НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ «КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

МЕХАНІКО-МАШИНОБУДІВНИЙ ІНСТИТУТ КАФЕДРА ДИНАМІКИ І МІЦНОСТІ МАШИН ТА ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ

«На правах рукопису» УДК _____

«До захисту допущено» Завідувач кафедри

____ Сергій ПИСКУНОВ

«___»____2021 p.

Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра

за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»

зі спеціальності 131 «Прикладна механіка»

на тему: «Проектувальний розрахунок на міцність болтового з'єднання композитних елементів конструкції літака при одновісному навантаженні»

Виконав: студент VI курсу, групи МП-01мп Суздалев Олександр Олександрович

Керівник: д.т.н., проф. Рудаков Костянтин Миколайович

Рецензент: д.т.н., проф. Данильченко Юрій Михайлович

Засвідчую, що у цій магістерській дисертації немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань. Студент

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» Механіко-машинобудівний інститут Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма – «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ Завідувач кафедри _____ Сергій ПИСКУНОВ «___»_____2021 р.

ЗАВДАННЯ

на магістерську дисертацію студенту

Суздалеву Олександру Олександровичу

1. Тема дисертації «Проектувальний розрахунок на міцність болтового з'єднання композитних елементів конструкції літака при одновісному навантаженні», науковий керівник дисертації Рудаков Костянтин Миколайович, д.т.н., проф., затверджені наказом по університету від 01.11.2021 р. № 3611-с

2. Термін подання студентом дисертації: 10.12.2021 р.

3. Об'єкт дослідження: однозрізне болтове з'єднання пластин із композитного матеріалу.

4. Предмет дослідження: розрахунок на міцність болтового з'єднання композитних елементів конструкції літака при одновісному навантаженні.

5. Перелік завдань, які потрібно розробити:

- 1) Огляд методів розрахунку існуючих типів з'єднання композитних матеріалів.
- 2) Визначення пружних властивостей обраного матеріалу.
- 3) Аналітичний розрахунок розподілення зусиль між болтами.
- 4) Розрахунок за допомогою методу скінченних елементів.
- 5) Розрахунок на міцність елементів з'єднання.
- 6) Розробка стартап-проекту.

6. Орієнтовний перелік графічного (ілюстративного) матеріалу – 6 і більше.

7. Орієнтовний перелік публікацій – 1 і більше.

8. Дата видачі завдання: 01.09.2021 р.

N⁰	Назва етапів виконання	Термін виконання етапів	Примітка
3/П	магістерської дисертації	магістерської дисертації	примпка
1	Аналіз літератури	01.09.21 - 20.10.21	
2	Визначення пружних властивостей обраного матеріалу	20.09.21 - 10.10.21	
3	Аналітичний розрахунок розподілення зусиль між болтами	10.10.21 - 01.11.21	
4	Розрахунок за допомогою методу скінченних елементів	01.11.21 – 15.11.21	
5	Розрахунок на міцність елементів з'єднання	15.11.21 - 20.11.21	
6	Стартап-проект та висновки	20.11.21 - 10.12.21	

Календарний план

Студент

Олександр СУЗДАЛЕВ

Науковий керівник

Костянтин РУДАКОВ

Анотація

Дипломна робота містить 96 сторінок, 57 таблиць, 55 рисунків, список використаної літератури з 38 найменувань.

Актуальність теми полягає в тому, що це питання потребує постійного вивчення, наші досліди та розроблений темпліт допоможуть легко та швидко провести аналіз чотирьохрядного однозрізного болтового з'єднання.

Метою дипломної роботи є вивчення залежностей характеристик НДС у однозрізних болтових з'єднаннях від основних параметрів впливу, які потрібно враховувати при проведенні проектувальних розрахунків на міцність болтового з'єднання композитних елементів конструкції літака.

В даній роботі розглядаємо випадок типового болтового однозрізного з'єднання, що може зустрічатися в авіації.

Для вирішення задачі було вивчено питання поведінки типового однозрізного з'єднання, та розглянуті можливі форми руйнування. Також ознайомилися з теоретичними основами моделювання композиційних пластин у болтових з'єднаннях. Визначено модулі пружності композиційного матеріалу. Ознайомлення із існуючими методами розрахунку розподілу зусиль у одно зрізному з'єднанні. Навели розрахунок для визначення закону розподілення зусиль між болтами. Проведено дослідження залежностей характеристик НДС у однозрізних болтових з'єднаннях від основних параметрів впливу, які потрібно враховувати при проведенні проектувальних розрахунків на міцність болтового з'єднання композитних елементів конструкції літака.

Результати включених до дисертації досліджень оприлюднені на 1 конференції.

Ключові слова: болтове з'єднання, композитні матеріали, методи руйнування одно зрізного з'єднання, Напружено деформований стан, метод скінченних елементів.

Abstract

The thesis contains 96 pages, 57 tables, 55 drawings, a list of used literature of 38 titles

The urgency of the work is that this issue requires constant continuous study, our experiments and the developed template will help to easily and quickly analyze the four-row single-bolt joining.

The aim of the thesis is to study the dependence of the stress-strain characteristics in single-bolt joints on the main parameters of influence that must be taken into account when performing design calculations for the strength of bolted joints of composite elements of the aircraft structure.

In this work we consider the case of a typical bolted single-joint connection that can occur in aviation.

To solve the problem, the behavior of a typical single-joint joining was studied, and possible forms of failure were considered. Got acquainted with the theoretical foundations of modeling composite plates in bolted joints.. The modulus of elasticity of the composite material is determined. Familiarity with existing methods for calculating the distribution of forces in a single joint. Calculated to determine the law of distribution of forces between the bolts. The dependence of the stress-strain characteristics in single-bolt joints on the main parameters of influence, which must be taken into account when conducting design calculations for the strength of bolted joints of composite elements for the aircraft structure.

The results of the research included in the dissertation were published at 1 conference.

Keywords: bolted joint, composite materials, methods of failure single-joint connection, stress-strain state, finite element method.

Зміст

1		Bc	гуп	9
2		Огл	ляд проблеми багаторядних болтових з'єднань 12	2
	2.	1	Системи координат	2
	2.	2	Кодування структури багатошарової композиційної пластини 13	3
	2.	3	Різновиди руйнування елементів болтового з'єднання 1.	3
	2.	4	Характерні риси та проблеми багаторядного однозрізного болтового	
	3'	єдн	ання при деформуванні	0
	2.	5	Висновки з розділу 2. Мета дослідження	1
3	1	Teo	оретичні основи моделювання болтових з'єднань композиційних пластин 2	1
	3. xa	1 apai	Формули обчислення компонентів тензорів напружень, та пружних ктеристик композиційного матеріалу2	1
	3.	2	Визначення впливу гнучкості кріплення на розподілення зусиль 23	5
	3.	3	Огляд існуючих методів розрахунку гнучкості кріплення 30	0
	3. бо	4 элто	Формули визначення розподілу навантаження на болти багаторядного ового з'єднання	7
	3.	5	Формули для проведення розрахунків елементів болтового з'єднання	
	кс рс	омп озра	юзиційних пластин на статичну міцність (проектувальний та перевірочний ахунки)	2
	3.	6	Постановка крайової лінійно-пружної задачі	2
	3.	7	Особливості постановки крайової контактної лінійно-пружної задачі 4	5
	3. лі	8 ній	Скінченно-елементний алгоритм розв'язування контактної крайової задачі ної пружності	i 6
	3.	9	Висновки з розділу 3	9
4		Ан	алітичні розрахунки	0
	4. ба	1 1 1	Аналітичні розрахунки пружних характеристик композиційного гошарового матеріалу	0
	4. бс	2 Элто	Аналітичні розрахунки розподілу навантаження на болти багаторядного ового з'єднання	5
		4.2	.1 Вхідні дані початкового з'єднання 50	б

	4.2.2	Дослідження залежності розподілення зусиль від кута викладки
	ByIJEC	лрички
	4.2.3	Вплив ширини пластин на розподілення навантажень
	4.2.4	Дослідження впливу товщини на розподілення навантажень 60
	4.2.5	Визначення впливу діаметру болтів на розподілення навантажень 62
	4.3 Ви	сновки з розділу 4 64
5	Чисел	ьне моделювання болтового з'єднання композиційних пластин
	5.1 Ст	ворення розрахункової контактної моделі65
	5.1.1	Загальні положення
	5.1.2	Створення геометричної контактної моделі
	5.1.3	Створення скінченно-елементної контактної моделі 67
	5.1.4	Методика створення зусилля затягування в болтовому з'єднанні 72
	5.1.5	Результати перевірочного розрахунку73
	5.2 Ви	значення розподілу силового навантаження на кожний болт з'єднання75
	5.2.1	Методика визначення розподілу силового навантаження на кожний
	болт з	'єднання75
	5.2.2	Виявлення впливу ефективної ширини пластини на розподіл силового
	навант	гаження на кожний болт з'єднання75
	5.3 Ви	значення міцності елементів однозрізного з'єднання
	5.3.1	Визначення міцності болтів болтового з'єднання77
	5.3.2	Визначення міцності композиційних пластин на зминання поверхонь
	отворі	в болтового з'єднання77
	5.3.3	Визначення міцності композиційних пластин на розрив послабленого
	отвора	ими перетину
	5.3.4	Визначення міцності на зріз пластини перед тілом болта 80
	5.3.5	Визначення міцності при розколюванні пластини
	5.3.6 зрізу	Визначення міцності при випадку руйнування одночасного розтягу та 83
	5.3.7	Напруження втрати стійкості пластини між болтами
	5.4 Ви	сновки з розділу 5
6	Розроб	блення стартап проекту
	6.1 Or	ис ідеї проекту

6.2	Технологічний аудит	
6.3	Розроблення ринкової стратегії проекту	
6.4	Розроблення маркетингової програми стартап-проекту	
6.5	Висновки розроблення стартап-проекту	
7 3a	гальні висновки	

1 Вступ

В сучасному житті неможливо обійтися без болтового з'єднання, адже не можна виготовити суцільне монотонне тіло необхідної конфігурації, яке б не складалося із менших конструктивних одиниць які з'єднуючи одну з одною отримують фінальну зборку.

По-перше, це фінансово не вигідно оскільки неможливо уявити яких розмірів повинен бути завод, щоб виготовити наприклад монотонний фюзеляж літака, або інші конструктивні елементи. Іншою складовою, яка відноситься до цього пункту, є транспортування готової продукції до замовника, дуже складно перевозити деталі таких великих розмірів.

По-друге, конструкція без послаблення несучої здатності отворами, або іншими конструктивними з'єднаннями, як би це не здавалося на перший погляд, не є ідеальною, через складність аналізу конструкцій таких розмірів. Незрозуміле розподілення напружень може викликати труднощі в тих місцях деталі, де цього найменше очікують.

Типове болтове з'єднання показано на Рисунок 1-1.



Рисунок 1-1 Типове болтове з'єднання [38]

а) Типове з'єднання стик-стик.

- b) Типове з'єднання внахлест.
- с) Типове з'єднання стик-стик з додатковою накладкою.

Дослідження болтового з'єднання завжди є важливою темою, адже значна кількість поломок відбувається саме через цей конструктивний елемент. Не зважаючи на свої невеликі розміри в порівнянні з розмірами літального апарату, болти займають близько 15-25% від всієї ваги.

Починаючи з часів розвитку авіації всі компанії борються із проблемою конструкційних з'єднань елементів (в нашому випадку розглядаємо болтове з'єднання). В наш час головним критерієм є ціна, якість та вага. Проводяться детальні розрахунки для того, щоб знайти золоту середину та отримати з'єднання з найбільшою несучою здатністю та мінімальною ціною. Оскільки прийнято, що в літальний апарат на етапі проектування закладається ресурс на певний період служби, але методом додаткових інспекцій та детальних розрахунків цей термін можна і необхідно подовжувати. Отже, дуже важливим є питання довговічності, як і самих болтів, так і елементів які з'єднують.

Як показує дослід експлуатації, перед руйнуванням елементів конструкції в зонах концентраторів напружень, одними з яких і є отвори, починають розростатися мікротріщини у зв'язку із багато-цикловим навантаженням. Через наявність таких тріщин, які складно помітити і які невпинно продовжують свій ріст, із часом несуча здатність конструкції буде заниженою в порівнянні з розрахунковим значенням.

