,05} = 1333 \text{ МПа}; \quad (5.2)$$

Запишемо умову міцності на основі IV критерію міцності.

$$\sigma_{\max} = \sqrt{3} \cdot \tau_{\max} = \frac{\sqrt{3} \cdot T}{W_p} \leq [\sigma]; \quad (5.3)$$

Звідси визначимо полярний момент опору перерізу зразка:

$$W_p = \frac{\sqrt{3} \cdot T}{\sigma_{\max}} = \frac{\sqrt{3} \cdot 9,38 \cdot 10^3}{1333 \cdot 10^6} = 1,22 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 = 1,22 \cdot 10^4 \text{ мм}^3; \quad (5.4)$$

Для подальшого визначення внутрішнього та зовнішнього діаметрів робочої частини трубчатого зразка необхідно задатися співвідношенням $\frac{D}{\delta}$ за рекомендаціями [8] та підставити його у формулу розрахунку полярного моменту опору для даного поперечного перерізу:

$$W_p = \frac{\pi D^2 \delta}{2}; \quad (5.5)$$

$$\frac{D}{\delta} = 10 \quad (5.6)$$

де

D — середній діаметр трубки;

δ — товщина стінки трубки.

Маємо:

$$\begin{cases} D = 10\delta \\ W_p = \frac{100\pi\delta^3}{2} \end{cases} \quad (5.7)$$

З цієї системи алгебраїчних рівнянь визначаємо невідомі:

$$\begin{cases} \delta = \sqrt[3]{\frac{2W_p}{100\pi}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 1,22 \cdot 10^4}{100\pi}} = 4,26 \text{ мм} \\ D = 10 \cdot 4,26 = 42,6 \text{ мм} \end{cases} \quad (5.8)$$

Тепер, знаючи ці параметри, можна визначити внутрішній та зовнішній діаметри трубок та довжину робочої частини зразка [1]:

$$d_3 = D + \delta = 42,6 + 4,26 = 46,9 \text{ мм} \quad (5.9)$$

$$d_b = D - \delta = 42,6 - 4,26 = 38,4 \text{ мм} \quad (5.10)$$

$$L = 5 \cdot d_3 = 5 \cdot 46,9 = 234,5 \text{ мм} \quad (5.11)$$

Розміри зразка, зокрема діаметри та товщина стінки, занадто великі для випробувальної установки, тому їх необхідно зменшити, але при цьому залишити основні співвідношення, використати стандартний ряд розмірів [8] і визначити розміри перехідної та опорної частини зразка користуючись рекомендаціями [1], [8]. Отримали наступні геометричні характеристики робочої частини зразка:

Середній діаметр: $D = 20 \text{ мм}$;

Товщина стінки: $\delta = 2 \text{ мм}$;

Зовнішній діаметр: $d_3 = 22 \text{ мм}$;

Внутрішній діаметр: $d_b = 18 \text{ мм}$;

Довжина робочої частини: $L = 110 \text{ мм}$;

Геометричні характеристики перехідної частини зразка:

Радіуси скруглення: $r_1 = 40 \text{ мм}$; $r_2 = 10 \text{ мм}$;

Кут нахилу перехідної частини: $\beta = 7,5^\circ$;

Довжина перехідної частини: $L_{\pi} = 36 \text{ мм}$;

Геометричні характеристики опорної частини зразка:

Діаметр опорної частини: $D_c = 50 \text{ мм}$;

Довжина вирізу: $L_{\text{вир}} = 0,6 \cdot L_c = 0,6 \cdot 40 = 24 \text{ мм}$;

Відстань між площинами вирізу: $h_{\text{вир}} = 0,8 \cdot D_c = 0,8 \cdot 50 = 40 \text{ мм}$;

Довжина опорної частини: $L_c = 40 \text{ мм}$;

5.2. Постановка крайової задачі

Розглядаємо напружено-деформований стан задачі пружності. Результатами розрахунку є розподіл напружень, поля переміщень та деформацій, які будуть використані для прогнозування міцнісних і деформаційних характеристик тіла.

Будемо вважати [8], що тіло об'ємом Ω обмежене поверхнею S і використовуємо Лагранжеві координати. Досліджувальними фізичними величинами є: зусилля, напруження, переміщення, деформації. Матеріал приймаємо ізотропним і досліджуємо лише малі деформації.

5.3. Постановка крайової задачі пружності

Вважаємо [8], що в початковий момент t_0 в розглядуваному тілі переміщення $U_{ij}(\vec{x}, t_0)$, деформації $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t_0)$ та напруження $\sigma_{mn}(\vec{x}, t_0)$ мають нульові значення. Нехай після цього в об'ємі тіла Ω , а також на частині його поверхні $S_G = S_U \cup S_P$ за деякий проміжок часу відбудеться зміна навантажень, тобто на час t прикладемо: $P_m(\vec{x}, t)$ — поверхневі сили на S_P ; відбулися переміщення $U_i(\vec{x}, t)$ — на S_U . Для визначення в кожній точці тіла величин: $U_i(\vec{x}, t)$ — переміщень, $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$ — деформацій, $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$ — напружень маємо наступну крайову задачу [8]:

Рівняння рівноваги в узагальненому вигляді:

$$\nabla_n \sigma_{mn} = 0; \quad (5.12)$$

Геометричні рівняння в узагальненому вигляді:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i U_j + \nabla_j U_i); \quad (5.13)$$

Усі деформації є пружними, тому:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e; \quad (5.14)$$

Фізичні рівняння [8]:

$$\sigma_{mn} = E_{mnij} \varepsilon_{ij}^e; \quad (5.15)$$

де E_{mnij} — тензор модулів пружності.

Додатково були використані граничні умови на поверхнях S_U і S_P :

$$U_i|_{S_U} = U_i; \quad (5.16)$$

$$\sigma_{mn}v_n|_{S_P} = P_m; \quad (5.17)$$

Для зручності використовуємо варіаційну постановку задачі, а для її отримання застосовуємо рівняння рівноваги, геометричні рівняння та співвідношення (5.17), симетрія властивостей тензора напружень $\sigma_{mn} = \sigma_{nm}$ і теорема Гауса-Остроградського. Як результат, маємо [8] функціонал відносно варіацій переміщень і деформацій:

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{S_P} P_m \delta U_m dS = 0; \quad (5.18)$$

що на ряду з кінематичними граничними умовами на поверхні S_U визначить нескінченну кількість можливих напружено-деформованих станів. Дійсний напружено деформований стан є одним з багатьох, однак він додатково задовольняє лінійним фізичним рівнянням зв'язків $\sigma_{mn} \propto \varepsilon_{mn}$.

5.4. Алгоритм розв'язку

Лінійний закон Гука записали у вигляді [8]:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\}; \quad (5.19)$$

де $[D]$ – матриця модулів пружності.

У випадку пружної ізотропії матеріалу:

$$[D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix}; \quad (5.20)$$

де [8]

$$2G = \frac{E}{(1 + \mu)};$$

$$a = \frac{(1 - \mu)}{(1 - 2\mu)};$$

$$b = \frac{\mu}{(1 - 2\mu)};$$

$$c = 0,5;$$

E – модуль Юнга;

μ – коефіцієнт Пуассона.

Всі деформації – пружні:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\}; \quad (5.21)$$

Враховуючи матрицю модулів пружності (5.13) і (5.21), записали лінійний закон Гука (5.19) у вигляді [8]:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}; \quad (5.22)$$

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e; \quad (5.23)$$

де

$\{q\}_e = \{(q^1, q^2, q^3)_{1,...}, (q^1, q^2, q^3)_M\}^T = \{q_1, q_2, ..., q_{3M}\}^T$ – вектор переміщень в вузлах скінчено елементної сітки;

$[B]$ – матриця диференціювання у глобальних координатах.

Запишемо функціонал (5.18) з урахуванням суперпозиції робіт по скінченним елементам (так, як скінченні елементи взаємодіють один з одним у вузлах, але не перетинаються) [8]:

$$F = \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T [B]^T [D] [B] \{q\}_e d\Omega - \sum_e \int_{S_p^e} \{\delta q\}_e^T [\varphi]^T \{p\} dS = 0; \quad (5.24)$$

де

$\{p\} = \{p_1, p_2, p_3\}^T$ – вектор навантажень;

S_p^e – поверхня скінченного елемента, що виходить на S_p тіла.

Вектори $\{\delta q\}_e^T$ і $\{q\}_e$ можна винести за межі інтегралів, так як вони не залежать від параметрів інтегрування. З (5.24) маємо:

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega \cdot \{q\}_e + \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{S_p^e} [\varphi]^T \{p\} dS = 0; \quad (5.25)$$

Позначаємо:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega; \quad (5.26)$$

$$\{P\}_e = \int_{S_p^e} [\varphi]^T \{p\} dS; \quad (5.27)$$

Звідси:

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T ([K]_e \{q\}_e - \{P\}_e) = 0; \quad (5.28)$$

Так, як $\{\delta q\}_e^T$ є довільними, то, враховуючи кінематичні граничні умови, отримано систему алгебраїчних рівнянь вигляду [2]:

$$[K]\{q\} = \{P\}; \quad (5.29)$$

Система (5.29) отримана відносно глобального вектора дійсних переміщень $\{q\}_e$ у вузлах скінченно елементної сітки та додавання за ступенями свободи вузлів в цій системі, що позначено наступним чином:

$$[K] = \sum_e [K]_e;$$

$$\{P\} = \sum_e \{P\}_e.$$

5.5. Розрахункова схема

Як вже зазначалося раніше, розглядається кручення трубчатого зразка, але завдяки симетрії зразка доцільно розглядати лише його половину, таким чином прискоривши час розрахунку та отримати при цьому точний результат [1]. Будуємо модель зразка у програмі АСКОН КОМПАС-3D та імпортуємо геометрію до програми ANSYS Workbench 2019 R3, заздалегідь створивши новий проект та задавши всі необхідні характеристики матеріалу. Сітку скінченних елементів на основній та перехідній частині робимо з кроком 0,8 мм, а на опорній — 5 мм, що не вплине на точність розрахунку. Прикладаємо навантаження до вирізів на опорній частині у вигляді пари сил, фіксуємо вузли на поверхні розсічення зразка від переміщення та повороту. На рис. 5.1 зображена розрахункова схема зразка з побудованою сіткою скінченних елементів.

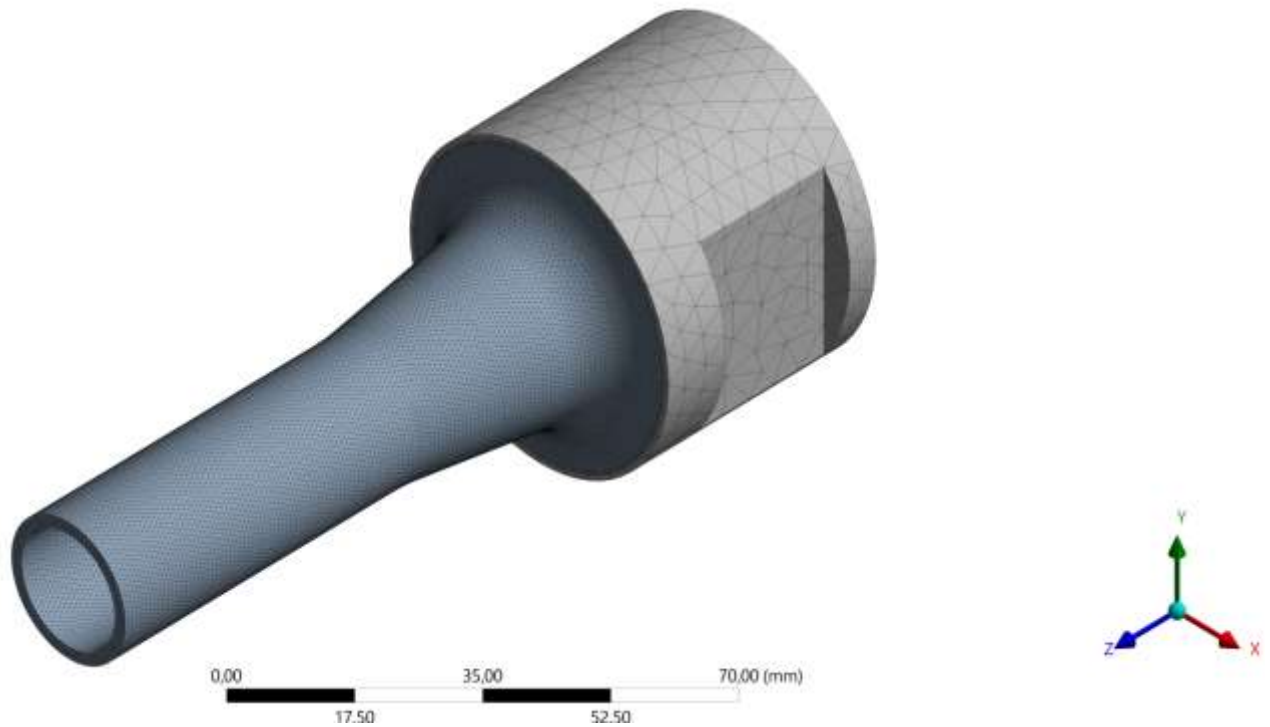


Рис. 5.1. Розрахункова схема

5.6. Результати розрахунків та їх аналіз

Після проведення розрахунку в програмному комплексі ANSYS Workbench 2019 R3 одержано розв'язок задачі напружено-деформованого стану зразка в пружній області. На рис. 5.2. показано розподіл напружень за Мізесом від крутного моменту.

Визначаємо коефіцієнт концентрації напружень за Мізесом для ділянки заокруглення:

$$\alpha_{\max} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{prob}}} = 1,012 \quad (5.30)$$

$$\alpha_{\max} < \alpha = 1,05 \quad (5.31)$$

Залежність виконується, отже можна зробити висновок, що зразок спроектований правильно.

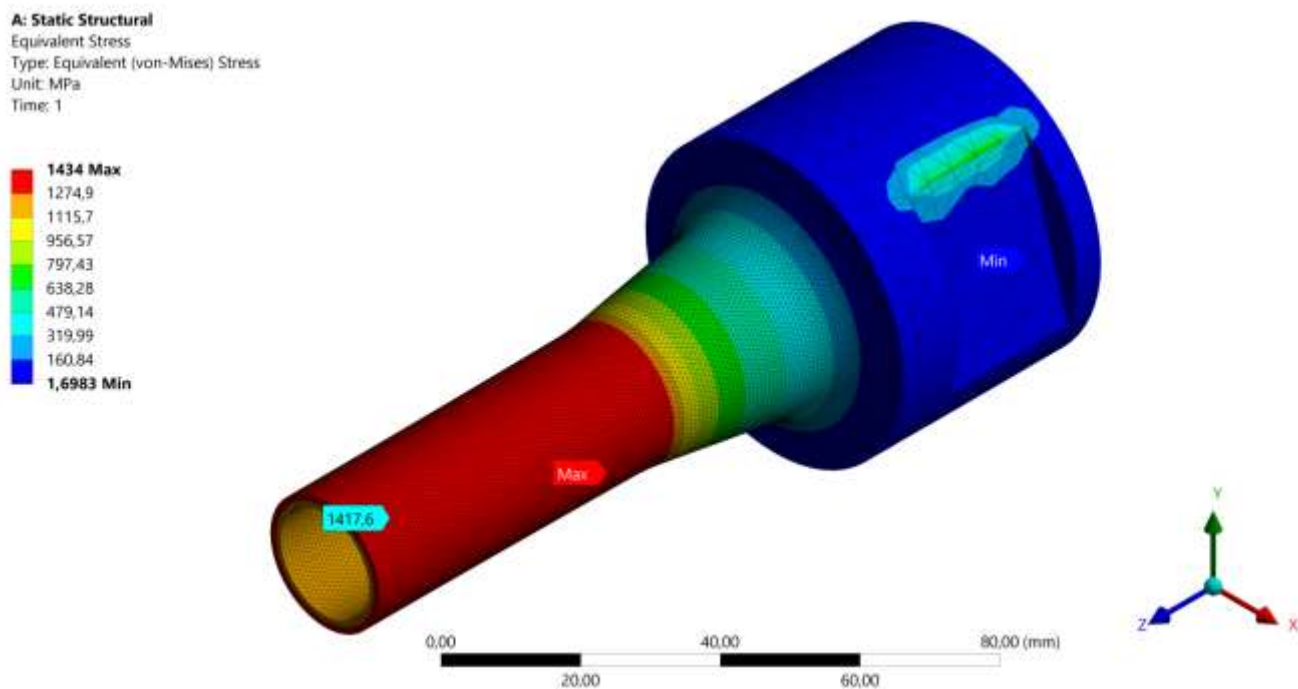


Рис. 5.2. Розподілення еквівалентних напружень, МПа (за Мізесом)

6. Визначення власних частот та відповідних власних форм коливань

6.1. Числові розрахунки власних частот та відповідних власних форм крутих коливань для системи з двома ступенями вільності

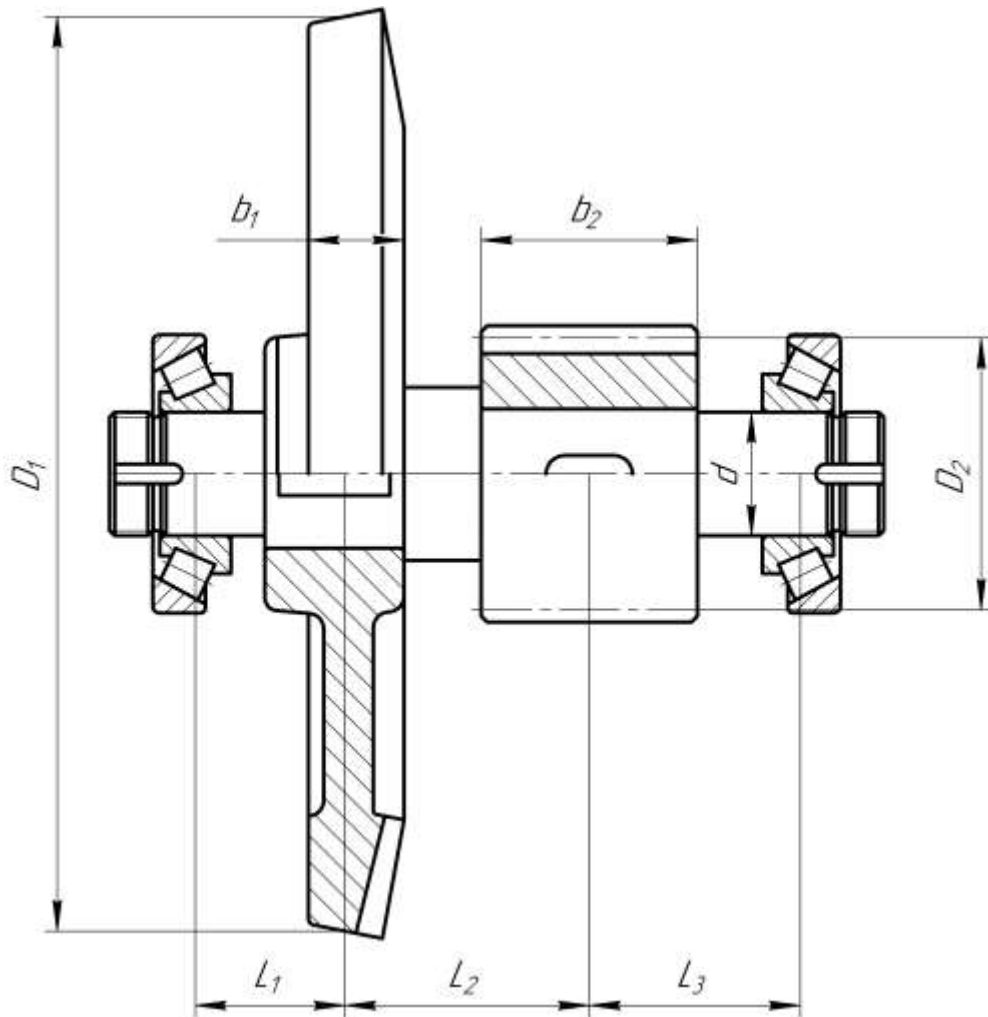


Рис.6.1. Схема валу

Геометричні характеристики передач та розміри валу та його ділянок отримані в п.3.2, а саме:

- Діаметр вала: $d = 40$ мм;
- Довжини ділянок вала: $L_1 = 48$ мм; $L_2 = 79,5$ мм; $L_3 = 67,5$ мм;
- Довжина вала: $L = 195$ мм;
- Ширина колеса шестерні: $b_1 = 30$ мм; $b_2 = 70$ мм;
- Діаметри колеса та шестерні: $D_1 = 295$ мм; $D_2 = 88$ мм.

Оскільки матеріал конічного колеса та циліндричної шестерні — 40Х, то густина $\rho_1 = \rho_2 = \rho = 7820 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ та модуль зсуву $G = 8 \cdot 10^{10}$ Па. Приймаємо за

узагальнені координати кути повороту φ_1 конічного колеса та φ_2 циліндричної шестерні .

Полярний момент інерції вала:

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi \cdot 40^4}{32} = 2,5 \cdot 10^5 \text{ мм}^4; \quad (6.1)$$

Визначаємо жорсткість стержня:

$$k = G \cdot \frac{I_p}{L_2} = 8 \cdot 10^{10} \cdot \frac{2,5 \cdot 10^5}{63,48 \cdot 10^{-3}} = 3,2 \cdot 10^5 \text{ Нм}. \quad (6.2)$$

Знайдемо значення осьових моментів інерції I_1 конічного колеса та I_2 циліндричної шестерні:

$$I_1 = \pi \cdot \rho \cdot b_1 \cdot \frac{D_1^4}{32} = \pi \cdot 7820 \cdot 30 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{(295 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 0,174 \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}; \quad (6.3)$$

$$I_2 = \pi \cdot \rho \cdot b_2 \cdot \frac{D_2^4}{32} = \pi \cdot 7820 \cdot 70 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{(88 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 0,003 \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}; \quad (6.4)$$

Для більш точного значення, маси колеса та шестерні використаємо програму АСКОН КОМПА-3D, заздалегідь побудувавши їх 3-D моделі. Отримали наступні результати:

$$m_1 = 11,41 \text{ кг};$$

$$m_2 = 2,51 \text{ кг};$$

Запишемо вирази для кінетичної та потенціальної енергії:

$$T = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2; \quad (6.5)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k (\varphi_2 - \varphi_1)^2. \quad (6.6)$$

Підставимо вирази (6.5) та (6.6) до рівняння Лагранжа другого роду:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = 0; \quad (6.7)$$

Маємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + k\varphi_1 - k\varphi_2 = 0 \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - k\varphi_1 + k\varphi_2 = 0 \end{cases} \quad (6.8)$$

Складемо матриці інерції та жорсткості:

$$[a] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix}; \quad (6.9)$$

$$[c] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}; \quad (6.10)$$

Та запишемо рівняння вільних коливань у матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad (6.11)$$

Розв'язок шукатимемо у вигляді: $\{\varphi\} = \{\Phi\} \cos(\omega t - \beta)$. Підставимо його у рівняння (6.11):

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad (6.12)$$

Якщо спростити вираз (6.12), отримаємо:

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad (6.13)$$

Прирівняємо детермінант до нуля:

$$\det \begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} = 0; \quad (6.14)$$

$$(k - \omega^2 I_1)(k - \omega^2 I_2) - k^2 = 0; \quad (6.15)$$

Після спрощення рівняння набуває виду:

$$\omega^2 [\omega^2 I_1 I_2 - k(I_1 + I_2)] = 0; \quad (6.16)$$

Знайдемо корені цього рівняння

$$\omega^2 = \begin{cases} 0 \\ \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \end{cases} \quad (6.16)$$

$$\begin{cases} \omega_1^2 = 0 \\ \omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} = \frac{3,2 \cdot 10^5 \cdot (0,174 + 0,003)}{0,174 \cdot 0,003} = 10^8 \text{ с}^{-2} \end{cases} \quad (6.17)$$

Підставимо знайдені значення частот у матричне рівняння (6.13):

- Для випадку з $\omega_1^2 = 0$:

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{11} = 1 \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad (6.18)$$

$$k - k\Phi_{12} = 0; \quad (6.19)$$

$$\Phi_{12} = 1; \quad (6.20)$$

$$\begin{Bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}; \quad (6.21)$$

• Для випадку з $\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}$:

$$\begin{bmatrix} k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_1 & -k \\ -k & k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{21} = 1 \\ \Phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad (6.22)$$

$$k - \frac{k(I_1 + I_2)}{I_2} - k\Phi_{22} = 0; \quad (6.23)$$

$$\Phi_{22} = -\frac{I_1}{I_2} = -\frac{0,174}{0,003} = -54,1; \quad (6.24)$$

$$\begin{Bmatrix} \Phi_{21} \\ \Phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -54,1 \end{Bmatrix}. \quad (6.25)$$

Знайдені значення форм коливань зобразимо графічно:

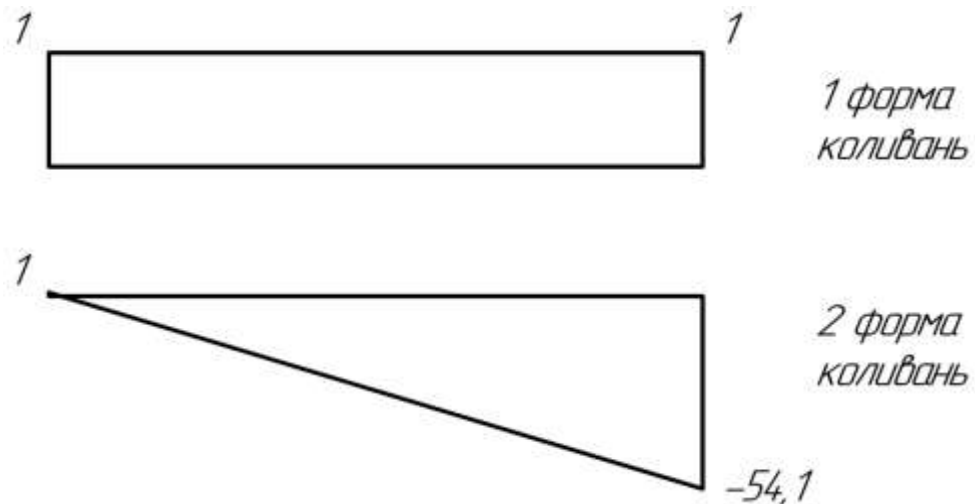


Рис. 6.2. Форми коливань

Необхідно перевірити умови ортогональності для двох випадків:

$$\{\Phi\}_i^T [c] \{\Phi\}_s = 0; \quad (6.26)$$

$$\{\Phi\}_i^T [a] \{\Phi\}_s = 0; \quad (6.27)$$

Підставимо значення у (6.26):

$$\{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = \{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} 0,174 & 0 \\ 0 & 0,003 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{0,174}{0,003} \end{Bmatrix} = 0; \quad (6.28)$$

Умова ортогональності виконується.

Підставимо значення у (6.27):

$$\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = \{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} 3,2 \cdot 10^5 & -3,2 \cdot 10^5 \\ -3,2 \cdot 10^5 & 3,2 \cdot 10^5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{0,174}{0,003} \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.29)$$

Умова ортогональності виконується.

Для знаходження власних частот застосуємо метод Релея:

$$\omega_1^2 = \frac{\{\Phi\}_1^T [c] \{\Phi\}_1}{\{\Phi\}_1^T [a] \{\Phi\}_1}; \quad (6.30)$$

Підставимо значення:

$$\omega_1^2 = \frac{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix}} = 0; \quad (6.31)$$

$$\begin{aligned} \omega_2^2 &= \frac{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix}} \\ &= \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) + \frac{I_1}{I_2} k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \frac{k \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1} \quad (6.32) \\ &= k \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2} = \frac{3,2 \cdot 10^5 \cdot (0,174 + 0,003)}{0,174 \cdot 0,003} \\ &= 7,992 \cdot 10^7 \text{ c}^{-2}; \end{aligned}$$

Маємо:

$$\begin{cases} \omega_1 = 0 \\ \omega_2 = \sqrt{7,992 \cdot 10^7} = 8940 \text{ c}^{-1} \end{cases} \quad (6.33)$$

6.2. Чисельний розрахунок власних частот та відповідних власних форм згинальних коливань для системи з двома ступенями вільності