Композитний матеріал – це неоднорідний суцільний матеріал, часто з яскраво вираженою анізотропією властивостей, що складається з двох або більше компонентів з чіткою межею розділу фаз, серед яких можна виділити армуючі елементи, що забезпечують необхідні механічні характеристики матеріалу, і матрицю, що забезпечує спільну роботу армуючих елементів.[1]

Отже, як зрозуміло із визначення вище, композитні матеріали дуже різносторонні, ми можемо отримати практично будь які властивості у необхідних нам

10

напрямках, метали такою здібність не володіють, але з іншого боку метали вже звичний, добре вивчений матеріал, що і ставить його на перше місце. З часом розвиток невпинно зростає і конструкції із композитних матеріалів починають витісняти металеві конструкції. Як можна бачити на Рисунок 1-2, деякі літальні апарати вже успішно використовують композитні матеріали, але повністю витіснити метали вони нажаль не здатні.



Рисунок 1-2 Приклад застосування композитів на літальному апарату [37] Скловолокно вперше в авіації використав Boeing на пасажирському літальному апараті у 1950-х роках. Можемо зазначити, що вже у 2012 році на презентації нового 787 Dreamliner компанія Boeing заявила, що цей літальний апарат містить до 50 відсотків композитного матеріалу, що зменшує вагу пустого літального апарату приблизно на 30 відсотків. На сьогоднішній день практично кожен літак має певні конструкції із композитного матеріалу, але у різному відсотковому співвідношенні відносно всієї конструкції.

Однією з найбільших переваг є зменшена вага конструкції в порівнянні якби ця ж конструкція була виготовлена із металу. Композитні матеріали менш піддатливі корозії, ніж метали. Великим плюсом композитних матеріалів є їхня універсальність, адже завдяки набору різних кутів викладки шарів препрегу можна отримати властивості, якими не можуть володіти металеві конструкції. До недоліків можна віднести складність руйнування композитних матеріалів, що призводить або до повної інспекції деталі для здійснення її ремонту, або до заміни цієї деталі, що і робить експлуатацію композитів дорогою. Крім того композити чутливі до температури, значення вище 300 градусів може пошкодити конструкцію. Хоч композитні деталі і є дорогими, але це можна компенсувати їхньою довгостроковою економією.

2 Огляд проблеми багаторядних болтових з'єднань

2.1 Системи координат

Система координат моношару та всього пакету трішки відрізняються. Для одного шару маємо такі напрямки координат:

- 1 направлена вздовж волокна або основи.
- 2 направлена впоперек волокна або основи.
- 3 направлена вздовж товщини моношару.

Система координат для всього пакету визначається наступним чином:

- Х напрямок вздовж більшого розміру заготовки.
- Y напрямок перпендикулярно до осі X.
- Z напрямок вздовж товщини заготовки.

Вигляд координатних осей можемо бачити на Рисунок 2-1.



Рисунок 2-1 Координатні осі для моношару та пакету моно шарів [5]

2.2 Кодування структури багатошарової композиційної пластини

Для того, щоб можна було легко зрозуміти, куди направлений кожен шар із пакету, введений простий код, який виглядає наступним чином

[90/-45/0/-45/90] 90°, -45°, 0°, -45°, 90°

Справа від самого коду, який записаний у квадратних дужках, можемо бачити розшифровку, яка показує кут викладки кожного шару. За допомогою такого коду можна зрозуміти кут нахилу кожного шару відносно повздовжньої осі пакету моношарів X, сумарну кількість моношарів, а також послідовність їхньої викладки, що є важливим фактором, який може впливати на поведінку всього пакету.

Оскільки кожен моно шар може бути викладений під будь яким кутом, але властивості всієї конструкції будуть визначатися відносно координатних осей пакету моношарів як показано на Рисунок 2-2 [5].



Рисунок 2-2 Моношар, повернутий на кут ф відносно осей пакету моношарів [5]

2.3 Різновиди руйнування елементів болтового з'єднання

Розглянемо існуючі види руйнування які виникають при болтовому з'єднанні. Самим зрозумілим для звичайного читача, не маючого досвіду в даній сфері, є розрив пластини в послабленому перерізі. Як нам добре відомо, будь-який отвір є концентратором напружень, через це виникають локальні збільшення напружень в зонах отвору, які в свою чергу і призводять до руйнування. Схематичне зображення розриву пластини в послабленому перерізі зображено на Рисунок 2-3 [2].



Рисунок 2-3 Розрив армуючої нитки в отворі [1]

Визначити напруження при розриві пластин можна за формулою (2.1) [2]:

$$\sigma_t = \frac{P}{(w-d) * t_i} \tag{2.1}$$

де P – зусилля, що прикладене до пластини, w – ширина пластини, d – діаметр отвору, t_i – товщина i-ої пластини.

Наступним можливим типом руйнування болтового з'єднання є зріз частини пластини перед кріпильним елементом, така ситуація можлива у випадку, якщо кріпильний елемент матиме більшу жорсткість, ніж пластина [2]. Такий тип руйнування певною мірою залежить від відстані до краю вільної кромки: чим менша вона буде, тим менше кількість матеріалу буде протистояти зрізу [2].



Рисунок 2-4 Зріз частини пластини [1]

Напруження зрізу можна знайти за формулою (2.2) [2]:

$$\sigma_s = \frac{P}{2e * t_i} \tag{2.2}$$

де змінна е вказує відстань до вільної кромки і-ої пластини.

Можливий випадок зминання пластини кріпильним елементом, такий тип руйнування виникає внаслідок великих зусиль в зоні контакту кріпильного елементу та пластини. Розподіл напружень в зоні контакту є доволі складним питанням, через те, що після початку зминання отвір в пластині буде змінювати свою геометричну форму, що спричинює неоднорідне розподілення напружень [2]. Важливим фактором, який впливає на таку поведінку, є зазор між тілом кріпильного елементу та пластиною в ненавантаженому стані. При розрахунку такого руйнування зазвичай приймають, що зусилля рівномірно розподілені в зоні контакту [2].



Рисунок 2-5 Зминання кріпильного елементу [1]

Напруження зминання визначають за формулою (2.3) [2]

$$\sigma_b = \frac{P}{d * t_i} \tag{2.3}$$

де d – це діаметр отвору.

Внаслідок зминання поверхні отвору в композиційній пластині отвір змінює свою геометричну форму (див. Рисунок 2-6), а сам матеріал фактично розкришується (руйнується) (див. Рисунок 2-7).



На Рисунок 2-7 приведено, як приклад, мікрографія зони руйнування пластини з композиційного матеріалу внаслідок зминання отвору (при різних ступенях зминання) [36].



Але такий тип руйнування не є катастрофічним для всієї конструкції.

Руйнування, подібне до розколювання клином, також можливе для однозрізного з'єднання. Якщо розглянемо реальну конструкцію, то зазвичай можуть виникати зусилля, які не діють ідеально вздовж пластини, а прикладені, наприклад, під кутом, або в поперечному напрямку [2]. Якщо навантаження досить велику, руйнування буде спрямоване в напрямку меншого опору, і прямуватиме до вільного краю пластини, що в свою чергу буде викликати розколювання пластини [2].



Рисунок 2-8 Розколювання пластини в напрямку меншого опору [2] Напруження для такого випадку можемо визначити за допомогою формули (2.4) [2]:

$$\sigma_w = \frac{2P}{(2e-d) * t_i} \tag{2.4}$$

Не можна сказати, що наступний тип руйнування є доволі поширеним явищем, але все ж, такий випадок можливий. Розтяг із одночасним зрізом, така мода руйнування виникає внаслідок недостатньої міцності пластини на розтяг та зріз [2]. Виникає виривання частини пластини одночасно в повздовжньому та поперечному напрямках [2].



Рисунок 2-9 Руйнування розтягу та зрізу одночасно [2]

Для такого типу руйнування визначається критичне зусилля за формулою (2.5) [2]:

$$P = \frac{t_i((w-d) * \sigma_{tu} + 2e\sigma_{su})}{2}$$
(2.5)

У формулі (2.5) присутні невідомі змінні, σ_{tu} позначає допустимі напруження на розтяг, а σ_{su} позначає допустимі напруження на зріз. Ці дані необхідно брати із довідкового матеріалу, або визначати за результатами експериментальних досліджень для певного матеріалу.

Зазвичай при розрахунку з'єднання металевих пластин розглядається руйнування зрізу кріпильного елементу, адже він може мати недостатню міцність на зріз. Дві пластини навантажують тіло кріпильного елементу в протилежних напрямках, та намагаються його зрізати. Така мода руйнування не є типовою для з'єднання пластин, виготовлених із композиційних матеріалів, через те, що в такому випадку використовують кріпильний елемент, виготовлений із сталі або титану. Відповідно він зазвичай матиме більшу міцність на зріз та зминання, тому часто такі перевірки просто ігноруються.

Для ясності зобразимо схему зрізу кріпильного елементу на Рисунок 2-10.



Рисунок 2-10 Зріз кріпильного елементу [1]

При такому типу руйнування можемо скористатися формулою (2.6) для визначення напружень зрізу тіла кріпильного елементу [1]:

$$\sigma_{sf} = \frac{4P}{\pi d^2} \tag{2.6}$$

Існують ще два типи руйнування кріпильного елементу, які зображено на Рисунок 2-11. Першим типом руйнування є виривання головки кріпильного елементу, другий тип – це руйнування всього кріпильного елементу.



Рисунок 2-11 Виривання головки кріпильного елементу, та його повне руйнування [1]

Ще один тип руйнування, не схожий за принципом на попередні пошкодження, починається не від отвору в пластині. Частина пластини між кріпильними елементами моделюється як одинарна пластина чи стержень. В такій пластині можливий випадок втрати стійкості, відповідні напруження можемо визначити за формулою (2.6) [3]:

$$\sigma_{ir} = \frac{\pi^2 E t}{\left(\frac{p}{\sqrt{C}}/0.29t\right)^2} \tag{2.6}$$

де p – це відстань між кріпильними елементами, С – коефіцієнт закріплення, який рівний 4 для випадку защемлених країв, який відповідає типу наших кріпильних елементів (болтів).

2.4 Характерні риси та проблеми багаторядного однозрізного болтового з'єднання при деформуванні

Як було доведено в статті [21] болт при однозрізному з'єднанні працює не тільки на зріз, але і на вигин [21] як буде пізніше викладено в розділі 3.3 Метод Tate. Через таку поведінку, деяка частка зусиль приходить в напрямку паралельному до тіла болта, тобто на його головку, що призводить до деякого кута нахилу головки болта відносно площини пластини [21]. Важливим фактором є зазор між поверхнею пластин та болта. Через те, що при початку деформування отвір починає змінювати свою форму відносно початкової, навіть за відсутності зазорів, форма все одно буде змінюватися за рахунок впливу навантаження [21]. При значних зусиллях форма деформування болта буде мати подібний вигляд до того, ніби одне тіло розрізають зсуваючи його частини одна відносно одної як показано на Рисунок 2-10 [21]. Насправді деформації не будуть такими великими та різкими, а навпаки, незначними та плавними, тому їх можливо буде складно помітити простим поглядом.

Можна окремо виділити такий тип деформування, як вторинний вигин, який виникає внаслідок ексцентриситету між діючими зусиллями в болтовому з'єднанні, як було відмічено у розділі 3.3, а потім доведено розрахунком методом скінченних елементів у розділі 5. На Рисунок 5-7 можемо бачити збільшену в масштабі модель здеформованого болтового з'єднання, що відповідає реальній ситуації та чисельним дослідженням цієї проблеми.

2.5 Висновки з розділу 2. Мета дослідження

В розділі 2 були розглянуті типові варіанти руйнування однозрізного з'єднання. Виявляється, це доволі складне питання, яке потребує детального вивчення. Приводячи можливі випадки руйнування даного типу з'єднань, які базуються на основі вже готових досліджень [2, 6, 7, 9, 10, 14, 15], можемо уявити методику поведінки, та явища, на які варто звертати увагу при проектуванні. Розглянуто стандартне кодування, яке позначає порядок викладки шарів композитного матеріалу, від цього залежить, які пружні властивості ми отримаємо.

Метою дослідження є вивчення залежностей характеристик НДС у однозрізних болтових з'єднаннях від основних параметрів впливу, які потрібно враховувати при проведенні проектувальних розрахунків на міцність болтового з'єднання композитних елементів конструкції літака при їх одновісному навантаженні.

3 Теоретичні основи моделювання болтових з'єднань композиційних пластин

3.1 Формули обчислення компонентів тензорів напружень, та пружних характеристик композиційного матеріалу

Залежність напружень у координатних осях моношару та пакету для випадку плоского напруженого стану визначається формулами (3.1) [5]:

$$\begin{cases} \sigma_{X} \\ \sigma_{Y} \\ \sigma_{XY} \end{cases} = \begin{bmatrix} c^{2} & s^{2} & -2sc \\ s^{2} & c^{2} & 2sc \\ sc & -sc & c^{2} - s^{2} \end{bmatrix} \begin{cases} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_{12} \end{cases} (a)$$

$$\begin{cases} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_{12} \end{cases} = \begin{bmatrix} c^{2} & s^{2} & 2sc \\ s^{2} & c^{2} & -2sc \\ -sc & sc & c^{2} - s^{2} \end{bmatrix} \begin{cases} \sigma_{X} \\ \sigma_{Y} \\ \sigma_{XY} \end{cases} (b)$$

де $c = cos\phi$; $s = sin\phi$;

 $\sigma_1, \sigma_2, \tau_{12}$ – напруження, прикладені до моношару;

σ_x, σ_y, τ_{xy} – напруження, прикладені до пакету моношарів.

У формулі (3.1) рівняння а) можемо бачити співвідношення напружень у власних координатних осях моношару, б) визначає співвідношення напружень у координатних осях пакету моношарів.

Залежність деформацій в системах координат моношару та пакету має вигляд, як показано в формулі (3.2) [5]:

$$a) \begin{cases} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} c^{2} & s^{2} & -s \cdot c \\ s^{2} & c^{2} & s \cdot c \\ 2 \cdot s \cdot c & -2 \cdot s \cdot c & c^{2} - s^{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \gamma_{12} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \gamma_{12} \end{cases} = \begin{bmatrix} c^{2} & s^{2} & s \cdot c \\ s^{2} & c^{2} & -s \cdot c \\ -2 \cdot s \cdot c & 2 \cdot s \cdot c & c^{2} - s^{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \end{cases}$$

$$(3.2)$$

де ε₁, ε₂, γ₁₂ – деформації моношару;

ε_x, ε_y, γ_{xy} – деформації пакету моношарів.

Кожен моношар по своїй природі вважається ортотропним матеріалом, через те, що складається із однонаправлених волокон. Для такого випадку закон Гука, який визначає співвідношення між напруженнями та деформаціями моношару при плоско напруженому стані, має вигляд як показано в формулі (3.3) [5]:

$$\begin{cases} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \tau_{12} \end{cases} = \begin{bmatrix} C_{11}^{0} & C_{12}^{0} & 0 \\ C_{12}^{0} & C_{22}^{0} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66}^{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \gamma_{12} \end{cases}$$
(3.3)

де С⁰_{ki} – коефіцієнти матриці жорсткості моношару, які визначаються за допомогою співвідношень, які враховують значення повздовжного та поперечного модулів пружності, модуль зсуву та коефіцієнти Пуассона [5].

Для того, щоб наочно продемонструвати функціональну відмінність композиційних матеріалів один від одного, визначимо пружні властивості двох типів моношарів, які складаються із вуглестрічки та вуглетканини відповідно.

В ситуаціях, наближених до реальних, навантаження не прикладається вздовж осей орієнтації моношару, а під певним кутом, тоді виникає так зване явище пошарового навантаження. Для такого випадку закон Гука матиме наступний вигляд [5]:

$$\begin{cases} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \tau_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} C_{11}^{\varphi} & C_{12}^{\varphi} & C_{16}^{\varphi} \\ C_{13}^{\varphi} & C_{22}^{\varphi} & C_{26}^{\varphi} \\ C_{16}^{\varphi} & C_{26}^{\varphi} & C_{66}^{\varphi} \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \end{cases}$$
(3.4)

де С $^{\phi}_{ki}$ – коефіцієнти матриці жорсткості моношару, повернутого на кут ϕ , які визначаються через незалежні коефіцієнти V1, V2, V3, V4, формули наведені нижче [5]:

$$\begin{split} C_{11}^{\varphi} &= V_1 + V_2 \cdot \cos 2\varphi + V_3 \cdot \cos 4\varphi; \\ C_{12}^{\varphi} &= V_1 - 2 \cdot V_4 - V_3 \cdot \cos 4\varphi; \\ C_{16}^{\varphi} &= 0.5 \cdot V_2 \cdot \sin 2\varphi + V_3 \cdot \sin 4\varphi; \\ C_{22}^{\varphi} &= V_1 - V_2 \cdot \cos 2\varphi + V_3 \cdot \cos 4\varphi; \\ C_{26}^{\varphi} &= 0.5 \cdot V_2 \cdot \sin 2\varphi - V_3 \cdot \sin 4\varphi; \\ C_{66}^{\varphi} &= V_4 - V_3 \cdot \cos 4\varphi. \end{split}$$
(3.5)
$$V_1 &= \left(3 \cdot C_{11}^0 + 2 \cdot C_{12}^0 + 3 \cdot C_{22}^0 + 4 \cdot C_{66}^0\right)/8; \\ V_2 &= \left(C_{11}^0 - C_{22}^0\right)/2; \\ V_3 &= \left(C_{11}^0 - 2 \cdot C_{12}^0 + C_{22}^0 - 4 \cdot C_{66}^0\right)/8; \\ V_4 &= \left(C_{11}^0 - 2 \cdot C_{12}^0 + C_{22}^0 + 4 \cdot C_{66}^0\right)/8. \end{split}$$

Можемо помітити, що незалежні коефіцієнти визначають комбінацією співвідношень коефіцієнтів жорсткості для головних осей моношару, а вже потім додається вплив кута нахилу моношару. Для такого випадку V1, V4 характеризують середні значення жорсткості односпрямованого шару при розтягу та зсуву, а коефіцієнти V2, V3 показують ступінь анізотропії тіла [5].

Першою ціллю є визначення пружних властивостей моношару, повернутого на кут φ , маючи коефіцієнти матриці жорсткості; це нескладно зробити за допомогою формул, приведених нижче [5]:

$$E_{x} = \frac{\Delta C}{C_{22}^{\phi} \cdot C_{88}^{\phi} - (C_{28}^{\phi})^{2}}; \qquad G_{xy} = \frac{\Delta C}{C_{11}^{\phi} \cdot C_{22}^{\phi} - (C_{12}^{\phi})^{2}}; E_{y} = \frac{\Delta C}{C_{11}^{\phi} \cdot C_{68}^{\phi} - (C_{16}^{\phi})^{2}}; \qquad \mu_{xy} = \frac{C_{12}^{\phi} \cdot C_{68}^{\phi} - C_{18}^{\phi} \cdot C_{28}^{\phi}}{C_{22}^{\phi} \cdot C_{68}^{\phi} - (C_{28}^{\phi})^{2}} \Delta C = det \begin{bmatrix} C_{11}^{\phi} & C_{12}^{\phi} & C_{16}^{\phi} \\ C_{12}^{\phi} & C_{22}^{\phi} & C_{28}^{\phi} \\ C_{16}^{\phi} & C_{28}^{\phi} & C_{68}^{\phi} \end{bmatrix}$$
(3.6)

Маючи пружні властивості для моношару, визначають такі ж властивості, але для пакету, який складається із декількох різноспрямованих моношарів композиційних матеріалів. Закон Гука для такого випадку буде таким самим, як і для ортотропного моношару, але коефіцієнти матриці жорсткості визначаються з урахуванням товщини та кількості моношарів [5].

$$\begin{cases} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \tau_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \end{cases}$$
(3.7)
$$C_{11} = \sum_{i=1}^{2n} C_{11}^{i} \frac{\delta_{m}}{s}; \qquad C_{12} = \sum_{i=1}^{2n} C_{12}^{i} \frac{\delta_{m}}{s}; \qquad C_{22} = \sum_{i=1}^{2n} C_{22}^{i} \frac{\delta_{m}}{s}; \qquad C_{66} = \sum_{i=1}^{2n} C_{66}^{i} \frac{\delta_{m}}{s} \end{cases}$$

де δ_m це товщина моношару;

s – сумарна товщина пакету;

n – кількість моношарів у пакеті.

Не забуваємо про те, що коли визначаємо властивості всього пакету, використовуємо глобальну координатну систему, як показано на Рисунок 2-1. Детальніше розглянувши формули визначення коефіцієнтів жорсткості, можемо зробити висновок, що порядок чергування кутів викладки моношарів ніяким чином не впливає на жорсткість, але тільки при розрахунку. На практиці ретельно продумують порядок викладки в залежності від конструктивних думок, адже якщо більш детально розглядати задачу, ми зіткнемося із питанням пошарового навантаження моношарів, що можна використовувати як перевагу.



Рисунок 3-1 Розподілення напружень та деформацій у моношарі [8]: Повернемося до пружних характеристик пакету моношарів, який характеризується чотирма незалежними змінними Ех, Еу, Gxy, µxy, другорядний коефіцієнт Пуассона можемо визначити за добре відомим співвідношенням Максвела [5]:

$$E_{x} = C_{11} - \frac{C_{12}^{2}}{C_{22}}; \qquad G_{xy} = C_{66};$$

$$E_{y} = C_{22} - \frac{C_{12}^{2}}{C_{11}}; \qquad \mu_{xy} = \frac{C_{12}}{C_{22}},$$
(3.8)

3.2 Визначення впливу гнучкості кріплення на розподілення зусиль

Гнучкість кріпильних елементів вносить великий вплив на розподілення навантажень при болтовому з'єднанні. Виражаючись іншими словами, це міра, яка показує вплив кріпильного елементу на гнучкість всього з'єднання, що в свою чергу і вносить такий вплив на розподілення зусиль. Для кращого розуміння проблеми наведемо простий приклад. Якщо уявити кріпильні елементи абсолютної жорсткості, варіант а) на Рисунок 3-2, то можемо побачити, що всі зусилля сприймаються крайніми кріпильними елементами з обох кінців. Для варіанту б) кріпильні елементи з безкінечною гнучкістю, мають рівномірне розподілення зусиль. Варіант в) ілюструє реальну картину яка відбувається насправді: крайні кріпильні елементи беруть на себе трішки більше зусилля ніж ті, що всередині.



Рисунок 3-2 Розподілення зусиль в кріпильних елементах з різною гнучкістю [6]: На сьогоднішній день існує багато методів визначення гнучкості та розподілення зусиль в кріпильних елементах. Сам вибір залежить від виконавця, умов поставленої задачі, а також раціональності застосування тих чи інших спрощень, без яких не можливо було б отримати результат, адже неможливо врахувати все.

Спочатку ознайомимося із концепцією визначення гнучкості кріпильного елементу, яка була представлена Tate & Rosenfelt в 1946 році [7] з назвою "константа болта", метою якої було визначення розподілення зусиль в з'єднаннях з декількома рядами болтів. Запропоновано визначати це шляхом складання лінійних залежностей між переміщеннями через присутність кріпильного елементу та передачу навантажень. Прийнято позначати гнучкість як f, яка може бути визначена за формулою (3.9) [6].

$$f = \frac{1}{k} = \frac{\delta}{P_{LT}} \tag{3.9}$$

Тут k – жорсткість кріпильного елементу, P_{LT} – зусилля, яке він передає, але не варто забувати, що існують і інші зусилля, наприклад ті, які передає пластина. Для пояснення навели приклад, зображений на Рисунок 3-3, де δ – внесок в загальне переміщення без врахування видовження пластин PL/EA [6]. Таким чином, гнучкість кріплення включає всі явища, які впливають на гнучкість з'єднання (крім гнучкості пластини). Такі, як деформація кріплення, нахил кріплення та деформація отворів кріплення. При експериментальному визначенні гнучкості кріплення існує декілька підходів, деякі з яких описані тут [6].