6.2.1. Розрахунок власних частот методом сил

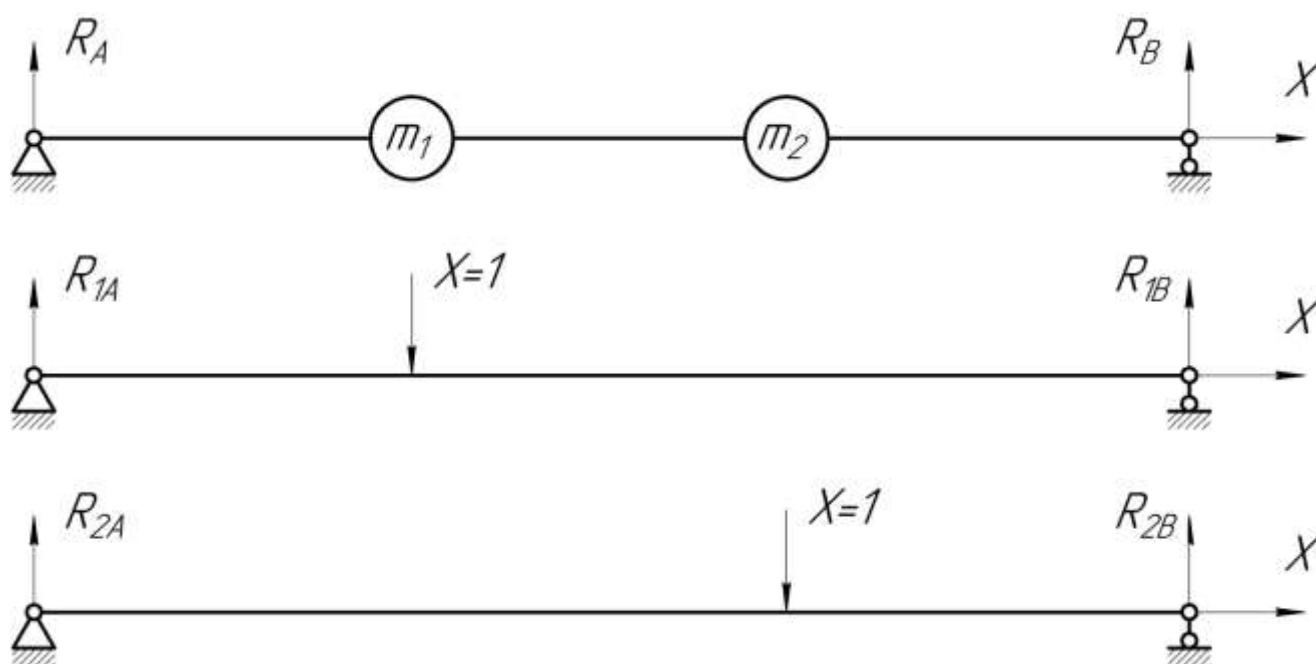


Рис. 6.3. Розрахункова та одиничні схеми вала

Заміняємо маси силами:

$$Q_1 = m_1 \cdot 9,8 = 11,41 \cdot 9,8 = 111,8 \text{ Н}; \quad (6.34)$$

$$Q_2 = m_2 \cdot 9,8 = 2,51 \cdot 9,8 = 24,6 \text{ Н}; \quad (6.35)$$

Далі визначимо невідомі реакції:

$$R_A = \frac{Q_1 \cdot (L_2 + L_3) + Q_2 \cdot L_3}{L} = \frac{111,8 \cdot (79,5 + 67,5) + 24,6 \cdot 67,5}{195} = 92,8 \text{ Н}; \quad (6.36)$$

$$R_B = \frac{Q_2 \cdot (L_1 + L_2) + Q_1 \cdot L_1}{L} = \frac{24,6 \cdot (48 + 79,5) + 111,8 \cdot 48}{195} = 43,6 \text{ Н}; \quad (6.37)$$

$$R_{1A} = \frac{X \cdot (L_2 + L_3)}{L} = \frac{1 \cdot (79,5 + 67,5)}{195} = 0,75 \text{ Н}; \quad (6.38)$$

$$R_{1B} = \frac{X \cdot L_1}{L} = \frac{1 \cdot 48}{195} = 0,25 \text{ Н}; \quad (6.39)$$

$$R_{2A} = \frac{X \cdot L_3}{L} = \frac{1 \cdot 67,5}{195} = 0,35 \text{ Н}; \quad (6.40)$$

$$R_{2B} = \frac{X \cdot (L_1 + L_2)}{L} = \frac{1 \cdot (48 + 79,5)}{195} = 0,65 \text{ Н}; \quad (6.41)$$

Момент інерції вала:

$$I = \pi \cdot \frac{d^4}{64} = \pi \cdot \frac{(40 \cdot 10^{-3})^4}{64} = 1,26 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4; \quad (6.42)$$

Оскільки вал виготовлений із сталі, то модуль Юнга рівний: $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Па}$.

За допомогою інтеграла Мора знайдемо переміщення $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{22}$:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left(\int_0^{L_1} (R_{1A} \cdot x)^2 dx + \int_0^{L_2+L_3} (R_{1B} \cdot x)^2 dx \right) = 3,23 \cdot 10^{-9}; \quad (6.43)$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} \left(\int_0^{L_1} R_{1A} \cdot x \cdot R_{2A} \cdot x dx + \int_0^{L_2} (R_{1A}(x + L_1) - x) \cdot R_{2A} \cdot (x + L_1) dx + \int_0^{L_3} R_{1B} \cdot x \cdot R_{2B} \cdot x dx \right) = 3,27 \cdot 10^{-9}; \quad (6.44)$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \left(\int_0^{L_1+L_2} (R_{2A} \cdot x)^2 dx + \int_0^{L_3} (R_{2B} \cdot x)^2 dx \right) = 4,80 \cdot 10^{-9}; \quad (6.45)$$

Запишемо диференційні рівняння в переміщеннях:

$$\begin{cases} w_1 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ w_2 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 \end{cases} \quad (6.46)$$

Шукаємо переміщення у вигляді

$$w_i = W_i \cdot \cos(\omega \cdot t); \quad (6.47)$$

Підставимо вираз (6.47) в систему (6.46) отримаємо:

$$\begin{cases} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) \cdot W_1 + \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \cdot W_2 = 0 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 \cdot W_1 + (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \cdot W_2 = 0 \end{cases} \quad (6.48)$$

Оскільки розв'язок має бути не тривіальним, то детермінант матриці (6.47) має дорівнювати нулю:

$$\det \begin{bmatrix} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} = 0; \quad (6.49)$$

Розкриваючи визначник, отримуємо характеристичне рівняння відносно ω^2 , з якого знаходимо ω^2_1, ω^2_2 :

$$(\omega^2 m_1 \delta_{11} - 1)(\omega^2 m_2 \delta_{22} - 1) - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0; \quad (6.50)$$

$$\omega^4 m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - \omega^2 m_1 \delta_{11} - \omega^2 m_2 \delta_{22} + 1 - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0; \quad (6.51)$$

$$\omega^4 (m_1 \delta_{11} \delta_{22} - m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21}) - \omega^2 (m_1 \delta_{11} + m_2 \delta_{22}) + 1 = 0; \quad (6.52)$$

Розв'язавши квадратне рівняння (6.52) маємо власні частоти:

$$\omega_1^2 = 21803518 \text{ с}^{-2}; \quad \omega_2^2 = 335019276 \text{ с}^{-2};$$

$$\omega_1 = 4669 \text{ с}^{-1}; \quad \omega_2 = 18303 \text{ с}^{-1};$$

Тепер знаходимо власні форми коливань та перевіримо умови ортогональності. Оскільки кожній частоті відповідає своя форма коливань, то розглянемо два можливих випадки, підставляючи до відповідної матриці значення знайдених двох частот та знайдемо W_{1i}, W_{2i} .

$$\begin{bmatrix} \omega_i^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1 & \omega_i^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_i^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & \omega_i^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{1i} \\ W_{2i} \end{Bmatrix} = 0; \quad (6.53)$$

При $\omega_1^2 = 21803518 \text{ с}^{-2}$ і нормованій $W_{11} = 1$ отримаємо з розв'язку рівняння таку першу власну форму [1]:

$$\begin{bmatrix} (\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_1^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_1^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{12} \end{Bmatrix} = 0; \quad (6.54)$$

$$W_{12} = \frac{\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1}{\omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2} = -1,104; \quad (6.55)$$

$$\{W\}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1,104 \end{Bmatrix}. \quad (6.56)$$

Аналогічно при $\omega_2^2 = 335019276 \text{ с}^{-2}$ і нормованій $W_{21} = 1$ [1]:

$$\begin{bmatrix} (\omega_2^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_2^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_2^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_2^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{21} \\ W_{22} \end{Bmatrix} = 0; \quad (6.57)$$

$$W_{22} = \frac{\omega_2^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1}{\omega_2^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2} = 4,118; \quad (6.58)$$

$$\{W\}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 4,118 \end{Bmatrix}. \quad (6.59)$$

Так, як однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, то необхідно перевірити виконання наступної умови:

$$\{W\}_2^T [a] \{W\}_1 = 0; \quad (6.60)$$

$$\{1 \quad 4,118\} \begin{bmatrix} 11,41 & 0 \\ 0 & 2,51 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -1,104 \end{Bmatrix} \approx 0. \quad (6.61)$$

Умова ортогональності виконується.

На рис. 6.4 зображено отримані власні форми згинальних коливань.

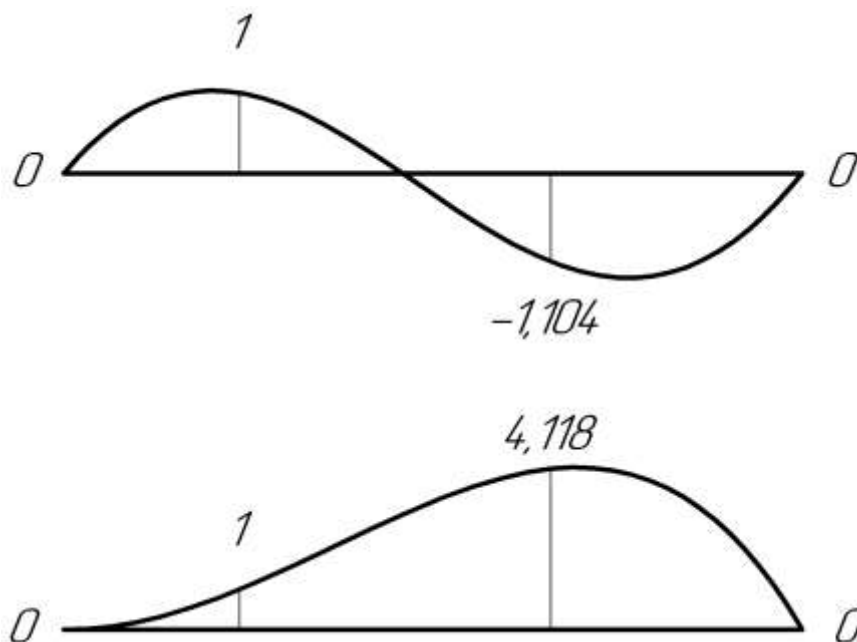


Рис. 6.4. Власні форми коливань

6.2.2 Метод Релея

Узагальнене рівняння власної частоти:

$$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 Q_i W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i W_i^2}; \quad (6.62)$$

Сили, які замінюють маси колеса та шестерні знайдені в п.6.2.1.

Знайдемо переміщення за допомогою інтеграла Мора:

$$\begin{aligned} W_1 = \frac{1}{EI} & \left(\int_0^{L_1} R_A \cdot x \cdot R_{1A} \cdot x dx \right. \\ & + \int_0^{L_2} (R_A(x + L_1) - Q_1 x) \cdot (R_{1A}(x + L_1) - x) dx \\ & \left. + \int_0^{L_3} R_B \cdot x \cdot R_{1B} \cdot x dx \right) = 4,11 \cdot 10^{-7} \text{ м}; \end{aligned} \quad (6.63)$$

$$W_2 = \frac{1}{EI} \left(\int_0^{L_1} R_A \cdot x \cdot R_{2A} \cdot x dx + \int_0^{L_2} (R_A(x + L_1) - Q_1 x) \cdot (R_{2A}(x + L_1)) dx + \int_0^{L_3} R_B \cdot x \cdot R_{2B} \cdot x dx \right) = 4,84 \cdot 10^{-7} \text{ м}; \quad (6.64)$$

Підставимо значення у рівняння (6.62). Маємо:

$$\omega_1^2 = \frac{Q_1 W_1 + Q_2 W_2}{m_1 (W_1)^2 + m_2 (W_2)^2} = \frac{(111,8 \cdot 4,11 + 24,6 \cdot 4,84) \cdot 10^7}{11,41 \cdot (4,11)^2 + 2,51 \cdot 4,84^2} = 2,18 \cdot 10^7 \text{ с}^{-2}; \quad (6.65)$$

Звідси, значення першої власної частоти:

$$\omega_1 = 4670 \text{ с}^{-1} \quad (6.66)$$

6.2.3 Метод Донкерлі

За методом Донкерлі маємо наступне рівняння:

$$\frac{1}{\omega_1^2} = \frac{1}{(\omega'_1)^2} + \frac{1}{(\omega'_2)^2}; \quad (6.67)$$

де

$$\frac{1}{(\omega'_1)^2} = m_1 \delta_{11} = 11,41 \cdot 3,23 \cdot 10^{-9} = 3,68 \cdot 10^{-8} \text{ с}^2; \quad (6.68)$$

$$\frac{1}{(\omega'_2)^2} = m_2 \delta_{22} = 2,51 \cdot 4,80 \cdot 10^{-9} = 1,21 \cdot 10^{-8} \text{ с}^2; \quad (6.69)$$

Підставимо значення, отримані в (6.68) та (6.69) в (6.67):

$$\frac{1}{\omega_1^2} = 3,68 \cdot 10^{-8} + 1,21 \cdot 10^{-8} = 4,89 \cdot 10^{-8} \text{ с}^2; \quad (6.70)$$

$$\omega_1^2 = 2,047 \cdot 10^7 \text{ с}^{-2}; \quad (6.71)$$

Маємо значення першої власної частоти:

$$\omega_1 = 4525 \text{ с}^{-1}; \quad (6.72)$$

Для порівняння значень першої власної частоти згинних коливань, отриманих трьома методами доцільно порахувати похибку відносно метода сил. Значення першої власної частоти отриманої:

- Методом сил: $\omega_1 = 4669 \text{ c}^{-1}$;
- Методом Релея: $\omega_1 = 4670 \text{ c}^{-1}$;
- Методом Донкерлі: $\omega_1 = 4525 \text{ c}^{-1}$.

Похибка результатів:

$$\Delta_{\text{Релея}} = \left| \frac{4669 - 4670}{4669} \right| \cdot 100\% = 0,02\% \quad (6.73)$$

$$\Delta_{\text{Донкері}} = \left| \frac{4669 - 4525}{4669} \right| \cdot 100\% = 3,08\% \quad (6.74)$$

7. Установка для тривалих випробувань на стирання ендопротезів скронево-нижньощелепних суглобів

7.1. Постановка задачі

В 2015 році було запропоновано створення ендопротезів скронево-нижньощелепних суглобів з Ti-6Al-4V Grade 5 для виготовлення головки нижньої щелепи та полімеру PEEK (Poly-ether-ether-ketone) для виготовлення нижньощелепної ямки скроневої кістки з метою зменшення собівартості індивідуального ендопротезу. Наразі проведено 13 успішних операцій з

використанням ендопротезів, виготовлених з цих матеріалів, проте двоє пацієнтів мали патологію в післяопераційному періоді, яка вилікувалась. Продукти стирання можливо стали причиною патології, адже їх реакція з м'якими тканинами, що оточують суглоб невідома. Тому доцільно створити спеціальну установку для проведення довготривалого випробування на зношування цих матеріалів для подальшого дослідження продуктів стирання.

7.2. Детальна інформація про використані матеріали

7.2.1. Титаналюмінійванадієвий сплав Ti-6Al-4V Grade 5

Титаналюмінійванадієвий сплав медичного рівня 5 виготовляється методом DMLS (Direct Metal Laser Sintering з англ. пряме спікання лазером металу), тобто з порошку титанового сплаву, який розливається в шари по 30 мкм і спікається оптичним лазером EOS EOSINT M 280, після чого відбувається піскоструминна обробка та полірування поверхні головки виготовленої частини ендопротеза для зменшення шорсткості та тим самим зменшення коефіцієнту тертя [10]. Проводиться контроль якості відповідно до вимог стандарту ISO 13485 [10]. Хімічний склад сплаву зазначений в таблиці 7.1 [11]. Фізико-механічні властивості матеріалу вказані в таблиці 7.2 [11].

Таблиця 7.1. Хімічний склад Ti-6Al-4V Grade 5

Хім. елем.	Al	C	Fe	H	N	O	Ti	V	Y
Вміст, %	5,50- 6,75	≤0,08	≤0,30	≤0,015	≤0,05	≤0,20	Остача	3,50-4,50	≤0,005

Таблиця 7.2. Фізико-механічні характеристики Ti-6Al-4V Grade 5

	Умови	Після гарячого пресування	Після відпуску
Модуль Юнга	ASTM E8M	105-120 ГПа	
Границя текучості	ASTM E8M	950 МПа \pm 30 МПа	1100 МПа \pm 100 МПа
Границя міцності	ASTM E8M	1030 МПа \pm 20 МПа	1190 МПа \pm 100 МПа
Видовження при розриві	ASTM E8M	12% \pm 2%	8% \pm 2%
Твердість за Роквеллем		>30 HRC	>33 HRC
Теплопровідність	при 50 °C	6,7 Вт/м.К	
Коефіцієнт температурного розширення	20-100 °C	8,6·10 ⁻⁶ 1/°C	
	20-300 °C	9,2·10 ⁻⁶ 1/°C	
	20-700 °C	9,7·10 ⁻⁶ 1/°C	
Температура плавлення		1692-1698 °C	
Відносна густина		Приблизно 100%	
Абсолютна густина		4,41 г/см ³	

7.2.2. Органічний полімер РЕЕК

Полієфір-ефір-кетон — це термопластичний органічний полімер, широко використовується в медицині, стоматології, аерокосмічній та автомобільній областях. Характеризується високою міцністю, жорсткістю та зносостійкістю, біосумісний, не токсичний [9]. Виготовлення нижньощелепної ямки скроневої кістки ендопротезу відбувається за допомогою фрезерування [10]. Фізико-механічні властивості матеріалу вказані в таблиці 7.3 [9].

Таблиця 7.3. Фізико-механічні характеристики РЕЕК

Модуль Юнга	3,6 ГПа
Границя міцності	90-100 МПа
Видовження при розриві	50%
Температура плавлення	343 °С
Густина	1,32 г/см ³

7.3. Проектування установки

3D-модель створеної установки представлена на рис. 7.1. Складальне креслення установки зображено на рис. 7.2.

Габаритні розміри установки: ширина — 120 мм, довжина без встановленого приводу двигуна — 180 мм, висота із встановленим зразком — 265 мм. Загальна вага 3 кг. Загальний об'єм 37,2 см³. Для зменшення собівартості більшість компонентів установки було виготовлено з прокатного листового металу товщиною 5 мм марки Ст3, та використаний прокатний кутник (5) 30х30х3 ГОСТ 8509-93 з отворами наскрізними під різьбові з'єднання за ГОСТ 11284-75.

Установка являє собою жорстку опорну стійку з закріпленими на ній поворотною системою та навантажувальним пристроєм. Опорна пластина (6) кріпиться до кріпильної пластини (8) за допомогою двох кутників (5) та шести різьбових з'єднань. Габаритні розміри опорної пластини: 5×80×200 мм.



Рис. 7.1. 3D-модель установки

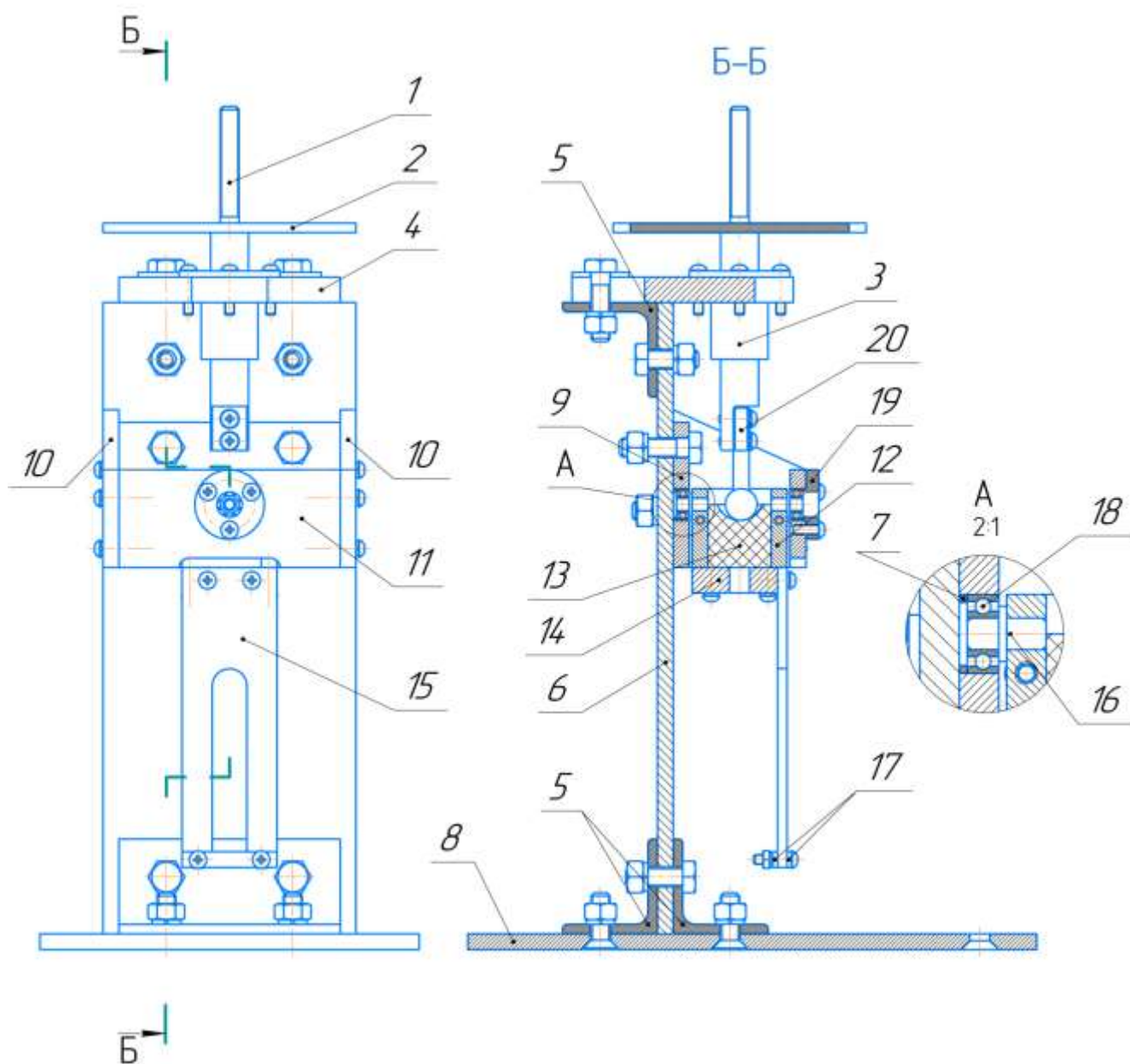


Рис. 7.2. Складальне креслення установки: 1 – стержень, 2 – платформа для вантажів, 3 – напрямна, 4 – пластина, 5 – прокатний кутник, 6 – опорна пластина, 7 – втулка, 8 – кріпильна пластина, 9 – задня пластина поворотної системи (ПС), 10 – бокова пластина ПС, 11 – передня пластина ПС, 12 – затискач для вкладиша, 13 – полімерний вкладиш (ямка), 14 – нижня пластина ПС, 15 – куліса, 16 – штифт, 17 – поперечина, 18 – підшипник, 19 – кришка, 20 – зразок.

Навантажувальний пристрій з'єднаний з опорною пластиною за допомогою кутника (5), та складається з:

- Напрямної (3) з габаритними розмірами: діаметр 32 мм та висота 28 мм. Заготовка: Круг 30 ГОСТ 2590-2006. Допуск на внутрішній діаметр: Н11.
- Стержня (1) з місцем для закріплення титанового зразка на нижньому кінці та зовнішньою різьбою М6 для фіксації вантажу гайкою на верхньому. Габаритні розміри: діаметр 12 мм та висота 109 мм. Матеріал: Ст5. Допуск на зовнішній діаметр: f10, таким чином маємо перехідну посадку, для того, щоб стержень вільно рухався в напрямній, але при цьому не було перекосу.
- Платформи (2), яка фіксується на стержні, та створена для розміщення на ній вантажу. Габаритні розміри: діаметр 80 мм та товщина 3 мм.
- Пластини (4), на якій кріпиться направляюча чотирма гвинтами А2.М3-6g×14 ГОСТ 17473-80. Пластина має пази для вільного центрування зразка. Габаритні розміри пластини: 70×70×8 мм.
- Зразок (20) з Ti-6Al-4V Grade 5. Він має зменшені розміри, порівняно з реальною головою нижньої щелепи ендопротезу та адаптований під закріплення до стержня двома гвинтами А2.М3-6g×10 ГОСТ 17473-80, але при цьому всі геометричні співвідношення та пропорції, які впливають на результат експерименту збережені. 3D-модель титанового зразку зображена на рис. 7.3.



Рис.7.3. Модель зразка головки нижньої щелепи

Поворотна система установки складається з:

- Задньої пластини (9), яка кріпиться до опорної частини чотирма різьбовими з'єднаннями: двома болтами М6×22 ГОСТ 15589-70 та двома гвинтами А2.М6g×18 ГОСТ 17475-80 з гайками М6-6Н ГОСТ 5915-70 та стопорними шайбами 6 ГОСТ 6402-70. В пластині зроблено отвір під підшипник з допуском М7 для забезпечення посадки підшипника з натягом. Габаритні розміри пластини: 5×70×46 мм.
- Двох бокових пластин (10), які кріпляться до задньої пластини двома гвинтами А2.М3-6g×14 ГОСТ 17473-80 кожна. Габаритні розміри пластини: 42×5×50.
- Передньої пластини (11), яка кріпиться до обох бокових пластин чотирма гвинтами А2.М3-6g×14 ГОСТ 17473-80. В пластині зроблено отвір під підшипник з допуском М7 для забезпечення посадки підшипника з натягом. Габаритні розміри пластини: 5×70×31 мм.
- Двох однорядних кулькових підшипників (18) SMB MR104ZZ для зменшення тертя в поворотній системі під час роботи установки. Підшипники гарантовано витримують 200 кг статичного навантаження.
- Затискача (12), габаритні розміри якого: 30×25×25 мм.
- Нижньої пластини (14), яка кріпиться до затискача чотирма гвинтами А2.М3-6g×14 ГОСТ 17473-80. Пластина має отвір по центру, для полегшення демонтування зразку з ПЕЕК. Габаритні розміри пластини: 27×30×8 мм.
- Двох штифтів (16), які впресовуються до затискача з одного кінця та монтуються до підшипників з іншого. Таким чином за допомогою штифтів (16) затискача тримається в поворотній системі установки та при цьому має можливість повертатися. Габаритні розміри: діаметр 7 мм, довжина 10мм. Матеріал: Ст5.
- Куліси (15), яка кріпиться до нижньої пластини двома гвинтами А2.М3-6g×8 ГОСТ 17473-80. Габаритні розміри: 3×30×85 мм.

- Зразка (13) з полімеру ПEEK. Він має зменшені розміри, порівняно з реальною нижньощелепною ямкою скроневої кістки ендопротезу та адаптований під закріплення до встановлення до затискача без зазору, але при цьому всі геометричні співвідношення та пропорції які впливають на результат експерименту збережені. 3D-модель зразка з полімеру зображена на рис. 7.4.

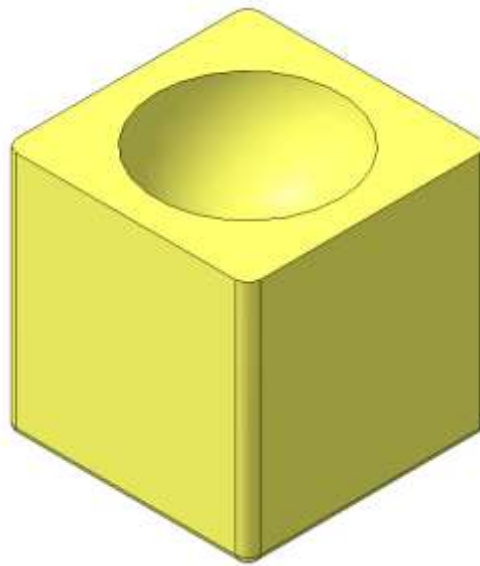


Рис.7.4. Модель зразка з полімеру

Поворотна система сконструйована таким чином, що вісь обертання проходить через центр еліпсоїда головки титанового зразка і дозволяє імітувати реальні рухи ендопротезу. Максимальний кут відхилення від нульового положення — 13° . Куліса разом з затискачем поворотної системи приводиться в рух за допомогою синхронного електродвигуна СД-54 з встановленим на його валу привідним пальцем (на рис. 7.4 показана модель установки з встановленим приводом електродвигуна).

7.4. Розрахунки різьбових з'єднань, визначення сили затяжки та розрахунок на жорсткість

Навантаження, яке буде прикладене до зразків при проведенні експерименту $P = 50$ Н. Необхідно визначити напруження в різьбових з'єднаннях та в штифтах (16) і перевірити їх на міцність від заданого навантаження.

За ГОСТ 24705-2004 визначаємо геометричні параметри різьби для гвинтів М3:

- Номінальний діаметр різьби: $d_3 = 3$ мм;
- Внутрішній діаметр різьби: $d_{13} = 2,459$ мм;
- Середній діаметр різьби: $d_{23} = 2,675$ мм;
- Зовнішній діаметр різьби: $d_{33} = 2,387$ мм.
- Площа поперечного перерізу гвинта:

$$A_3 = \pi \cdot \frac{d_{13}^2}{4} = \pi \cdot \frac{2,459^2}{4} = 4,75 \text{ мм}^2; \quad (7.1)$$

За ГОСТ 24705-2004 визначаємо геометричні параметри різьби для болтів М6:

- Номінальний діаметр різьби: $d_6 = 6$ мм;
- Внутрішній діаметр різьби: $d_{16} = 5,35$ мм;
- Середній діаметр різьби: $d_{26} = 4,917$ мм;
- Зовнішній діаметр різьби: $d_{36} = 4,773$ мм.