Рисунок 3-3 Діючі зусилля в з'єднанні [6]

На зображенні вище можемо бачити наступні зусилля, які діють у з'єднанні:

P_{LT} - передане навантаження за допомогою кріпильного елементу;

Р_{ВР} - навантаження, що проходить через пластину;

Р_{вк} - навантаження, яке приходиться на кріпильний елемент;

 $P_{FR}\,$ - навантаження, яке виникає внаслідок сил тертя між пластинами.

Повернемося до визначення гнучкості, одна із методик представлена Jarfall, який вимірював зазор g для прикладеної сили 2Р, враховуючи переміщення кріпильних елементів [6, 8].



Рисунок 3-4 Знаходження гнучкості за методикою Jarfall [6, 8]

Зазор д відноситься до б як [6, 8]

$$\Delta g = \Delta l_0 + 2\delta \tag{3.10}$$

Розкривши значення, отримаємо наступне співвідношення

$$\frac{\partial g}{\partial P} = \frac{2l_0}{AE} + 2f \tag{3.11}$$

З останньої формули ми можемо визначити гнучкість кріпильного елементу [6, 8]

$$f = \frac{1}{2}\frac{\partial g}{\partial P} - \frac{l_0}{AE} \tag{3.12}$$

Розглянемо методику, яку розробив Huth, який розглянув випадок однозрізного з'єднання та визначив тотальне переміщення Δl_{tot} між точками A та B, як зображено на Рисунок 3-5 [6, 9].



Рисунок 3-5 Знаходження гнучкості за методикою Huth для однозрізного з'єднання [6, 9]

Для такого випадку нескладно визначити, що тотальне переміщення знаходиться за формулою (3,13) [6, 9].

$$\Delta l_{tot} = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} + \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 \tag{3.13}$$

З цього випливає наступне

$$\delta = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} = \Delta l_{tot} - \Delta l_{elast} \tag{3.14}$$

 Δl_{elast} визначаємо з урахуванням таких параметрів як модулі пружності пластин Е, ширина пластин *w* та відповідно їхня товщина t [6, 9]:

$$\Delta l_{elast} = \frac{P}{t_1 w E_1} \left(l_1 + \frac{l_2}{\left(\frac{t_2}{t_1} \frac{E_2}{E_1}\right)} + \frac{l_3}{\left(1 + \frac{t_2}{t_1} \frac{E_2}{E_1}\right)} \right)$$
(3.15)

Таким чином, можемо записати рівняння для визначення гнучкості кріпильного елементу [6, 9]:

$$f = \frac{1}{2} \frac{(\delta_1 + \delta_2)}{P/2} = \frac{\delta_1 + \delta_2}{P}$$
(3.16)

Для випадку двозрізного з'єднання Huth діяв подібним чином, і також вимірював переміщення між точками А та В [6, 9].



Рисунок 3-6 Знаходження гнучкості за методикою Huth для двозрізного з'єднання [6,9]

Коротко покажемо порядок визначення:

$$\Delta l_{tot} = \delta + \Delta l_1 + \Delta l_2$$

$$\delta = \Delta l_{tot} - (\Delta l_1 + \Delta l_2) = \Delta l_{tot} - \Delta l_{elast}$$

$$\Delta l_{elast} = \frac{P}{w} \left(\frac{l_1}{t_1 E_1} + \frac{l_2}{2t_2 E_2} \right)$$

$$f = \frac{\delta}{P}$$
(3.17)

Насправді ми бачимо іншу картину, і зв'язок між силою та переміщеннями є нелінійним, саме через це існує декілька методів визначення гнучкості кріпильного елементу як константи за допомогою експериментальних даних [6]. Jarfall в своїх працях детально описує методи визначення гнучкості. Найближче наближення до еластичної поведінки з'єднання отримуємо при використанні змінної d за методом Jarfall [8], яку також використовував Huth [9]. На Рисунок 3-7 зображена типова поведінка з'єднання при циклічному зростанні

навантаження, а також відмічена гнучкість кріплення, яку визначив Huth за допомогою свого методу.



Рисунок 3-7 Визначення гнучкості кріпильного елементу [6]

3.3 Огляд існуючих методів розрахунку гнучкості кріплення

Як можна бачити, існує декілька способів визначення гнучкості кріплення на основі рівняння (3.9) експериментальним шляхом. З початку дослідження проблем однозрізного та двозрізного з'єднання було безліч спроб створення методу опису поведінки з'єднання на основі проведення тестувань зразків із різними геометричними параметрами та іншими змінними. Як результат таких спроб маємо емпіричні формули, які отримали Grumman [8], Huth [9], Boeing [8], Douglas [8], Tate & Rosenfeld [7], з використанням аналітичного підходу за методом Barrois [10] та ESDU [11]. Досить велику кількість можливих методів поясняється тим, що всі ці методи доволі індивідуальні і були отримані для конкретних матеріалів, із застосуванням певних спрощень [6]. Велика кількість факторів, що впливає на гнучкість кріплення, включають в себе попередня затяжка болта, зазори в отворі, якість поверхні отвору та її обробка, включаючи спеціальні покриття чи герметики, та тип кріпильного елементу [6]. При визначенні гнучкості найчастіше зустрічаються однозрізний та двозрізний типи з'єднання, які зображені на Рисунок 3-8.



Рисунок 3-8 Типи з'єднання [6]

У випадку однозрізного з'єднання виникає таке явище, як вторинний вигин, що спричинений ексцентриситетом у місці прикладання зусилля, і спричинює нахил кріпильного елементу.

Метод Huth

На основі обширних випробувань, проведених для різних типів з'єднання та матеріалів, була отримана формула гнучкості кріпильного елементу на основі кривих навантаження-переміщення [6, 9]

$$f = \left(\frac{t_1 + t_2}{2d}\right)^a \frac{b}{n} \left(\frac{1}{t_1 E_1} + \frac{1}{n t_2 E_2} + \frac{1}{2t_1 E_f} + \frac{1}{2n t_2 E_f}\right)$$
(3.18)

де змінні *а*, *b*, *n* – це параметри, які характеризують тип з'єднання.

Single shear	n = 1
Double shear	n = 2
Bolted metallic joints	a = 2/3, b = 3.0
Riveted metallic joints	a = 2/5, b = 2.2
Bolted graphite/epoxy joints	a = 2/3, b = 4.2

Рисунок 3-9 Параметри з'єднання [6, 9]

Формула Huth була отримана на основі припущення про одинарну пружину, для одно та двозрізного з'єднання [6, 9]. Є сенс детальніше розібратися в цьому, адже саме цей метод і будемо використовувати при розрахунку розподілення зусиль між кріпильними елементами.

Основна ідея, яку виражає дане припущення, є подання кріпильного лементу у вигляді пружини.



Рисунок 3-10 Припущення про одинарну пружину [6, 9]

Методи розрахунку гнучкості, представлені в даній роботі, базуються на припущенні одинарною пружини, що дозволяє нам отримати повну гнучкість кріпильного елементу. На Рисунок 3-11 зображено модель двозрізного з'єднання, і можна помітити, що кріпильний елемент для такого випадку моделюється двома пружинними елементами [6]. Це означає, що при використанні отриманих результатів, гнучкість кріпильного елементу необхідно масштабувати в 2 рази у відповідності до рівняння (3.19) [6, 9].

$$f_{model} = 2 \cdot f_{method} \Leftrightarrow k_{model} = \frac{k_{method}}{2}$$
(3.19)



Рисунок 3-11 Моделювання двозрізного з'єднання [6, 9]

Метод Grumman

Рівняння Grumman є емпіричною формулою, яку вперше представили Grumman Aerospace Corporation при розробці літака Saab 37 Viggen. Гнучкість кріпильного елементу виглядає наступним чином [6, 8]:

$$f = \frac{(t_1 + t_2)^2}{E_f d} + 3.72 \cdot \left(\frac{1}{E_1 t_1} + \frac{1}{E_2 t_2}\right)$$
(3.20)

де *Ef* – модуль пружності кріпильного елементу, d – діаметр цього ж елементу.

Умови, за яких проводилося тестування, які в кінцевому підсумку призвели до формули Grumman, не до кінця зрозумілі. Nordin [6, 12] запевняє, що вона була отримана для металевих конструкцій, для з'єднання пластин можна використовувати як болти, так і заклепки [6]. Однак виникає протиріччя, цей метод був використаний під час розробки композитних конструкцій для літаків Viggen [12, 13], які зазвичай не з'єднуються заклепками. Серед недоліків даного методу можна виділити відсутність можливості врахувати попередню затяжку кріплення, зазор отворів і те, чи кріпильний елемент має потайну головку [12].

Метод Tate [14, 15]

Визначення розподілу зусиль між болтами у з'єднанні значною мірою залежить від гнучкості кріплення, тобто поведінки кріпильних елементів як пружних балок. Tate and Rosenfeld [7] вивели теорію лінійної пружності для визначення навантажень, які несуть окремі болти в з'єднанні, і при цьому створили "константу болта" або "коефіцієнт кореляції" С, який враховує різні внески балкових механізмів до гнучкості з'єднання [14, 15]. Константа C може бути застосована як до однозрізного так і двозрізного з'єднання [14, 15]:

$$\frac{1}{K} = \frac{2\delta}{P} = C_{bs} + C_{bb} + C_{bbr} + C_{pbr}$$
(3.21)

де C_{bs} враховує ефект зсуву, C_{bb} враховує ефект згинання, C_{bbr} враховує ефект зминання болта, C_{pbr} враховує ефект зминання пластини; δ – переміщення болта, Р – сила, прикладена до двозрізного з'єднання:

$$C_{bs} = \frac{2t_s + t_p}{3G_b A_b}$$

$$C_{bb} = \frac{8t_s^3 + 16t_s^2 t_p + 8t_s t_p^2 + t_p^3}{192E_{bb}I_b}$$

$$C_{bbr} = \frac{2t_s + t_p}{t_s t_p E_{bbr}}$$

$$C_{pbr} = \frac{1}{t_s E_{sbr}} + \frac{2}{t_p E_{pbr}}$$
(3.22)

Тут індекси s, p відносяться до пластин, індекс b означає болт, E та G модулі пружності та зсуву відповідно, A_b площа болта, I_b момент інерції болта.



Рисунок 3-12 Модель двозрізного з'єднання [14, 15]

Емпірично виведена Tate та Rosenfeld формула для випадку двозрізного з'єднання має вигляд [6, 14, 15]

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{2t_s + t_p}{3G_b A_b} + \frac{8t_s^3 + 16t_s^2 t_p + 8t_s t_p^2 + t_p^3}{192E_{bb}I_b} + \frac{2t_s + t_p}{t_s t_p E_{bbr}} + \frac{1}{t_s (\sqrt{E_L * E_T})_s} + \frac{2}{t_p (\sqrt{E_L * E_T})_p}$$
(3.22)

В формулі вище E_L та E_T позначають модуль пружності у повздовжньому та поперечному напрямках відповідно.

Для випадку двозрізного з'єднання на Рисунок 3-13 можемо бачити доволі гарну кореляцію в порівнянні з експериментальними значеннями [15].



Рисунок 3-13 Співвідношення експериментальних даних із аналітичними [15]

Усі спроби інтерпретувати дані жорсткості для випробувань на одинарний зсув у термінах існуючих формул для металевих з'єднань зазнали невдачі [6, 14, 15]. Тому формулу подвійного зрізу (3.22) було модифіковано для врахування повертання болта, яке відбувається в однозрізних з'єднаннях. Перший член, що представляє деформацію зсуву болта, був прийнятий незмінним [6, 14, 15]. Другий доданок, що враховує вигин болта, було вилучено, а всі три доданки, що залишилися, помножили на коефіцієнт (1 +3β), де β являє собою частку згинального моменту болта, на який реагує нерівномірно розподілені напруження зминання, розподілені по товщині. Це пояснюється на Рисунок 3-14 [6, 14, 15].