Перша розрахункова схема. Розглядаємо з'єднання затискача (12) та нижньої пластини (14). Як вже зазначалося в п. 7.3 ці деталі з'єднані чотирма гвинтами А2.М3-6g×14 ГОСТ 17473-80 (розрахункова схема приведена на рис.7.5), які працюють на розтяг, а витки різьби на зріз. Для них:

- Допустимі напруження на розтяг за ГОСТ 1759.0-87: $[\sigma] = 195$ МПа;
- Допустимі напруження на зріз за [13, табл.3]: $[\tau_{зр}] = 100$ МПа;
- Коефіцієнт повноти різьби: приймаємо $K = 0,87$, оскільки різьба трикутна;
- Коефіцієнт нерівномірності навантаження по виткам різьби: $K_M = 0,6$;
- Глибина загвинчування: $h_1 = 6$ мм.

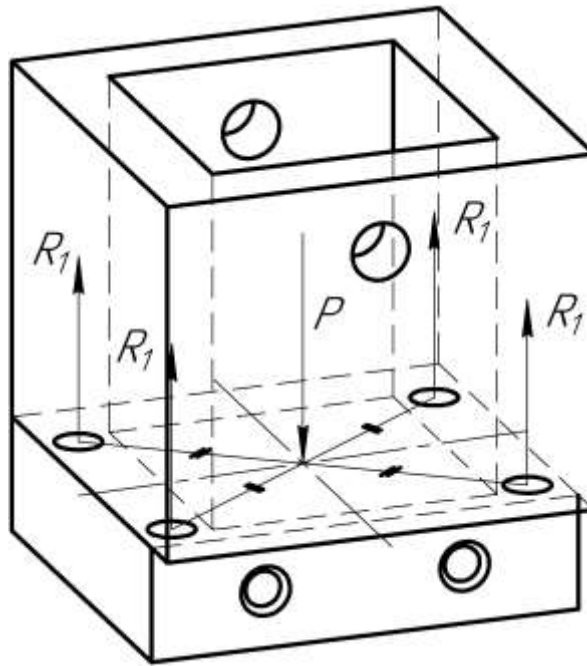


Рис. 7.5. Перша розрахункова схема

Схема має дві осі симетрії. Навантаження прикладене вертикально до полімерного зразка з ПЕЕК, але можна вважати, що воно прикладене до нижньої пластини (14), оскільки зразок повністю опирається на неї. Запишемо рівняння рівноваги:

$$\sum Y_i = -P + 4R_1 = 0; \quad (7.2)$$

Звідси можна визначити значення сили R_1 , яка виникає в кожному з гвинтів:

$$R_1 = \frac{P}{4} = \frac{50}{4} = 12,5 \text{ Н}; \quad (7.3)$$

Напруження розтягу від сили R_1 , яка виникає в кожному з гвинтів:

$$\sigma = \frac{R_1}{A_3} = \frac{12,5}{4,75} = 2,6 \text{ МПа}; \quad (7.4)$$

Умова міцності виконується, оскільки:

$$\sigma = 2,6 \text{ МПа} < [\sigma] = 195 \text{ МПа}. \quad (7.5)$$

Дотичні напруження зрізу витків зовнішньої різьби гвинта від сили R_1 [12]:

$$\tau_{\text{ГВ}} = \frac{R_1}{\pi d_{13} h_{\text{КК}} K_M} = \frac{12,5}{\pi \cdot 2,459 \cdot 6 \cdot 0,87 \cdot 0,6} = 0,52 \text{ МПа}; \quad (7.6)$$

Дотичні напруження зрізу витків внутрішньої різьби деталі від сили R_1 [12]:

$$\tau_{\text{дет}} = \frac{R_1}{\pi d_3 h K K_M} = \frac{12,5}{\pi \cdot 3 \cdot 6 \cdot 0,87 \cdot 0,6} = 0,42 \text{ МПа}; \quad (7.7)$$

В обох випадках умова міцності виконується, оскільки:

$$\tau_{\text{гв}} = 0,52 \text{ МПа} < [\tau_{\text{зр}}] = 100 \text{ МПа}; \quad (7.8)$$

$$\tau_{\text{дет}} = 0,42 \text{ МПа} < [\tau_{\text{зр}}] = 100 \text{ МПа}; \quad (7.9)$$

Друга розрахункова схема. Розглядаємо з'єднання затискача з передньою (11) і задньою (9) пластиною ПС через штифти (16), які працюють на зріз (розрахункова схема показана на рис.7.6). Стінки затискача працюють на зминання. Вихідні дані:

- Товщина стінки затискача: $\delta = 5 \text{ мм}$;
- Допустимі напруження на зминання для Ст3 за [13, табл.1]: $[\sigma_{\text{зм}}] = 190 \text{ МПа}$;
- Діаметр штифта (16): $d = 4 \text{ мм}$;
- Допустимі напруження на зріз для Ст5 за [13, табл.1]: $[\tau_{\text{зр}}] = 100 \text{ МПа}$;

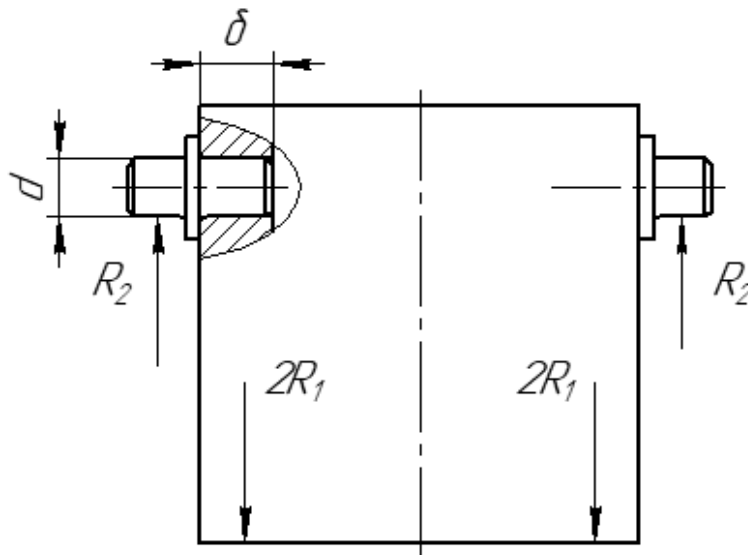


Рис. 7.6. Друга розрахункова схема

Схема має дві осі симетрії. Запишемо рівняння рівноваги:

$$\sum Y_i = -4R_1 + 2R_2 = 0; \quad (7.10)$$

Звідси можна визначити значення сили R_2 :

$$R_2 = 4 \cdot \frac{R_1}{2} = 2 \cdot 12,5 = 25 \text{ Н}; \quad (7.11)$$

Напруження зминання, яке виникає в стінці затискача:

$$\sigma_{зм} = \frac{R_2}{d_2 \delta_2} = \frac{25}{4 \cdot 5} = 1,25 \text{ МПа}; \quad (7.12)$$

Умова міцності виконується, оскільки:

$$\sigma_{зм} = 1,25 \text{ МПа} < [\sigma_{зм}] = 190 \text{ МПа}; \quad (7.13)$$

Дотичні напруження зрізу, які виникають в штифті (16):

$$\tau_{зр} = \frac{4R_2}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 25}{\pi \cdot 4^2} = 1,99 \text{ МПа}; \quad (7.14)$$

Умова міцності виконується, оскільки:

$$\tau_{зр} = 1,99 \text{ МПа} < [\tau_{зр}] = 100 \text{ МПа}; \quad (7.15)$$

Третя розрахункова схема. Розглядаємо з'єднання передньої пластини ПС (11) з боковими пластинами ПС (10) через чотири гвинти А2.М3-6g×14 ГОСТ 17473-80, які працюють на зріз (розрахункова схема показана на рис.7.7). Бокові пластин працюють на зминання. Вихідні дані:

- Товщина бокової пластини (10): $\delta = 5 \text{ мм}$;
- Допустимі напруження на зминання для Ст3 за [13, табл.1]: $[\sigma_{зм}] = 190 \text{ МПа}$;
- Допустимі напруження на зріз для гвинтів за [13, табл.3]: $[\tau_{зр}] = 100 \text{ МПа}$;

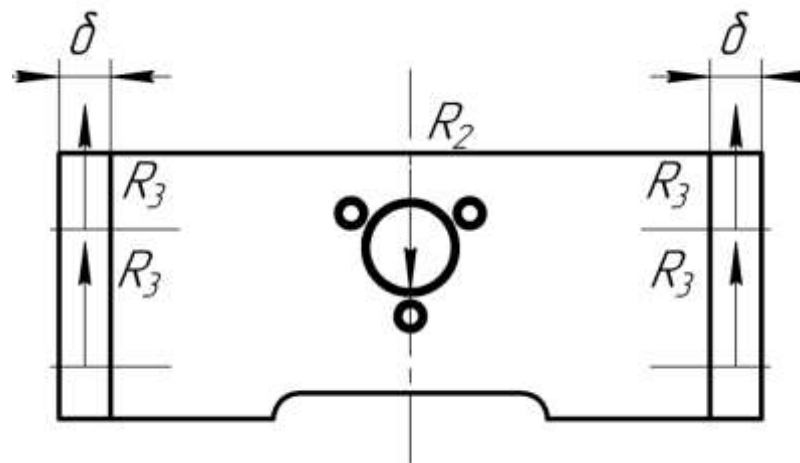


Рис. 7.7. Третя розрахункова схема

Рівняння рівноваги:

$$\sum Y_i = -R_2 + 2R_3 = 0; \quad (7.16)$$

Звідси можна визначити значення сили R_3 :

$$R_3 = \frac{R_2}{4} = \frac{25}{4} = 6,25 \text{ Н}; \quad (7.17)$$

Напруження зминання, яке виникає в боковій пластині:

$$\sigma_{зм} = \frac{R_3}{2d_{13}\delta} = \frac{6,25}{2 \cdot 2,459 \cdot 5} = 0,25 \text{ МПа}; \quad (7.18)$$

Умова міцності виконується, оскільки:

$$\sigma_{зм} = 0,25 \text{ МПа} < [\sigma_{зм}] = 190 \text{ МПа}; \quad (7.19)$$

Дотичні напруження зрізу, які виникають в кожному з гвинтів:

$$\tau_{зр} = \frac{R_3}{2A_3} = \frac{6,25}{2 \cdot 4,75} = 0,66 \text{ МПа}; \quad (7.20)$$

Умова міцності виконується, оскільки:

$$\tau_{зр} = 0,66 \text{ МПа} < [\tau_{зр}] = 100 \text{ МПа}; \quad (7.21)$$

Четверта розрахункова схема. Розглядаємо з'єднання бокової пластини ПС (10) з задньою пластиною ПС (9), які приєднані двома гвинтами А2.М3-6g×14 ГОСТ 17473-80 кожна (розрахункова схема показана на рис.). Гвинти працюють на зріз, а пластини на зминання. Вихідні дані:

- Довжина між отворами пластини: $L = 37 \text{ мм}$;
- Висоти: $h_1 = 8 \text{ мм}$; $h_2 = 17 \text{ мм}$;
- Товщина стінки бокової пластини (10): $\delta = 5 \text{ мм}$;
- Допустимі напруження на зминання для Ст3 за [13, табл.1]: $[\sigma_{зм}] = 190 \text{ МПа}$;
- Допустимі напруження на зріз для гвинтів за [13, табл.3]: $[\tau_{зр}] = 100 \text{ МПа}$;

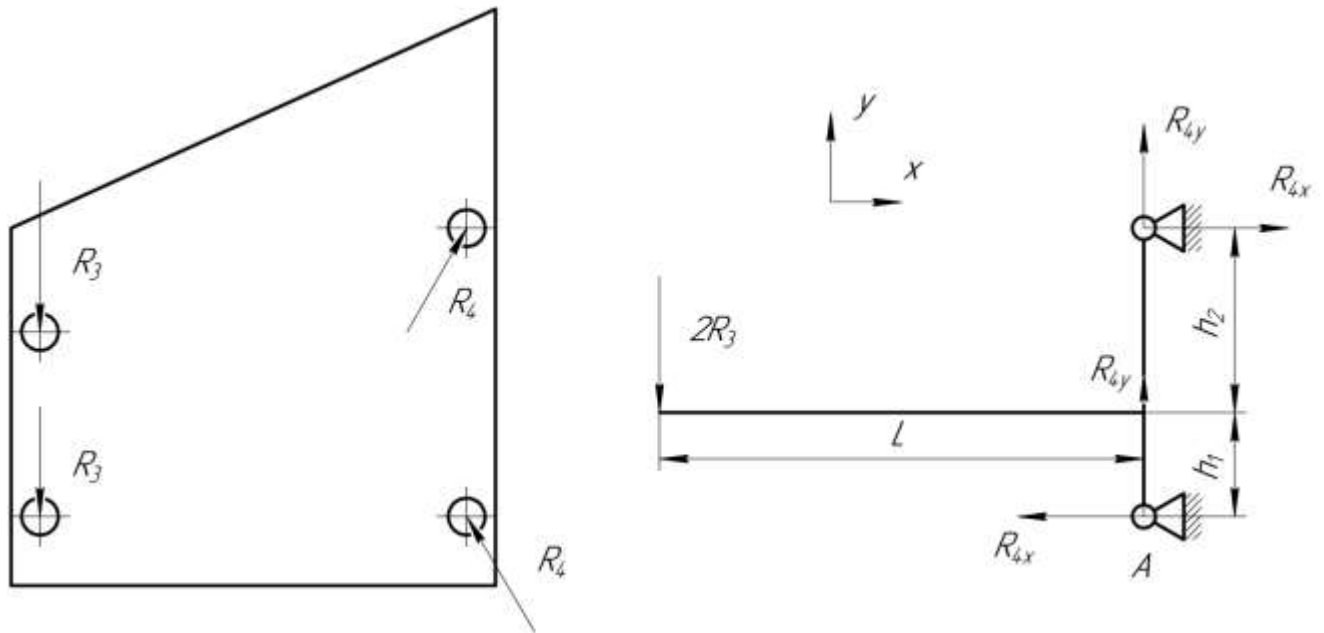


Рис. 7.8. Четверта розрахункова схема

Осі симетрії відсутні, отже маємо рівняння рівноваги:

$$\sum Y_i = -2R_3 + 2R_{4y} = 0; \quad (7.22)$$

$$\sum X_i = -R_{4Ax} + R_{4Bx} = 0; \quad (7.23)$$

$$\sum M_A = 2R_3 \cdot L - R_{4x} \cdot (h_1 + h_2) = 0; \quad (7.24)$$

З рівняння (7.22) маємо:

$$R_{4y} = R_3 = 6,25; \quad (7.25)$$

З рівняння (7.23):

$$R_{4Ax} = R_{4Bx} = R_{4x}; \quad (7.26)$$

А з (7.24) можна визначити значення R_{4x} :

$$R_{4x} = \frac{2R_3 \cdot L}{h_1 + h_2} = \frac{2 \cdot 6,25 \cdot 37}{8 + 17} = 18,5 \text{ Н}; \quad (7.27)$$

Визначаємо значення реакції R_4 :

$$R_4 = \sqrt{R_{4x}^2 + R_{4y}^2} = \sqrt{18,5^2 + 6,25^2} = 19,53 \text{ Н}; \quad (7.28)$$

Дотичні напруження зрізу, які виникають в кожному з гвинтів:

$$\tau_{зр} = \frac{R_4}{2A_3} = \frac{19,53}{2 \cdot 4,75} = 2,06 \text{ МПа}; \quad (7.29)$$

Умова міцності виконується, оскільки:

$$\tau_{зр} = 2,06 \text{ МПа} < [\tau_{зр}] = 100 \text{ МПа}; \quad (7.30)$$

Напруження зминання, яке виникає в боковій пластині:

$$\sigma_{зм} = \frac{R_4}{2d_{13}\delta} = \frac{19,53}{2 \cdot 2,459 \cdot 5} = 0,79 \text{ МПа}; \quad (7.31)$$

Умова міцності виконується, оскільки:

$$\sigma_{зм} = 0,79 \text{ МПа} < [\sigma_{зм}] = 190 \text{ МПа}; \quad (7.32)$$

П'ята розрахункова схема. Розглядаємо з'єднання задньої пластини ПС (9) з опорною пластиною (6). В п.7.3 детально описано тип цього з'єднання. Вихідні дані:

- Ширина пластини (9): $a = 70 \text{ мм}$;
- Висота пластини (9): $b = 46 \text{ мм}$;
- Плече: $L = 18,5 \text{ мм}$;
- Висоти: $h_A = 15 \text{ мм}$; $h_B = 5 \text{ мм}$;
- Кількість різбових з'єднань: $z = 4$;
- Кількість різбових з'єднань в поперечному ряду: $i = 2$.
- Висота гайки: $h_r = 5,2 \text{ мм}$;
- Допустимі напруження на розтяг за ГОСТ 1759.0-87: $[\sigma] = 195 \text{ МПа}$;
- Допустимі напруження на зріз для болтів за [13, табл.3]: $[\tau_{зр}] = 100 \text{ МПа}$;
- Допустимі напруження на зріз для гайки за [13, табл.3]: $[\tau_{зр}] = 100 \text{ МПа}$;
- Коефіцієнт повноти різьби: приймаємо $K = 0,87$, оскільки різьба трикутна;
- Коефіцієнт нерівномірності навантаження по виткам різьби: $K_M = 0,6$;
- Коефіцієнт запасу по нерозкриттю стику: $K = 1,3$;
- Коефіцієнт тертя стику: оскільки матеріал пластин сталь [12], то $f = 0,2$.

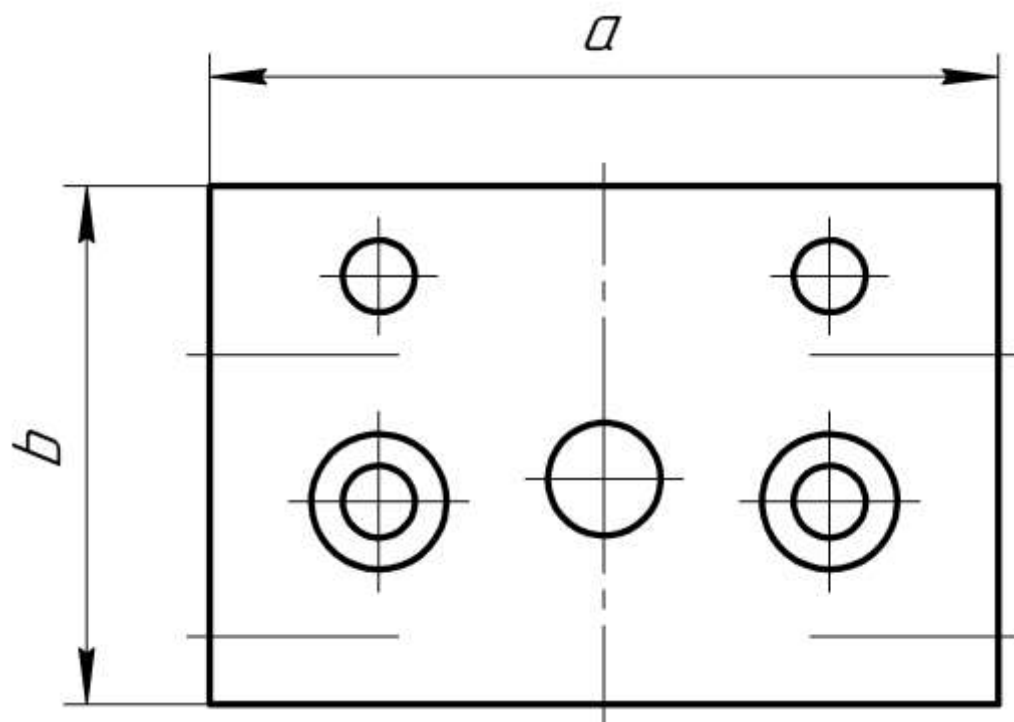


Рис. 7.9. Розміри задньої пластини ПС (9)

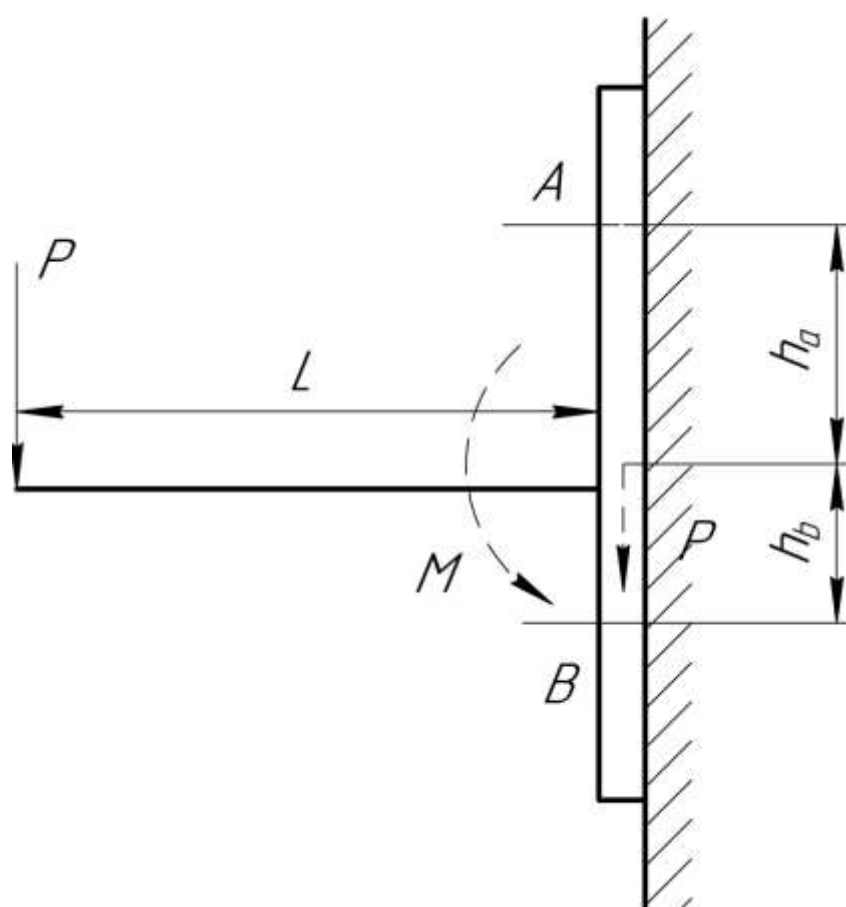


Рис.7.10. П'ята розрахункова схема

Необхідно визначити силу зтяжки. Для цього спочатку визначаємо площу пластини (9):

$$A = a \cdot b = 70 \cdot 46 = 3220 \text{ мм}^2; \quad (7.33)$$

та її момент опору згину:

$$W = \frac{ab^2}{6} = \frac{70 \cdot 46^2}{6} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ мм}^3; \quad (7.33)$$

Розглядаючи умову нерозкриття стику, вважаємо віссю повороту вісь симетрії стику [12]. Напруження при цьому, аналогічні напруженням від моменту згину, який створює зовнішнє навантаження Р:

$$M = P \cdot L = 50 \cdot 18,5 = 925 \text{ Нмм}; \quad (7.34)$$

$$\sigma_m = \frac{M}{W} = \frac{925}{2,5 \cdot 10^4} = 0,04 \text{ МПа}; \quad (7.35)$$

Враховуючи напруження, які виникають від сили зтяжки по умові нерозкриття стику маємо значення напружень зтяжки [12]:

$$\sigma_{\text{зат}} = K \cdot \sigma_m = 1,3 \cdot 0,04 = 0,05 \text{ МПа}; \quad (7.36)$$

Знаючи ці напруження, можна визначити силу зтяжки, необхідно для виконання умови нерозкриття стику [12]:

$$F'_{\text{зат}} = \sigma_{\text{зат}} \cdot \frac{A}{z} = 0,05 \cdot \frac{3220}{4} = 39,2 \text{ Н}; \quad (7.37)$$

Перевіримо умову відсутності зсуву деталей в стику [12]:

$$F'_{\text{зат}} \cdot z \cdot f < K \cdot P \quad (7.38)$$

Умова не виконується. Це означає, що умова нерозкриття стику не є вирішальною для даного з'єднання і необхідно розрахувати силу зтяжки з умови відсутності зсуву деталей в стику [12]:

$$F_{\text{зат}} = \frac{KP}{zf} = \frac{1,3 \cdot 50}{4 \cdot 0,2} = 81,25 \text{ Н}; \quad (7.39)$$

Визначаємо найбільші внутрішні сили, які виникають від моменту М:

$$R_5 = M \cdot \frac{h_B}{2ih_B^2} = 925 \cdot \frac{5}{2 \cdot 2 \cdot 5^2} = 46,25 \text{ Н}; \quad (7.40)$$

Розрахункове навантаження [12]:

$$F = F_{\text{зат}} + 0,2R_5 = 81,25 + 0,2 \cdot 46,25 = 90,5 \text{ Н}; \quad (7.41)$$

Напруження при розтязі болта:

$$\sigma = 1,3 \frac{4F}{\pi d_{16}^2} = 1,3 \cdot \frac{4 \cdot 90,5}{\pi \cdot 5,35^2} = 5,34 \text{ МПа}. \quad (7.42)$$

Умова міцності виконується, оскільки:

$$\sigma = 5,34 \text{ МПа} < [\sigma] = 195 \text{ МПа}. \quad (7.43)$$

Дотичні напруження зрізу витків зовнішньої різьби болта [12]:

$$\tau_{\text{болта}} = \frac{F}{\pi d_{16} h_{\Gamma} K K_M} = \frac{90,5}{\pi \cdot 5,35 \cdot 5,2 \cdot 0,87 \cdot 0,6} = 1,98 \text{ МПа}; \quad (7.44)$$

Дотичні напруження зрізу витків внутрішньої різьби деталі [12]:

$$\tau_{\text{гайки}} = \frac{F}{\pi d_6 h_{\Gamma} K K_M} = \frac{90,5}{\pi \cdot 6 \cdot 5,2 \cdot 0,87 \cdot 0,6} = 1,77 \text{ МПа}; \quad (7.45)$$

Умова міцності виконується, оскільки:

$$\tau_{\text{болта}} = 1,98 \text{ МПа} < [\tau_{\text{зр}}] = 100 \text{ МПа}; \quad (7.46)$$

$$\tau_{\text{гайки}} = 1,77 \text{ МПа} < [\tau_{\text{зр}}] = 100 \text{ МПа}; \quad (7.47)$$

Розрахунок установки на жорсткість від заданого навантаження. Для даного розрахунку використаємо програмний комплекс АСКОН КОМПАС-3D АРМ FEM. В побудованій раніше 3-D моделі установки прикладаємо силу $P = 50 \text{ Н}$ до зразка з полімеру, кріпильну пластину закріплюємо знизу та генеруємо сітку скінченних елементів. Отримані результати розрахунку зображені на рис. 7.11. Можна побачити, що максимальне переміщення складає 2 мкм , що є задовільним результатом. Для наглядності переміщення збільшені в 7200 разів.

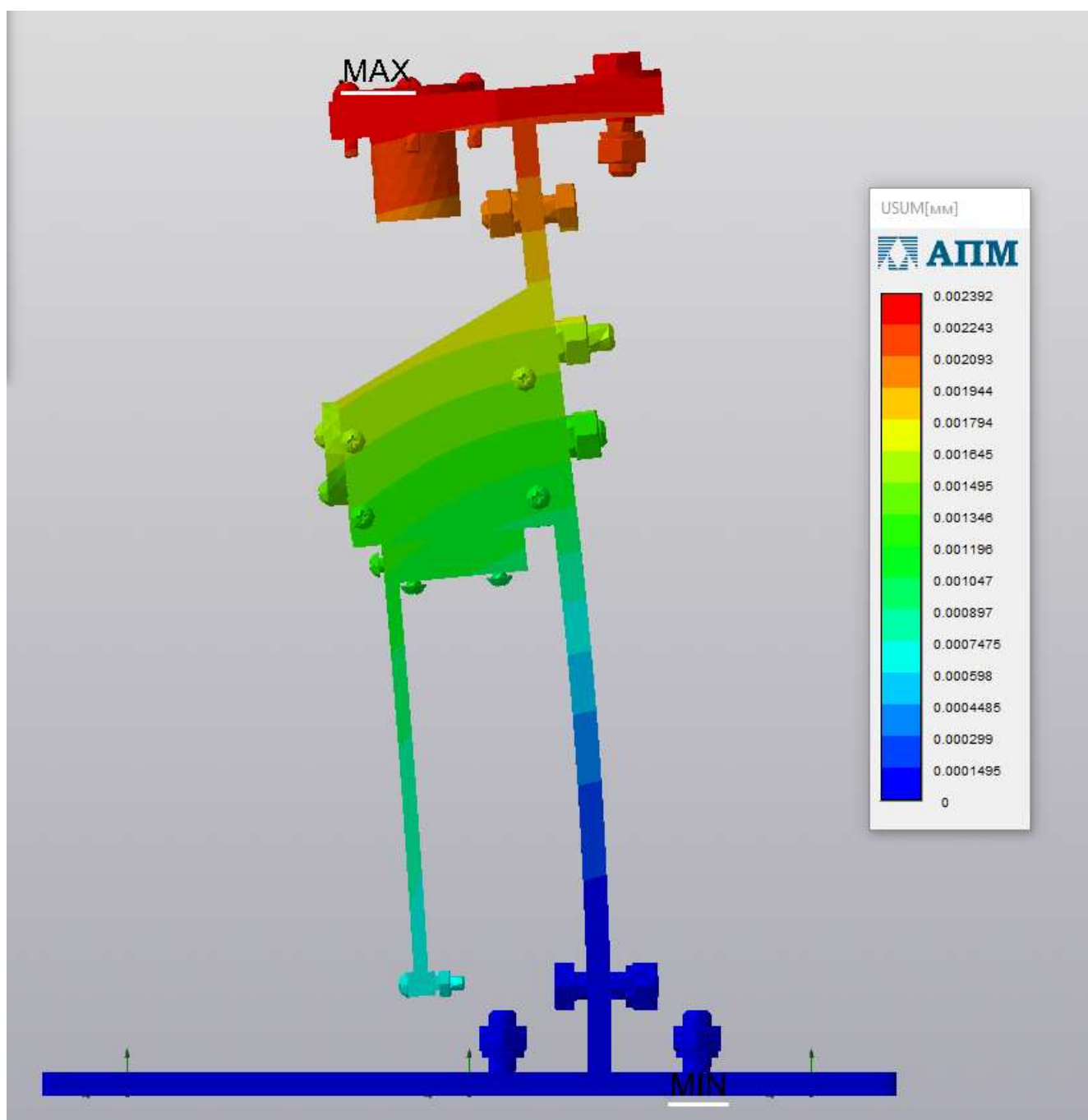


Рис. 7.11. Результат розрахунку

7.5. Підготовка до проведення експерименту

З метою перевірки роботоздатності установки та відпрацювання методики експерименту були успішно проведені короткочасні випробування. Зразки для короткочасних випробувань були надруковані з ABS пластику на 3D-принтері з метою зменшення їх вартості (рис.7.12). Вантаж був збільшений до 60 кг, що на 20% більше від необхідного. Надалі буде проведений сам експеримент. Розраховано, що необхідна кількість в 1 млн. циклів буде виконана за 2-3 місяці з орієнтовним щоденним напрацюванням в 10 год. Тертя зразків буде зі змащенням, що моделює реальні умови.