Рисунок 3-14 Розподілення напружень в перерізі кріпильного елементу [15]

Решта фракції (1- β) реагує головкою і гайкою на болті [6, 14, 15]. Таким чином, β буде змінюватися від максимального значення 1,0 для простого зрізного штифта, до значення приблизно 0,5 для кріплень із потайною головкою, до невеликої частки для болтів з крутним моментом з виступаючими голівками, стаючи дуже малим для комбінації великих шайб з великим співвідношенням діаметра до товщини [14, 15]. Інтерпретація даних цих тестів із співвідношенням d/t приблизно 2 і відносно невеликими шайбами вказує, що β приблизно дорівнює 0,15. Потреба в поправочному коефіцієнті β виникає через те, що, коли кріпильні елементи повертаються при однозрізному навантаженні, напруження зминання стають більш концентрованими на контактних поверхнях між елементами, ніж для випадку двозрізного з'єднання. [14, 15]

Гнучкість кріплення для випадку однозрізного з'єднання має вираз

$$\frac{1}{K} = \frac{\delta}{P} = \frac{2(t_1 + t_2)}{3G_b A_b} + \frac{2(t_1 + t_2)}{t_1 t_2 E_{b_{br}}} + \frac{1}{t_1(\sqrt{E_L E_T})_1} + \frac{1}{t_2(\sqrt{E_L E_T})_2} \cdot (1 + 3\delta)$$
(3.23)

У випадку, якби поправочний коефіцієнт β не був врахований, то ми отримали б завищені на 50% значення.

На Рисунок 3-15 можемо бачити доволі непогану збіжність між аналітичними та експериментальними методами.


Рисунок 3-15 Співвідношення експериментальних даних із аналітичними [15]

3.4 Формули визначення розподілу навантаження на болти багаторядного болтового з'єднання

Теорія заснована на припущенні про лінійно пружну поведінку всіх елементів конструкції. Листи будуть ідеалізуватися у вигляді смуги між двома сусідніми кріпленнями. Кожна смуга має постійну ширину і товщину (див. Рисунок 3-16) [16].



Рисунок 3-16 Модель однозрізного з'єднання [16]

На Рисунок 3-16 загальна товщина пластини 1 та 2 є постійною між сусідніми кріпленнями, але для реальних конструкцій можливий випадок, коли товщина буде змінюватися, для такого випадку необхідно брати ефективну товщину.

Розподілення зусиль між кріпильними елементами базується на наступних припущеннях [16]:

- Повинна виконуватися умова рівноваги між навантаженням в пластинах та навантаженням в кріпленнях.
- Повинна виконуватися умова сумісності переміщень в пластині та кріпильному елементі.

Розподілення діючих зусиль та характерна пружинна модель представлені на Рисунок 3-17.



Рисунок 3-17 Схематичне зображення передачі зусиль та пружинна модель [16] Базуючись на прийнятих раніше припущеннях та моделі зусиль, зображеній вище, можемо скласти рівняння рівноваги:

$$\begin{cases} F_{11} + F_{f1} - F_{10} = 0\\ \cdots + \cdots - \cdots = 0\\ F_{1(n-1)} + F_{f(n-1)} - F_{1(n-2)} = 0\\ F_{1n} + F_{fn} - F_{1(n-1)} = 0 \end{cases} \Rightarrow F_{1i} + F_{fi} - F_{1(i-1)} = 0$$

$$\begin{cases} F_{21} - F_{f1} - F_{20} = 0\\ \cdots - \cdots - \cdots = 0\\ F_{2(n-1)} - F_{f(n-1)} - F_{2(n-2)} = 0\\ F_{2n} - F_{fn} - F_{2(n-1)} = 0 \end{cases} \Rightarrow F_{2i} - F_{fi} - F_{2(i-1)} = 0$$

$$(3.24)$$

Нескладно бачити, що присутня залежність між зусиллями, тому можемо виразити зусилля в пластині 2 та кріпленнях як функцію зусиль в пластині 1 (F≡F₁₀) [16].

$$F_{1i} + F_{fi} - F_{1(i-1)} = 0$$

$$\Rightarrow F_{fi} = F_{1(i-1)} - F_{1i}$$
(3.25)

Підставивши дану функцію у систему рівнянь, отримаємо

$$\begin{cases} F_{21} &= F_{10} - F_{11} \\ \cdots &= \cdots - \cdots \\ F_{2(n-1)} &= F_{10} - F_{1(n-1)} \\ F_{2n} &= F_{10} - F_{1n} \end{cases} \Rightarrow F_{2i} = F - F_{1i}$$
(3.26)

39

Базуючись на пружинній моделі, зобразимо модель переміщень, виникаючих при однозрізному з'єднанні:



Рисунок 3-18 Переміщення при однозрізному з'єднанні [16]

Для схеми, зображеної на Рисунок 3-18, рівняння рівноваги переміщень

$$p_i + u_{1i} + u_{f(i+1)} - p_i - u_{2i} - u_{fi} = 0 aga{3.27}$$

Спростивши отриманий вираз, можемо записати загальну сумісність переміщень:

$$u_{1i} + u_{f(i+1)} - u_{2i} = u_{fi} \tag{3.28}$$

Переміщення пластин шукаємо як прямо пропорційну до переміщень величину:

$$u_{1i} = C_{1i} \cdot F_{1i} + \Delta u_{1i}^T \tag{3.29}$$

$$u_{2i} = C_{2i} \cdot F_{2i} + \Delta u_{2i}^T \tag{3.30}$$

$$C_{1i} = \frac{p_i}{E_1 \cdot w_{1i} \cdot t_{1i}}$$
(3.31)

$$C_{2i} = \frac{p_i}{E_2 \cdot w_{2i} \cdot m \cdot t_{2i}} \tag{3.32}$$

$$\Delta u_{1i}^T = p_i \cdot \alpha_1 \cdot \Delta \mathbf{T} \tag{3.33}$$

$$\Delta u_{2i}^T = p_i \cdot \alpha_2 \cdot \Delta \mathbf{T} \tag{3.34}$$

Оскільки задачу термодинаміки ми не розглядаємо, то значення переміщень з верхнім індексом Т не враховуємо.

Переміщення кріпильного елементу визначаємо за наступною формулою.

$$u_{fi} = C_{fi} \cdot F_{fi} \tag{3.35}$$

Коефіцієнт жорсткості C_{fi} буде визначено за методикою Huth [9] як і обговорювалося раніше:

$$C_{fi} = \frac{\kappa}{m} \cdot \left[\frac{t_{1i} + t_{2i}}{2 \cdot d_i} \right]^{\lambda} \cdot \left[\frac{1}{E_1 \cdot t_{1i}} + \frac{1}{E_2 \cdot m \cdot t_{2i}} + \frac{1}{2 \cdot E_{fi} \cdot t_{1i}} + \frac{1}{2 \cdot E_{fi}} \right]$$
(3.36)

На зображенні – коефіцієнти, які характеризують тип з'єднання.

Sheet material	fastener type (material)	κ	λ
Aluminum	solid rivet (aluminum); blind rivet	2.2	0.4
Titan / Aluminum ¹	Hi-Lok / Hi-Lite / Lock bolt	3.0	2/3
CFRP	Hi-Lok / Hi-Lite / Lock bolt	4.2	2/3
Titan combined with CFRP ²	Hi-Lok / Hi-Lite / Lock bolt	3.6	2/3

single shear	m = 1
double shear	m = 2

Рисунок 3-19 Параметри з'єднання [6, 9]

Врівноважена модель розподілу зусиль для однозрізного з'єднання зображено на Рисунок 3-20.



Рисунок 3-20 Модель розподілу зусиль [16]

Беручи за основу рівняння (3.28) з урахуванням прийнятих значень (F₂₀≡F_{1n}≡0, F_{1n}≡F), визначаємо переміщення у вигляді системи рівнянь:

Підставимо у систему рівнянь формули (3.29) та (3.30) та запишемо ці вирази у матричному вигляді:

$$\begin{pmatrix} C_{11} \cdot F_{11} + \Delta u_{11}^T + C_{f2} \cdot F_{f2} - C_{21} \cdot F_{21} - \Delta u_{21}^T \\ C_{12} \cdot F_{12} + \Delta u_{12}^T + C_{f3} \cdot F_{f3} - C_{22} \cdot F_{22} - \Delta u_{22}^T \\ \vdots \\ C_{1(n-2)} \cdot F_{1(n-2)} + \Delta u_{1(n-2)}^T + C_{f(n-1)} \cdot F_{f(n-1)} - C_{2(n-2)} \cdot F_{2(n-2)} - \Delta u_{2(n-2)}^T \\ C_{1(n-1)} \cdot F_{1(n-1)} + \Delta u_{1(n-1)}^T + C_{fn} \cdot F_{fn} - C_{2(n-1)} \cdot F_{2(n-1)} - \Delta u_{2(n-1)}^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{f1} \cdot F_{f1} \\ C_{f2} \cdot F_{f2} \\ \vdots \\ C_{f(n-2)} \cdot F_{f(n-2)} \\ C_{f(n-1)} \cdot F_{f(n-1)} \end{pmatrix}$$
(3.38)

Підставивши рівняння (3.25) та виконавши певні математичні перетворення, отримаємо систему алгебраїчних рівнянь (САР)



Як фінальний результат маємо САР для визначення зусиль в пластині №1. Невідомі сили в пластині №2 та кріпильних елементах можемо визначити за допомогою співвідношень (3.25), приймаючи F_{1n}=0 [16]:



3.5 Формули для проведення розрахунків елементів болтового з'єднання композиційних пластин на статичну міцність (проектувальний та перевірочний розрахунки)

Формули для проведення проектувальних розрахунків елементів болтового з'єднання композиційних пластин на статичну міцність мають вирази, які наведено у розділі 2.

Отримані проектувальні розміри елементів БЗ приводяться до стандартних значень, або у відповідності до галузевих рекомендацій.

Допустимі значення ор, озр, ос призначаються замовником проекту, або визначаються за результатами проведених натурних випробувань, або беруться з довідників.

3.6 Постановка крайової лінійно-пружної задачі

Врахуємо, що в програмах, які за метод розв'язування крайових задач використовують метод скінченних елементів (МСЕ), застосовуються декартова система координат, а сам МСЕ формулюють в переміщеннях Лагранжевого підходу [18, 22].

Усі рівняння крайової задачі лінійної пружності зазвичай записують як комбінацію рівнянь статики, геометрії, фізики, до яких додаються початкові та граничні умови.

За початковий стан будемо вважати ненапружений та недеформований стан.

Рівняння рівноваги елементарного об'єму тіла дається формулою [18, 22]:

$$\nabla_n \sigma_{mn} + O_m = 0, \qquad (3.41)$$

де σ_{mn} – компоненти тензора напружень; O_m – компоненти об'ємної сили; $\nabla_n = \partial / \partial x_n$ – оператор обчислення градієнта за вказаним напрямком; значення індексів m, n = 1, 2, 3.

Геометричні рівняння для компонент тензора малих деформацій ε_{ij} (рівняння Коші) [18, 22]:

$$\varepsilon_{ij} = \left(\nabla_i U_j + \nabla_j U_i\right) / 2, \qquad (3.42)$$

де U_i – компоненти вектору переміщень, i, j = 1, 2, 3.

Вважається, що деформації є сумісними.

Для лінійно-пружних матеріалів за фізичні рівняння застосовують лінійний закон Гука [18, 22]:

$$\sigma_{mn} = E_{mnij} \varepsilon_{ij}, \qquad (3.43)$$

де E_{mnij} – матеріальний тензор модулів пружності.

У болтовому з'єднанні, що розглядається у цьому дослідженні, присутні такі матеріали: ізотропний та ортотропні (тривимірна та двовимірна моделі).

Для ортотропного матеріалу (у матричному запису) [18, 22]:

$$\begin{cases} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{cases} = \begin{bmatrix} 1/E_{11} & -V_{21}/E_{22} & -V_{31}/E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ -V_{12}/E_{11} & 1/E_{22} & -V_{32}/E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ -V_{13}/E_{11} & -V_{23}/E_{22} & 1/E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \end{bmatrix}$$
(3.44)

(тривимірний варіант) та

$$\begin{cases} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{cases} = \begin{bmatrix} E_{11} / (1 - v_{12}v_{21}) & v_{12}E_{22} / (1 - v_{12}v_{21}) & 0 \\ v_{12}E_{22} / (1 - v_{12}v_{21}) & E_{22} / (1 - v_{12}v_{21}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 / G_{12} \end{bmatrix} \begin{cases} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12}^{e} \end{cases}$$
(3.45)

(двовимірний варіант), причому $2\gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}$ при $i \neq j$, а всі значення задаються у головних осях анізотропії. Присутні додаткові зв'язки:

$$v_{12} / E_{11} = v_{21} / E_{22}; \quad v_{13} / E_{11} = v_{31} / E_{33}; \quad v_{23} / E_{22} = v_{32} / E_{33},$$
 (3.46)

тобто. матриця (3.44) містить дев'ять незалежних констант: $E_{11}, E_{22}, E_{33}, G_{12}, G_{23}, G_{31}, v_{12}, v_{23}, v_{31}$. У двомірному випадку $v_{12}/E_{11} = v_{21}/E_{22}$; $G_{12} = E_{11}E_{22}/(E_{11} + E_{22} + 2E_{11}v_{12})$, тобто є лише три незалежні константи: E_{11}, E_{22}, v_{12} .