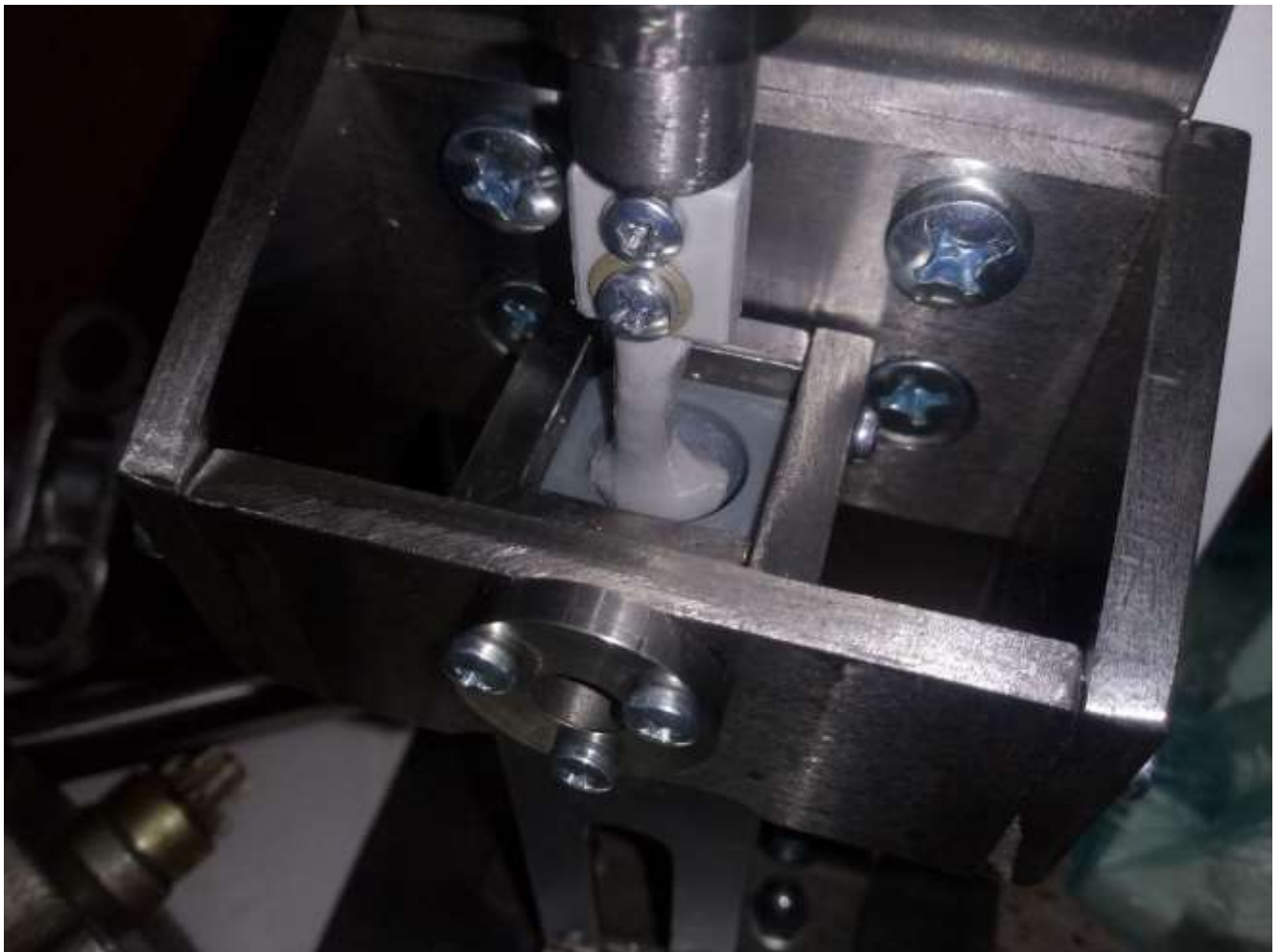


Рис. 7.12. Установка при тестових короткочасних випробуваннях

Список використаної літератури

1. А.Є. Бабенко, О.О. Боронко, О.П. Заховайко, Я.І. Лавренко, А.О. Лук'яненко, К.М. Рудаков, Ю.М. Сидоренко, С.І. Трубачев, О.М. Чемерис, Б.О. Яхно. Методичні вказівки до державної атестації та виконання дипломної роботи бакалавра студентами кафедри «Динаміки, міцності машин і опору матеріалів» ММІ НТУУ «КПІ» з напрямку 6.050501 – Прикладна механіка. Під загальною редакцією М.І.Бобири. – К.: НТУУ "КПІ", 2012. –70 с.: іл.
2. Б.І. Ковальчук, О.П. Заховайко. Методичні вказівки до виконання курсового проекту з деталей машин для студ. спец. «Динаміка і міцність машин» – К.: НТУУ «КПІ», 2011.
3. Павлице В.Т. Основи конструювання та розрахунків деталей машин: Підручник для вузів. – К.: Вища шк., 1993.
4. Курмаз Л.В., Курмаз О.Л. Конструирование улов и деталей машин: Справочное учебно-методическое пособие. – М.: Высш. шк., 2007.
5. О.П. Заховайко, О.Б. Овсієнко, О.М. Протащук. Профілювання циліндричного евольвентного зачеплення з використанням персональної ЕОМ. Методичні вказівки до курсового проекту з дисципліни «Теорія механізмів і машин» для студентів спеціальності «Динаміка і міцність машин» - К.: НТУУ «КПІ», 2000. – 40 с.
6. Бояршинов С.В. Основы строительной механики машин. Учебное пособие для студентов вузов, «Машиностроение», 1973.
7. М.А. Колтунов, Ю.Н. Васильев, В.А. Черных. Упругость и прочность цилиндрических тел : Учеб. пособие для машиностроит. специальностей вузов - Москва : Высш. школа, 1975. - 526 с. : черт.
8. Рудаков К.М. Конспект лекцій з дисципліни «Числові методи в динаміці та міцності машин». Частина II. К.: НТУУ «КПІ», НВЦ «Надійність», 2000. – 105 с.

9. Abid Haleem, Mohd Javaid. Polyether ether ketone (PEEK) and its 3D printed implants applications in medical field / A. Haleem, M. Javaid. // Clinical Epidemiology and Global Health. – 2019. – С. 571–577.
10. <http://balticimplants.eu/patient-specific-medical-devices/process/>
11. <https://www.3dsystems.com/>
12. Иванов М.Н. Детали машин : Учеб. для студентов вузов / Под ред. В.А. Финогенова. – 6-е изд. перераб. – М.: Высш. шк., 2000 – 383 с.: ил.
13. Горский А.И. Определение допускаемых напряжений при расчетах на прочность – М: НИИмаш, 1974. – 79 с.
14. Чемерис О.М. Методичні вказівки до розв'язування задач симетричного згину круглих пластин з дисципліни «Будівельна механіка машин» для студентів спеціальності ДММ. – К.: КПІ, 1992.
15. Рудаков К.М. Конспект лекцій з дисципліни «Числові методи в динаміці та міцності машин». Частина I. К.: НТУУ «КПІ», НВЦ «Надійність», 2000. – 105 с.
16. Василенко Н.В. Теория колебаний. – Киев: Вища школа, 1992. – 423с.
17. Василенко М.В., Алексейчук О.М. Теорія коливань і стійкості руху: Підручник. – Київ: Вища шк., 2004. – 525с.
18. Анурьев В.И. Справочник конструктора машиностроителя: в 3-х т. – М.: «Машиностроение». 2001.
19. Розенберг Ю.А., Виноградова И.Э. Смазка механизмов машин: Выбор и применение масел – М.: 1960.
20. Вавилов М.П. Смазка металлургического оборудования – М.: 1954.
21. Дунаев П.Ф., Леликов О.П. Конструирование узлов и деталей машин: 11-е издание – М.: Академия. 2008
22. «Теорія коливань та стійкості руху» Збірник завдань до курсового проектування та практичних занять для студентів спеціальності «Динаміка та міцність машин» / Укл. Бобир М.І., Бабенко А.Є., Боронко О.О. Трубочов С.І.- К.: НТУУ «КПІ», 2010.- 171 с.

Додатки

Додаток А

$$\begin{aligned}
 d1 &:= 25\text{mm} & d2 &:= 25\text{mm} & d3 &:= 30\text{mm} & d4 &:= 36\text{mm} & b &:= 7\text{mm} & t &:= 4\text{mm} \\
 L1 &:= 16\text{mm} & L2 &:= 67.25\text{mm} - L1 & L3 &:= 62.5\text{mm} & L4 &:= 8.25\text{mm} & L5 &:= 50.59795\text{mm} - L4 \\
 l1 &:= L1 + L2 & l2 &:= L3 & l3 &:= L4 + L5 & l_{\text{tot}} &:= l1 + l2 + l3 = 0.18\text{m} & E &:= 2.1 \cdot 10^{11}\text{Pa} \\
 I1 &:= \pi \cdot \frac{d1^4}{64} - \frac{(t \cdot b^3)}{12} - \left(\frac{d1}{2} - \frac{t}{2} \right)^2 \cdot b \cdot t & I2 &:= \pi \frac{d2^4}{64} & I3 &:= \pi \frac{d3^4}{64} & I4 &:= \pi \frac{d4^4}{64} & I5 &:= 62.88\text{cm}^4 \\
 Fr &:= 480.31447\text{N} & Ft &:= 1345.7875\text{N} & Ma &:= 2514.5183\text{N}\cdot\text{mm} & Fm &:= 327.89\text{N} \\
 P &:= 1 & Ra0p &:= \frac{(l1 + l2)}{l2} & Rb0p &:= P - Ra0p \\
 & & Rbcp &:= \frac{(l3 + l2)}{l2} & Rcp &:= P - Rbcp \\
 M10p(z) &:= -P \cdot z & M20p(z) &:= -P \cdot (L1 + z) & M30p(z) &:= -P \cdot (l1 + z) + Ra0p \cdot z \\
 M40p(z) &:= -P \cdot (l1 + L3 + z) + Ra0p \cdot (L3 + z) + Rb0p \cdot z \\
 M50p(z) &:= -P \cdot (l1 + l2 + L4 + z) + Ra0p \cdot (l2 + L4 + z) + Rb0p \cdot (L4 + z) \\
 M1cp(z) &:= 0 & M2cp(z) &:= 0 & M3cp(z) &:= Rcp \cdot z & M4cp(z) &:= Rcp \cdot (l2 + z) + Rbcp \cdot z \\
 M5cp(z) &:= Rcp \cdot (l2 + L4 + z) + Rbcp \cdot (L4 + z) \\
 M &:= 1 & RaAm &:= \frac{M}{l2} & RbAm &:= -RaAm \\
 & & RbBm &:= \frac{-M}{l2} & RaBm &:= -RbBm \\
 M1Am(z) &:= 0 & M2Am(z) &:= 0 & M3Am(z) &:= -M + RaAm \cdot z \\
 M4Am(z) &:= -M + RaAm \cdot (l2 + z) + RbAm \cdot z & M5Am(z) &:= -M + RaAm \cdot (l2 + L4 + z) + RbAm \cdot (L4 + z) \\
 M1Bm(z) &:= 0 & M2Bm(z) &:= 0 & M3Bm(z) &:= RaBm \cdot z & M4Bm(z) &:= M + RaBm \cdot (l2 + z) + RbBm \cdot z \\
 M5Bm(z) &:= M + RaBm \cdot (l2 + L4 + z) + RbBm \cdot (L4 + z) \\
 \text{YOZ} \\
 Rby &:= \frac{[-Ma + Fr \cdot (L - l1)]}{l2} = 828.929\text{N} & Ray &:= Fr - Rby = -348.615\text{N} \\
 M1y(z) &:= 0\text{N}\cdot\text{m} & M2y(z) &:= 0\text{N}\cdot\text{m} & M3y(z) &:= Ray \cdot z & M4y(z) &:= Ray \cdot (l2 + z) + Rby \cdot z \\
 M5y(z) &:= Ray \cdot (l2 + L4 + z) + Rby \cdot (L4 + z) \\
 wy01 &:= \frac{\int_0^{L1} M1y(z) \cdot M10p(z) \, dz}{E \cdot I1} & wy02 &:= \frac{\int_0^{L2} M2y(z) \cdot M20p(z) \, dz}{E \cdot I2} & wy03 &:= \frac{\int_0^{L3} M3y(z) \cdot M30p(z) \, dz}{E \cdot I3} \\
 wy04 &:= \frac{\int_0^{L4} M4y(z) \cdot M40p(z) \, dz}{E \cdot I4} & wy05 &:= \frac{\int_0^{L5} M5y(z) \cdot M50p(z) \, dz}{E \cdot I5}
 \end{aligned}$$

$$wy0 := wy01 + wy02 + wy03 + wy04 + wy05 = 1.828 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$wyc1 := \frac{\int_0^{L1} M1y(z) \cdot M1cp(z) \, dz}{E \cdot I1}$$

$$wyc2 := \frac{\int_0^{L2} M2y(z) \cdot M2cp(z) \, dz}{E \cdot I2}$$

$$wyc3 := \frac{\int_0^{L3} M3y(z) \cdot M3cp(z) \, dz}{E \cdot I3}$$

$$wyc4 := \frac{\int_0^{L4} M4y(z) \cdot M4cp(z) \, dz}{E \cdot I4}$$

$$wyc5 := \frac{\int_0^{L5} M5y(z) \cdot M5cp(z) \, dz}{E \cdot I5}$$

$$wyc := wyc1 + wyc2 + wyc3 + wyc4 + wyc5 = 3.266 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\theta ya1 := \frac{\int_0^{L1} M1y(z) \cdot M1Am(z) \, dz}{E \cdot I1}$$

$$\theta ya2 := \frac{\int_0^{L2} M2y(z) \cdot M2Am(z) \, dz}{E \cdot I2}$$

$$\theta ya3 := \frac{\int_0^{L3} M3y(z) \cdot M3Am(z) \, dz}{E \cdot I3}$$

$$\theta ya4 := \frac{\int_0^{L4} M4y(z) \cdot M4Am(z) \, dz}{E \cdot I4}$$

$$\theta ya5 := \frac{\int_0^{L5} M5y(z) \cdot M5Am(z) \, dz}{E \cdot I5}$$

$$\theta ya := \theta ya1 + \theta ya2 + \theta ya3 + \theta ya4 + \theta ya5 = 2.718 \times 10^{-5}$$

$$\theta yb1 := \frac{\int_0^{L1} M1y(z) \cdot M1Bm(z) \, dz}{E \cdot I1}$$

$$\theta yb2 := \frac{\int_0^{L2} M2y(z) \cdot M2Bm(z) \, dz}{E \cdot I2}$$

$$\theta yb3 := \frac{\int_0^{L3} M3y(z) \cdot M3Bm(z) \, dz}{E \cdot I3}$$

$$\theta yb4 := \frac{\int_0^{L4} M4y(z) \cdot M4Bm(z) \, dz}{E \cdot I4}$$

$$\theta yb5 := \frac{\int_0^{L5} M5y(z) \cdot M5Bm(z) \, dz}{E \cdot I5}$$

$$\theta yb := \theta yb1 + \theta yb2 + \theta yb3 + \theta yb4 + \theta yb5 = -7.815 \times 10^{-5}$$