Ізотропний матеріал має тільки дві незалежних пружних характеристик: модуль Юнга E та коефіцієнт Пуассона v. Модуль зсуву обчислюється за формулою G = E/[2(1+v)].

До наведених рівнянь додаються рівняння граничних умов (ГУ) першого та другого роду [18, 22]:

$$U_i|_{S_{ii}} = q_i; (3.47)$$

$$\sigma_{mn} v_n \big|_{S_p} = P_m, \qquad (3.48)$$

де q_i – відомі переміщення на частині поверхні тіла S_U ; P_m – відомі поверхневі сили на частині поверхні тіла S_p ; v_n – напрямні косинуси зовнішньої нормалі до поверхні.

Для отримання розв'язків крайової задачі часто застосовують принцип можливих переміщень [18, 22]:

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{\Omega} O_m \delta U_m d\Omega - \int_{S_p} P_m \delta U_m dS = 0, \qquad (3.49)$$

де символ δ позначає операцію варіювання вказаного далі об'єкта. Цей функціонал не містить фізичних рівнянь зв'язку напружень з деформаціями та ГУ 1-го роду, які додаються окремо.

3.7 Особливості постановки крайової контактної лінійно-пружної задачі

При контактній взаємодії твердих тіл виникають поверхні контакту відомої (стабільної) або невідомої (нестабільної) конфігурації. На цих поверхнях немає взаємопроникнення тіл, а передані (в результаті контакту) зусилля не можуть бути такими, що розтягують. Сили контакту на двох спряжених контактних поверхнях мають бути рівними за величинами та протилежними за напрямками. Моделюють силовий контакт без тертя та з тертям [18, 22].

Отже, постановка крайової контактної задачі про статичний напруженодеформований стан тіл відрізняється від постановки відповідної неконтактної задачі (див. попередній підрозділ) наявністю додаткових граничних умов і обмежень на поверхнях контакту *S_C*. Опишемо їх згідно з [18, 22].

Умови сполучення на S_C тіл з номерами 1 та 2:

• силові

$$(\sigma_{mn(1)} - \sigma_{mn(2)})\nu_{m(j)} = 0, \quad j = 1, 2;$$
(3.50)

• кінематичні при зчепленні

$$[(x_m + U_m)_{(1)} - (x_m + U_m)_{(2)}]v_m = 0; (3.51)$$

$$[(x_m + U_m)_{(1)} - (x_m + U_m)_{(2)}]\tau_m = 0, (3.52)$$

де v_m, τ_m – компоненти векторів, відповідно, зовнішньої нормалі до точки поверхні контакту і дотичної до поверхні, у тій же точці. При прослизанні (із тертям або без тертя) умова (3.52) не використовується;

• від'ємних значень нормальних складових контактних зусиль

$$(\sigma_{mn} v_m v_n)_{(j)} < 0; \ j = 1, 2;$$
 (3.53)

45

• взаємного не проникнення тіл

$$[(x_m + U_m)_{(1)} - (x_m + U_m)_{(2)}]v_m \le 0.$$
(3.54)

Дві останні умови є основою для визначення конфігурації поточної поверхні контакту.

Відповідно до умов сполучення, разом із ГУ (3.47) та (3.48) виникають додаткові ГУ на поверхні контакту S_c . Якщо тертя не враховується, то вони такі:

$$\sigma_{v} = \sigma_{mn} v_{m} v_{n} |_{S_{K}} = P_{v}; \quad \text{abo} \quad U_{v} = U_{m} v_{m} |_{S_{K}} = q_{v}.$$
(3.55)

Отже, контактна крайова задача є нелінійною, оскільки містить в умовах сполучення нерівності.

Щодо принципу можливих переміщень, то вираз функціоналу (3.49) залишається незмінним, додаються лише ГУ (3.55).

3.8 Скінченно-елементний алгоритм розв'язування контактної крайової задачі лінійної пружності

Зазвичай рівняння МСЕ формулюють у матричному позначенні.

У Nastran запрограмоване варіант МСЕ у переміщеннях. Три компоненти вектору переміщень записують у вигляді вектору-стовпця [18, 22]

$$\{U\} = \{U_1; U_2; U_3\}^T.$$
(3.56)

Згідно з ідеологією МСЕ ці компоненти обчислюються, спираючись на вузлові значення компонент вектору вузлових переміщень $\{q\}_e$ та вузлові базисні функції, зібрані у матрицю $[\phi]$:

$$\{U\} = [\phi]\{q\}_e, \tag{3.57}$$

де вектор (тривимірний випадок)

$$\{q\}_{e} = \{(q_{1})_{1}, (q_{2})_{1}, (q_{3})_{1}, ..., (q_{1})_{M_{e}}, (q_{2})_{M_{e}}, (q_{3})_{M_{e}}\}^{T} = \{q_{1}, q_{2}, ..., q_{3M_{e}}\}^{T},$$
(3.58)

в якому q_k , $k = 1, 2, ..., 3M_e$ – ті самі вузлові переміщення, але з *наскрізною* у СЕ нумерацією. Матриця базисних функцій $[\phi]$ є блочною, кількість блоків M_e відповідає кількості вузлів у СЕ :

$$[\phi] = \left[[\varphi]_1, [\varphi]_2, \dots, [\varphi]_{M_e} \right], \tag{3.59}$$

46

причому блок для *m*-го вузла (тривимірний СЕ)

_

$$[\varphi]_{m} = \begin{bmatrix} \varphi_{m}^{e} & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_{m}^{e} & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_{m}^{e} \end{bmatrix}.$$
 (3.60)

Вектор вузлових переміщень $\{q\}_e$ формується вибиранням значень вузлових переміщень з глобального вектору вузлових переміщень $\{q\}$.

Ще вводяться вектори напружень на деформацій. Для тривимірного СЕ:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{11}, \ \varepsilon_{22}, \ \varepsilon_{33}, \ \gamma_{12}, \ \gamma_{23}, \ \gamma_{31}\}^{T};$$
(3.61)

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{31}\}^{T}.$$
(3.62)

де $\gamma_{mn} = 2\varepsilon_{mn}$ при $m \neq n$.

Рівняння (3.47) у матричному вигляді записуються [18, 22] через матрицю диференціювання [*B*] як

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e. \tag{3.63}$$

Позначимо:

$$p_{im} = \partial \varphi_m^e / \partial x_i. \tag{3.64}$$

Матриця диференціювання – блочна:

$$[B] = [[B]_1, [B]_2, \dots, [B]_{M_e}], \qquad (3.65)$$

причому блок для *m*-го вузла (тривимірний СЕ)

$$[B]_{m} = \begin{bmatrix} p_{1m} & 0 & 0 \\ 0 & p_{2m} & 0 \\ 0 & 0 & p_{3m} \\ p_{2m} & p_{1m} & 0 \\ 0 & p_{3m} & p_{2m} \\ p_{3m} & 0 & p_{1m} \end{bmatrix}.$$
 (3.66)

Лінійний закон Гука (3.43) отримує вигляд [18, 22]

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\},\tag{3.67}$$

де матриця модулів пружності [D] для ізотропного матеріалу має таке заповнення

$$[D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix},$$
(3.68)

причому $2G = E/(1+\mu)$; $a = (1-\mu)/(1-2\mu)$; $b = \mu/(1-2\mu)$; c = 0.5; E – модуль Юнга; μ – коефіцієнт Пуассона.

Оскільки СЕ у МСЕ взаємно не перетинаються, то функціонал (3.49) можна записати як алгебраїчну суму результатів інтегрування в окремих СЕ [18, 22]:

$$F = \sum_{e} \int_{\Omega^{e}} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \sum_{e} \int_{\Omega^{e}} O_{m} \delta U_{m} d\Omega - \sum_{e} \int_{S_{P}^{e}} P_{m} \delta U_{m} dS = 0.$$
(3.69)

У матричній формі запису:

$$F = \sum_{e} \int_{\Omega^e} \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} d\Omega - \sum_{e} \int_{\Omega^e} \{\delta U\}^T \{O\} d\Omega - \sum_{e} \int_{S_P^e} \{\delta U\}^T \{P\} dS = 0.$$
(3.70)

Для цього функціоналу, з використанням (3.51) та (3.57)

$$\delta\{\varepsilon\} = \{\delta\varepsilon\} = [B]\{\delta q\}_e; \quad \{\delta\varepsilon\}^T = \{\delta q\}_e^T [B]^T.$$
(3.71)

$$\delta\{U\} = \{\delta U\} = [\phi]\{\delta q\}_e; \quad \{\delta U\}^T = \{\delta q\}_e^T[\phi]^T.$$
(3.72)

Функціонал, з огляду на (3.61), (3.65) та (3.66), отримує вигляд

$$F = \sum_{e} \int_{\Omega^{e}} \{\delta q\}_{e}^{T} [D] [B] \{q\}_{e} d\Omega - \sum_{e} \int_{\Omega^{e}} \{\delta q\}_{e}^{T} [\phi]^{T} \{O\} d\Omega - \sum_{e} \int_{S_{P}^{e}} \{\delta q\}_{e}^{T} [\phi]^{T} \{P\} dS = 0.$$
(3.73)

Вектори вузлових переміщень $\{q\}_e$ та їхніх варіацій $\{\delta q\}_e$ не залежать від параметрів інтегрування, тому можуть бути винесеними за межі інтегралів:

$$F = \sum_{e} \{\delta q\}_{e}^{T} \left(\int_{\Omega^{e}} [B]^{T} [D] [B] d\Omega \right) \{q\}_{e} - \sum_{e} \{\delta q\}_{e}^{T} \int_{\Omega^{e}} [\phi]^{T} \{O\} d\Omega - \sum_{e} \{\delta q\}_{e}^{T} \int_{S_{p}^{e}} [\phi]^{T} \{P\} dS = 0.$$
(3.74)

Введемо матрицю жорсткості та вектор навантаження для СЕ [18, 22]:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega; \qquad (3.75)$$

$$\{P\}_{e} = \int_{\Omega^{e}} [\varphi]^{T} \{O\} d\Omega + \int_{S_{p}^{e}} [\varphi]^{T} \{P\} dS.$$
(3.76)

Функціонал перетворюється на

$$F = \sum_{e} \{\delta q\}_{e}^{T} \left([K]_{e} \{q\}_{e} - \{P\}_{e} \right) = 0$$
(3.77)

Довільний характер значень варіацій дозволяє записати систему алгебраїчних рівнянь (САР):

$$[K]{q} = {P} \tag{3.78}$$

відносно глобального вектору {*q*} вузлових переміщень, причому у (3.73) збірки за степенями свободи:

$$[K] = \sum_{e} [K]_{e} ; \{P\} = \sum_{e} \{P\}_{e} .$$
(3.79)

У цю САР ще потрібно ввести ГУ 1-го роду (3.15).

У випадку контактної задачі поверхня з навантаженням S_p може (в залежності від контактного алгоритму) містити додаткову складову – поверхню контакту S_c , а також поверхня S_U з ГУ 1-го роду – теж (в залежності від контактного алгоритму) містити додаткову складову – поверхню контакту S_c [18, 22].

Отже, після отримання розв'язку САР (3.72) в кожному СЕ спочатку з вектору $\{q\}$ робиться вибірка $\{q\}_e$, потім призначається актуальна точка СЕ, в якій за виразами (3.53), (3.54) та (3.58) – (3.60) та й за виразами (3.50), (3.57) та (3.61) послідовно визначаються компоненти векторів переміщень, деформацій та напружень.