XOZ

$$Rbx := \frac{[Ft \cdot (L - l1)]}{l2} = 2.435 \times 10^3 \text{ N}$$

$$Rax := Ft - Rbx = -1.09 \times 10^3 \text{ N}$$

$$M1x(z) := 0 \text{ N} \cdot \text{m} \quad M2x(z) := 0 \text{ N} \cdot \text{m} \quad M3x(z) := Rax \cdot z \quad M4x(z) := Rax \cdot (l2 + z) + Rbx \cdot z$$

$$M5x(z) := Rax \cdot (l2 + l4 + z) + Rbx \cdot (l4 + z)$$

$$wx01 := \frac{\int_0^{L1} M1x(z) \cdot M10p(z) \, dz}{E \cdot I1}$$

$$wx02 := \frac{\int_0^{L2} M2x(z) \cdot M20p(z) \, dz}{E \cdot I2}$$

$$wx03 := \frac{\int_0^{L3} M3x(z) \cdot M30p(z) \, dz}{E \cdot I3}$$

$$wx04 := \frac{\int_0^{L4} M4x(z) \cdot M40p(z) dz}{E \cdot I4}$$

$$wx05 := \frac{\int_0^{L5} M5x(z) \cdot M50p(z) dz}{E \cdot I5}$$

$$wx0 := wx01 + wx02 + wx03 + wx04 + wx05 = 5.713 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$wxc1 := \frac{\int_0^{L1} M1x(z) \cdot M1cp(z) dz}{E \cdot I1}$$

$$wxc2 := \frac{\int_0^{L2} M2x(z) \cdot M2cp(z) dz}{E \cdot I2}$$

$$wxc3 := \frac{\int_0^{L3} M3x(z) \cdot M3cp(z) dz}{E \cdot I3}$$

$$wxc4 := \frac{\int_0^{L4} M4x(z) \cdot M4cp(z) dz}{E \cdot I4}$$

$$wxc5 := \frac{\int_0^{L5} M5x(z) \cdot M5cp(z) dz}{E \cdot I5}$$

$$wxc := wxc1 + wxc2 + wxc3 + wxc4 + wxc5 = 1.024 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\theta xa1 := \frac{\int_0^{L1} M1x(z) \cdot M1Am(z) dz}{E \cdot I1}$$

$$\theta xa2 := \frac{\int_0^{L2} M2x(z) \cdot M2Am(z) dz}{E \cdot I2}$$

$$\theta xa3 := \frac{\int_0^{L3} M3x(z) \cdot M3Am(z) dz}{E \cdot I3}$$

$$\theta xa4 := \frac{\int_0^{L4} M4x(z) \cdot M4Am(z) dz}{E \cdot I4}$$

$$\theta xa5 := \frac{\int_0^{L5} M5x(z) \cdot M5Am(z) dz}{E \cdot I5}$$

$$\theta xa := \theta xa1 + \theta xa2 + \theta xa3 + \theta xa4 + \theta xa5 = 8.495 \times 10^{-5}$$

$$\theta xb1 := \frac{\int_0^{L1} M1x(z) \cdot M1Bm(z) dz}{E \cdot I1}$$

$$\theta xb2 := \frac{\int_0^{L2} M2x(z) \cdot M2Bm(z) dz}{E \cdot I2}$$

$$\theta xb3 := \frac{\int_0^{L3} M3x(z) \cdot M3Bm(z) dz}{E \cdot I3}$$

$$\theta xb4 := \frac{\int_0^{L4} M4x(z) \cdot M4Bm(z) dz}{E \cdot I4}$$

$$\theta xb5 := \frac{\int_0^{L5} M5x(z) \cdot M5Bm(z) dz}{E \cdot I5}$$

$$\theta xb := \theta xb1 + \theta xb2 + \theta xb3 + \theta xb4 + \theta xb5 = -2.478 \times 10^{-4}$$

fOZ

$$Raf := -Fm \cdot \frac{(L - l3)}{l2} = -680.7 \text{ N} \quad Rbf := -Raf - Fm = 352.81 \text{ N}$$

$$M1f(z) := Fm \cdot z \quad M2f(z) := Fm \cdot (L1 + z) \quad M3f(z) := Fm \cdot (l1 + z) + Raf \cdot (z)$$

$$M4f(z) := Fm \cdot (l1 + L3 + z) + Raf \cdot (L3 + z) + Rbf \cdot z$$

$$M5f(z) := Fm \cdot (l1 + l2 + L4 + z) + Raf \cdot (l2 + L4 + z) + Rbf \cdot (L4 + z)$$

$$wF0 := \sqrt{wx0^2 + wy0^2} = 5.998 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\theta Fa := \sqrt{\theta xa^2 + \theta ya^2} = 8.919 \times 10^{-5}$$

$$w0 := wF0 + |wf0| = 1.798 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\theta a := \theta Fa + |\theta fa| = 1.442 \times 10^{-4}$$

$$wFc := \sqrt{wxc^2 + wyc^2} = 1.075 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\theta Fb := \sqrt{\theta xb^2 + \theta yb^2} = 2.598 \times 10^{-4}$$

$$wc := wFc + |wfc| = 1.214 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\theta b := \theta Fb - \theta fb = 2.323 \times 10^{-4}$$

[illegible]

Додаток В

Первинне застосування	Формат	Зона	Поз.	Позначення	Найменування	Кільк	Примітка	
Лобідовий №					Документація			
				МП61.КМ50.01.02.00	Редуктор конічно-циліндричний двохступінчастий	1		
					Детали			
			1	МП61.КМ50.01.02.01	Корпус	1		
			2	МП61.КМ50.01.02.02	Кришка корпусу	1		
			3	МП61.КМ50.01.02.03	Вхідний вал-шестерня	1		
			4	МП61.КМ50.01.02.04	Проміжний вал	1		
			5	МП61.КМ50.01.02.05	Вихідний вал	1		
			6	МП61.КМ50.01.02.06	Конічне зубчасте колесо	1		
			7	МП61.КМ50.01.02.07	Циліндрична шестерня	1		
			8	МП61.КМ50.01.02.08	Циліндричне колесо	1		
			9	МП61.КМ50.01.02.09	Стакан	1		
			10	МП61.КМ50.01.02.10	Втулка	1		
			11	МП61.КМ50.01.02.11	Кришка	1		
			12	МП61.КМ50.01.02.12	Прокладка	1		
			13	МП61.КМ50.01.02.13	Кільце масловідбійне	1		
			14	МП61.КМ50.01.02.14	Втулка	1		
			15	МП61.КМ50.01.02.15	Кришка	2		
		16	МП61.КМ50.01.02.16	Прокладка	2			
		17	МП61.КМ50.01.02.17	Кільце масловідбійне	1			
		18	МП61.КМ50.01.02.18	Кільце масловідбійне	1			
		19	МП61.КМ50.01.02.19	Кришка	1			
Підп. і дата								
Зам. інв. №								
Підп. і дата								
Інв. № оп.	Зм.	Арж.	№ док.	Підп.	Дата	МП61.КМ50.01.02.00		
	Розроб.	Овчаренко Е.І.						
	Перев.	Лавренко Я.І.						
	Н.контр.							
	Затв.							
Редуктор конічно-циліндричний двохступінчастий						Літ.	Аржш	Арж-ів
							1	3
						НТУУ "КПІ" ММІ		

Копія

Формат А4

[illegible]

Konjunktiv

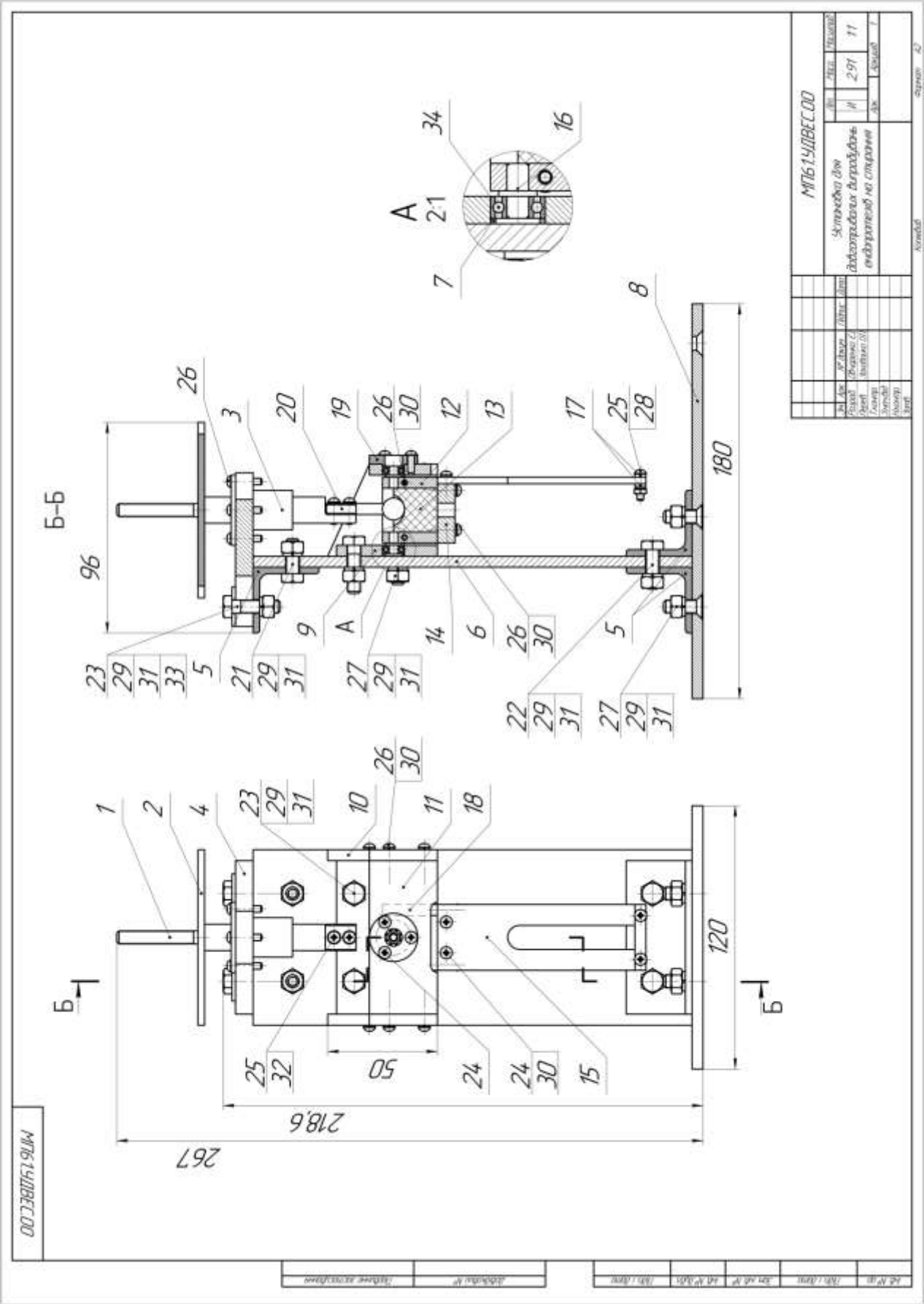
Формат А4

[illegible]

Konjunktiv

Формат А4

Додаток Г



Додаток Д

Первинне застосування		Формат	Зона	Поз.	Позначення	Найменування	Кільк.	Примітка
						Детали		
				1	МП.61.УДВЕСТ.01	Стержень	1	
				2	МП.61.УДВЕСТ.02	Платформа	1	
				3	МП.61.УДВЕСТ.03	Спрямовуюча	1	
				4	МП.61.УДВЕСТ.04	Пластина	1	
				5	МП.61.УДВЕСТ.05	Кутник	3	
				6	МП.61.УДВЕСТ.06	Опорна пластина	1	
				7	МП.61.УДВЕСТ.07	Кільце	1	
				8	МП.61.УДВЕСТ.08	Кріпильна пластина	1	
				9	МП.61.УДВЕСТ.09	Задня пластина	1	
				10	МП.61.УДВЕСТ.10	Бокова пластина	2	
				11	МП.61.УДВЕСТ.11	Передня пластина	1	
				12	МП.61.УДВЕСТ.12	Затискач	1	
				13	МП.61.УДВЕСТ.13	Зразок з ПEEK	1	
				14	МП.61.УДВЕСТ.14	Нижня пластина	1	
				15	МП.61.УДВЕСТ.15	Куліса	1	
				16	МП.61.УДВЕСТ.16	Штифт	2	
				17	МП.61.УДВЕСТ.17	Поперечина	2	
				18	МП.61.УДВЕСТ.18	Пластина	1	
				19	МП.61.УДВЕСТ.19	Кришка	1	
				20	МП.61.УДВЕСТ.20	Зразок з титанового сплаву	1	
						Стандартные изделия		
				21		Болт М6х16 ГОСТ 15589-70	2	
					МП.61.УДВЕСТ.00			
		Зм.	Арк.	№ док.	Підп.	Дата		
		Розроб.	Обчаренко Е.І.					
		Перев.	Заходько О.П.					
		Н.контр.						
		Затв.						
								Літ.
								Арк-ш
								Арк-ів
								1
								2
								НТУУ "КПІ" ММІ

Копіював

Формат А4

[illegible]