3.9 Висновки з розділу 3

У розділі 3 викладені теоретичні основи моделювання болтових з'єднань композиційних пластин, а саме:

- формули визначення модулів пружності композиційного матеріалу;

- формули визначення розподілу сили, що навантажує болтове з'єднання, між окремими болтами (отворами) цього з'єднання;

- формули для проведення розрахунків елементів болтового з'єднання композиційних пластин на статичну міцність (проектувальний та перевірочний розрахунки);

- формули для проведення розрахунків пружного стану болтового з'єднання композиційних пластин в контактній постановці за методом скінченних елементів.

4 Аналітичні розрахунки

4.1 Аналітичні розрахунки пружних характеристик композиційного багатошарового матеріалу

Вхідні дані для проведення розрахунків приведені в Таблиця 4-1.

Таблиця 4-1

Manaman	Модулі пр	оужності та зо	Коефіцієнти Пуассона		
моношар	E1	E2	G12	μ12	μ21
вуглестрічка	143000	8400	5600	0,36	0,021
вуглетканина	65000	63000	6500	0,07	0,068

Провівши всі необхідні розрахунки за формулами розділу 3, отримали значення модуля пружності, зсуву та коефіцієнта Пуассона в залежності від кута нахилу моношару для вуглестрічки та вуглетканини.

Для того, щоб краще зрозуміти вплив кута нахилу на пружні властивості, відобразимо вирахувані дані у вигляді графіків, на яких можна чітко побачити зміну властивостей.



Рисунок 4-1 Модулі пружності та зсуву вуглестрічки відносно кута ф



Рисунок 4-2 Коефіцієнти Пуассона вуглестрічки відносно кута ф



Рисунок 4-3 Модулі пружності та зсуву вуглетканини відносно кута ф



Рисунок 4-4 Коефіцієнти Пуассона вуглетканини відносно кута ф Значного поширення набула технологія виготовлення композитних матеріалів намоткою з чергуванням кутів +-ф, отже йдучи в ногу з тенденціями визначимо властивості саме для такого типу композиту.

Отримані значення відобразимо в Таблиця 4-2 та Таблиця 4-3.

Таблиця 4-2

Вуглестрічка						
φ Ex Ey Gxy μxy						
0°	143000,0	8400,0	5600,0	0,36		

+-15°	115347,1	8879,1	13354,2	1,10
+-30°	50704,2	11146,9	28862,6	1,38
+-45°	19628,7	19628,7	36616,8	0,75
+-60°	11146,9	50704,2	28862,6	0,30
+-75°	8879,1	115347,1	13354,2	0,08
90°	8400,0	143000,0	5600,0	0,02

Таблиця 4-3

Вуглетканина							
φ	Ex	Ey	Gxy	μχγ			
0°	65000,0	63000,0	6500,0	0,07			
+-15°	57477,1	55790,8	12359,3	0,18			
+-30°	36750,9	35969,1	24077,9	0,48			
+-45°	21864,8	21864,8	29937,2	0,68			
+-60°	35969,1	36750,9	24077,9	0,47			
+-75°	55790,8	57477,1	12359,3	0,17			
90°	63000,0	65000,0	6500,0	0,07			

Зобразимо отримані дані у вигляді графіків в полярних координатах.



Рисунок 4-5 Модуль пружності та зсуву для пари моношарів вуглестрічки+-ф в полярних координатах



Рисунок 4-6 Коефіцієнт Пуассона для пари моношарів вуглестрічки +-ф в полярних координатах.



Рисунок 4-7 Модуль пружності та зсуву для пари моношарів вуглетканини +-φ в полярних координатах.



Далі будемо працювати із композитом з вуглестрічки.

Як зазначалося вище, розглядаємо композит виготовлений намоткою моношарів з кутами армування +- φ, настав час обрати кут армування для нашої конструкції, хоча пізніше в роботі буде розглянуто вплив цього фактору на розподіл навантажень, але для чіткості оберемо значення +-45°, оскільки переглянувши результат в Таблиця 4-2 можна помітити, що саме ці кути армування мають середні значення, а також така конструкція набула широкої популярності через свою особливість добре працювати в умовах зсуву. В такому випадку одні волокна будуть працювати на розтяг, а інші на стиск, така схема показує кращі характеристики кріпильного елементу в умовах зминання.

4.2 Аналітичні розрахунки розподілу навантаження на болти багаторядного болтового з'єднання

Для визначення розподілу навантажень на болти у багаторядному з'єднанні потрібно знати певні параметри які були визначені раніше. У Розділі 3.3 ми розглянули існуючі методи визначення гнучкості кріпильних елементів та пластин, обрали один метод (Huth) з яким далі і будемо працювати. У Розділі 3.1

ми навели формули для визначення пружних властивостей пакету моношарів, із якого виготовлені пластини.

Перед початком розрахунку приймаємо наступне:

- Композитний матеріал виготовлений шляхом намотки вуглестрічки із кутами викладки +-45°.
- Розглядаємо однозрізне з'єднання, в якому обидві пластини виготовлені із однакового матеріалу.
- Для того, щоб запобігти явищу корозії в зонах контакту елементів із різних матеріалів, використовуємо титановий болт.

4.2.1 Вхідні дані початкового з'єднання

Товщину пластин "t" приймаємо рівною 2 мм, відстань між кріпленнями "p", або так званий крок, дорівнює чотирьом діаметрам отвору 4d, ширина пластин "w" приймається рівна п'яти діаметрам 5d. Розглядаємо випадок однозрізного з'єднання з 4-ма кріпильними елементами у вигляді болтів діаметром "d" 3.97 мм, які мають модуль пружності 112000 МПа. Прикладена сила Р приймається рівною 1000Н. Пружні властивості визначаємо відповідно до вказівок у Розділі 3.1, для розрахунків модуль пружності "E" приймаємо рівним значенню із Таблиця 4-2 для вуглестрічки із кутами +-45° 19629 МПа.

Ŋ	№ болта	1	2	3	4
Болт	d, діаметр (мм)	3.97	3.97	3.97	3.97
Dom	р, крок(мм)	15.88	15.88	15.88	15.88
Пластина	w, ширина (мм)	19.85	19.85	19.85	19.85
Nº1	t, товщина (мм)	2	2	2	2
Пластина	w, ширина (мм)	19.85	19.85	19.85	19.85
N <u></u> 2	t, товщина (мм)	2	2	2	2

Таблиця 4-4 Характеристики початкового з'єднання

Скориставшись формулами із Розділу 3.4, отримали наступні значення розподілення зусиль між болтами.

Таблиця 4-5 Розподілення зусиль між болтами для початкового з'єднання

№ болта	1	2	3	4
Р, Н	280.4	219.6	219.6	280.4

Відповідний графік зобразимо на Рисунок 4-9.



Рисунок 4-9 Графік розподілення зусиль між болтами для початкового з'єднання

4.2.2 Дослідження залежності розподілення зусиль від кута викладки вуглестрічки

Для того, щоб оцінити вплив кута викладки вуглестрічки на розподілення зусиль в болтах, використаємо значення модуля пружності вуглестрічки викладеної під різними кутами із Таблиця 4-2, та підставимо їх у формули із Розділу 3.4. Отримані результати відобразимо у Таблиця 4-6.

Таблиця 4-6 Розподілення зусиль	між болтами	для з'єднання	пластин із	різними
кутами викладки вуглестрічки.				

Кут викладки	№ болта	1	2	3	4
0	Р, Н	271	228.9	228.9	271
+-15°	Р, Н	272.6	227.4	227.4	272.6
+-30°	Р, Н	277.3	222.7	222.7	277.3
+-45°	Р, Н	280.4	219.6	219.6	280.4
+-60°	Р, Н	281.3	218.7	218.7	281.3
+-75°	Р, Н	281.6	218.4	218.4	281.6
90	P, H	281.65	218.3	218.3	281.65

Як ми можемо помітити, кут викладки не впливає значною мірою на поведінку розподілу зусиль між болтами, тому далі буде працювати з парою +-45°. Результат у вигляді графіків зобразимо на Рисунок 4-10.



Рисунок 4-10 Графік розподілення зусиль між болтами для композиту із різними кутами армування

4.2.3 Вплив ширини пластин на розподілення навантажень

Темпліт у середовищі Excel розроблений таким чином, щоб враховувати можливість варіювати ширину досліджуваних пластин, тому можемо розглянути випадок однакового збільшення ширини по всій довжині пластини, а також можливу східчасту зміну ширини з'єднувальних пластин. Для такого типу зміни ширини пластин, нас цікавить випадок варіювання параметрів у двох пластинах одночасно, адже випадок зміни ширини лише однієї пластини, явно погіршить ситуацію в бік несиметричного розподілення навантажень між болтами.

Проводячи дослід №1, будемо змінювати ширину обох пластин із кроком 2,5.

Таблиця 4-7 Результати розподілення навантажень для досліду №1

Ширина пластини	№ болта	1	2	3	4
-----------------	---------	---	---	---	---

w=7.5d=29.775 мм	Р, Н	271.1	228.9	228.9	271.1
w=10d=39.7 мм	Р, Н	266.2	233.8	233.8	266.2
w=12.5d=49.625 мм	Р, Н	263.1	236.9	236.9	263.1

Для порівняння результати зобразимо у вигляді графіку на Рисунок 4-11.



Рисунок 4-11 Розподіл зусиль між болтами в залежності від ширини пластини

Для досліду №2 приймемо симетрично протилежну зміну ширини для пластини №1 та №2. Приймемо ширину на перших рядах пластин максимальною, через те, що вони сприймають на себе більше зусилля, іншими словами зміцнимо конструкцію в місцях з максимальним зусиллям.

Ŋ	№ болта	1	2	3	4
Болт	d, діаметр (мм)	3.97	3.97	3.97	3.97
2000	р, крок(мм)	15.88	15.88	15.88	15.88
Пластина	w, ширина (мм)	50	40	30	20
№ 1	t, товщина (мм)	2	2	2	2
Пластина	w, ширина (мм)	20	30	40	50
N <u></u> 2	t, товщина (мм)	2	2	2	2

Таблиця 4-8 Характеристики з'єднання для досліду №2

Таблиця 4-9 Розподілення зусиль між болтами для досліду №2

№ болта	1	2	3	4
Р, Н	245.2	237.4	246	271.3

Графік розподілення зусиль для змінної ширини пластини зображено на Рисунок 4-12.





4.2.4 Дослідження впливу товщини на розподілення навантажень

Проведемо оцінку впливу товщини з'єднуваних деталей за такою самою схемою як для оцінки впливу ширини. Проведемо 2 досліди, для третього будемо збільшувати в декілька разів товщину обох пластини. Для четвертого досліду будемо змінювати товщину пластин у східчастому симетрично протилежному режимі.

Товщина пластини	№ болта	1	2	3	4
t = 4 мм	Р, Н	270	229.9	229.9	270
t = 6 мм	Р, Н	265.6	234.4	234.4	265.6
t = 8 мм	Р, Н	263	237	237	263

Таблиця 4-10 Результати розподілення навантажень для досліду №3

Для порівняння результати зобразимо у вигляді графіку на Рисунок 4-13.



Рисунок 4-13 Розподіл зусиль між болтами в залежності від товщини пластини Для проведення досліду №4 приймемо товщину пластин на крайніх рядах болтів максимальною, зменшуючи її значення для кожного наступного болта.

N	№ болта	1	2	3	4
Болт	d, діаметр (мм)	3.97	3.97	3.97	3.97
Dom	р, крок(мм)	15.88	15.88	15.88	15.88
Пластина	w, ширина (мм)	19.85	19.85	19.85	19.85
Nº1	t, товщина (мм)	5	4	3	2
Пластина	w, ширина (мм)	19.85	19.85	19.85	19.85
N <u></u> 2	t, товщина (мм)	2	3	4	5

Таблиця 4-11 Характеристики з'єднання для досліду №4

Таблиця 4-12 Розподілення зусиль між болтами для досліду №4

№ болта	1	2	3	4
Р, Н	262.4	237.6	237.6	262.4

Розподілення зусиль для такого випадку зобразимо на Рисунок 4-14.



Рисунок 4-14 Вплив східчастої зміни товщини пластин на розподіл зусиль між болтами

4.2.5 Визначення впливу діаметру болтів на розподілення навантажень

Для того, щоб дослідити вплив розміру болтів на поведінку розподілення навантажень, проведемо три досліди, у яких спершу збільшимо діаметр всіх болтів вдвічі, для наступного досліду збільшимо діаметр зовнішніх болтів вдвічі, а внутрішні залишимо як були, для останнього досліду збільшимо діаметр внутрішніх болтів, а зовнішні залишимо початкового розміру. Дослід №5:

Ŋ	№ болта	1	2	3	4
Болт	d, діаметр (мм)	7.94	7.94	7.94	7.94
Dom	р, крок(мм)	15.88	15.88	15.88	15.88
Пластина	w, ширина (мм)	19.85	19.85	19.85	19.85
Nº1	t, товщина (мм)	2	2	2	2
Пластина	w, ширина (мм)	19.85	19.85	19.85	19.85
N <u></u> 2	t, товщина (мм)	2	2	2	2

Таблиця 4-13 Характеристики з'єднання для досліду №5

Таблиця 4-14 Розподілення зусиль між болтами для досліду №5

№ болта	1	2	3	4
---------	---	---	---	---

Р, Н	295	205	205	295

Дослід №6:

Таблиця 4-15 Характеристики з'єднання для досліду №6

Ŋ	№ болта	1	2	3	4
Болт	d, діаметр (мм)	7.94	3.97	3.97	7.94
Dom	р, крок(мм)	15.88	15.88	15.88	15.88
Пластина	w, ширина (мм)	19.85	19.85	19.85	19.85
Nº1	t, товщина (мм)	2	2	2	2
Пластина	w, ширина (мм)	19.85	19.85	19.85	19.85
N <u>∘</u> 2	t, товщина (мм)	2	2	2	2

Таблиця 4-16 Розподілення зусиль між болтами для досліду №6

№ болта	1	2	3	4
Р, Н	334.8	165.2	165.2	334.8

Дослід №7:

Таблиця 4-17 Характеристики з'єднання для досліду №7

N	№ болта	1	2	3	4
Болт	d, діаметр (мм)	3.97	7.94	7.94	3.97
Dom	р, крок(мм)	15.88	15.88	15.88	15.88
Пластина	w, ширина (мм)	19.85	19.85	19.85	19.85
Nº1	t, товщина (мм)	2	2	2	2
Пластина	w, ширина (мм)	19.85	19.85	19.85	19.85
Nº2	t, товщина (мм)	2	2	2	2

Таблиця 4-18 Розподілення зусиль між болтами для досліду №7

|--|

P, H	237.7	262.2	262.2	237.7

400 350 300 250 ослід №1 200 ослід №2 150 Дослід №3 100 50 0 0 1 2 3 Δ 5

Графік для порівняння результатів зобразимо на Рисунок 4-15.

Рисунок 4-15 Розподіл зусиль між болтами в залежності від його діаметру

4.3 Висновки з розділу 4

На цьому етапі роботи ми навели результати розрахунків за формулами із розділу 3. Показано вплив кута викладки шарів композитного матеріалу на його пружні характеристики, відповідні результати наведені у вигляді таблиць та графіків.

Беручи за основу проведені розрахунки розподілу зусиль між болтами, можемо зробити висновок щодо впливу геометричних параметрів з'єднання. Поступову зміну навантажень можемо бачити при варіювання ширини, товщини, та кута викладки шарів. Навпаки, стрімку зміну розподілу зусиль можемо спостерігати при варіюванні діаметру болтів, адже таким чином ми зміцнюємо локальну несучу здатність, через що цей елемент може сприйняти на себе більше зусилля. Рекомендується приймати болти однакових діаметрів, але інколи застосовують і різні значення, для того, щоб рівномірно розподілити зусилля між усіма кріпильними елементами. Проблема яка викликає таку необхідність зображена на Рисунок 4-9, де ми чітко можемо бачити, що перший і останній ряд болтів забирає на себе більше навантаження ніж середні.

5 Чисельне моделювання болтового з'єднання композиційних пластин

З метою перевірки аналітичних розрахунків провели чисельне моделювання болтового з'єднання композиційних пластин. Для цього спочатку була створена розрахункова контактна модель, потім – геометрична модель, а на її основі – скінченно-елементна модель.

5.1 Створення розрахункової контактної моделі

5.1.1 Загальні положення

Створена розрахункова контактна модель чотирьохрядного однозрізного болтового з'єднання двох композиційних пластин враховує такі обставини та містить такі припущення:

- пластини вважаємо відносно широкими, тобто кожний ряд має значну кількість болтів і отворів, які розташовані з рівномірним кроком вздовж "шва" (див. Рисунок 5-1-а). Цей крок позначим як ^w;
- ту характерну частину, що циклічно повторюється з кроком ^w, будемо вважати представницькою частиною. Тобто будемо розглядати пластину шириною ^w, яка з'єднується з такою же пластиною чотирма болтами (див. Рисунок 5-1-б);
- площини розсічення повинні залишатися площинами, для цього будемо задавати відповідні граничні умови;
- навантаження діє в напрямку, перпендикулярному "шву", в площинах пластин;
- болт з гайкою замінимо на "болт з двома однаковими голівками". Таке спрощення дозволить розв'язувати крайову задачу за МСЕ на персональному комп'ютері з підвищеним об'ємом операційної пам'яті (ОП), не роблячи значну похибку;
- попереднє припущення призводить до появи площі симетрії, яка розсікає модель навпіл. Її використання (див. Рисунок 5-1-в) дозволить ще зменшити потреби ОП практично вдвічі;

- зекономлена ОП (див. вище) дозволяє моделювати шаруватий композиційний матеріал пошарово;
- згідно з результатами робіт [19, 20], будемо створювати змішану скінченно-елементну модель: пошарову в ближньому околі отворів, з "еквівалентного матеріалу" – в залишкових частинах композиційних пластин.



5.1.2 Створення геометричної контактної моделі

Отже, згідно з п.5.1.1, геометрична частина розрахункової моделі буде виглядати так, як зображено на Рисунок 5-1-в та збільшеною – на Рисунок 5-2.



Розміри:

- пластина 80 х 19.85 х 2.0 мм. Чотири отвори діаметром d=3.97 мм на відстані e=7.94 мм від торця та з кроком у 15.88 мм;

- болти діаметром 3.97 мм, висотою шестигранної голівки 2.8 мм з діаметром зовнішньої окружності голівки 7.94 мм.

 Обидві композиційні пластини є ідентичними за розмірами. Кожна з них поділена на декілька окремих зон. Округлі зони навколо отворів призначені для "тонкого" пошарового моделювання структури композиційного матеріалу. Відокремлені кінцівки пластин – для найбільш "грубого" скінченно-елементного моделювання. А та частина пластин, що між ними – для середньої за розмірами скінченноелементної сітки (СЕС). Ці частини – для моделювання композиційним матеріалом з "еквівалентними" пружними характеристиками. Болти теж "розрізані" по площині зрізу, тобто навпіл, для того, щоб мати вузли СЕС точно на площині зрізу – для "зняття" з них інформації про величини напружень в цих перерізах болтів.

Є ще один аспект геометричної моделі. Про нього йдеться у п.5.1.4.

5.1.3 Створення скінченно-елементної контактної моделі

Модулі пружності матеріалів наведені в таблиці 5.1.

Значення "еквівалентних" пружних характеристик композиційного матеріалу пластин зі структурою укладання шарів стрічки ±45 градусів, отримані в аналітичний спосіб у Розділі 3 за допомогою середовища Excel, перевірили інструментом Femap під назвою Layups. Отримали дуже близькі значення: див. таблицю 5.1.

Таблиця 5.1

Модулі пружності матеріалів: 1 – ізотропний ВТ-16; 2 – шар (2D трансверсальна ортотропія); 3 – шар (3D ортотропія); 4 – комбінація 2-х шарів $\pm 45^{\circ}$ (3D ортотропія), визначені у Excel; 5 – як і 4, але визначені у Layups Femap Таблиця 5-1 Пружні характеристики матеріалу

	Модулі Юнга ·10 ⁻⁵ ,			Модулі зсуву ·10 ⁻⁵ ,			Коефіцієнти Пуассона		
Мате-	МПа			МПа					
ріал									
	E_{11}	E ₂₂	E ₃₃	$G_{12} = G_{21}$	$G_{13} = G_{31}$	$G_{23} = G_{32}$	$\mu_{12}=\mu_{13}$	$\mu_{23} = \mu_{32}$	$\mu_{21} = \mu_{31}$
1	1.150	-	-	-	-	-	0.3	-	-
2	1.430	0.0840	0.0840	0.0560	0.1683	0.1683	0.35	0.18	0.0314
3	1.430	0.0840	0.0840	0.0560	0.0350	0.0560	0.36	0.18	0.0155
4	0.196	0.196	0.0840	0.3660	0.0350	0.3660	0.75	0.18	
5	0.196	0.196	0.0840	0.3630	0.0350	0.3630	0.75	0.18	

У статті [7, табл. 1] у чисельних розрахунках було отримано, що скінченноелементна модель (один СЕ по товщині пластини) у пластині з відношенням w/d = 6, з відносним розміром СЕ – 0.005 d) давала точність визначення ККН не гірше 2%. Тому взяли цей відносний розмір СЕ за орієнтир.

У моделі (Рисунок 5-3) використали наявність площини симетрії *XoZ* (вертикальна уздовж пластини), тобто модель містила ¹/₂ з'єднання.

У округлій зоні навколо отворів, з врахуванням можливостей ПЕОМ, створили 135 СЕ вздовж половини окружності отвору (розміри СЕ у плані приблизно 0.047 мм на 0.035 мм). Характеристики матеріалу – з таблиці 4.1, матеріал 3. Розмножили шари в кількості 16 (по 1 СЕ по товщині кожного з шарів, тобто товщина кожного шару – 0.125 мм), вони заповнили повну товщину пластини, кожному шару матеріалу задавали необхідний кут укладання ^{+45°} або = 45[°] (відносно глобальної осі X) почергово. Отримали сітку, показану на Рисунок 5-3-а.

У тих частинах пластини, що залишилися, застосували матеріал 4 з таблиці 4.1 ("еквівалентний"). Отримали сітку, показану на Рисунок 5-3-б.





Ширину пластин збільшували шляхом створення додатку відповідної геометрії до пластин, будували в цих додатках СЕ з матеріалом 4 з таблиці 4.1 ("еквівалентний"), додатковий блок СЕ "приклеювали" до основної моделі.

СЕ болтів мали по дві частини: верхню та нижню, які "склеїли" у цілі СЕ сітки кожного болта. Для СЕ болтів застосували пружні характеристики матеріалу 1 з таблиці 4.1. Отримали сітку, показану на Рисунок 5-3-в.

Всі вузли скінченно-елементної моделі, що належать фронтальній (див. Рисунок 5-3-г) площині розсічення, закріпили в напрямку нормалі. Всім вузлам скінченно-елементної моделі, що належать задній (див. Рисунок 5-3-г) площині розсічення, задали умову однакового переміщення в напрямку осі Y: це відповідає умові циклічної повторюваності моделі в цьому напрямку. Це робиться таким чином: створюється СЕ типу RIGID RBE2 (Рисунок 5-4), Який жорстко пов'язує всі вузли цієї поверхні з одним (Independent) з них у вказаному напрямку (тут – ТҮ, тобто переміщення у напрямку осі Y). Потім ще обов'язково потрібно вказати, що цей один вузол не може повертатися навколо осей X та Z.



Вузлам, що належать лівому (на Рисунок 5-3-г) торцю пластини, заборонили переміщення в напрямку осі X. А двом віддаленим вузлам, що належать цьому торцю та мають координати, які відповідають серединному шару пластини, заборонили переміщення в напрямку осі Z, тобто у вертикальному напрямку.

Вузлам, що належать правому (на Рисунок 5-2-г) торцю пластини, завдали умову однакового переміщення в напрямку осі X (залишатися на вертикально розташованій площині), що дозволили отримати однакові умови вторинного прогину пластин. Це робиться аналогічно тому, що й для тильної сторони моделі, тільки з вузлом Independent всі вузли торця пов'язуються за TX, а самому цьому вузлу забороняється повертатися навколо осей Y та Z.

Робоче силове навантаження приклали у вигляді сили *P* / 2 = 10000 H, що діє на правий торець моделі в напрямку оті X.

Початковий зазор між болтом та отвором моделювали незначним зменшенням діаметра болта.

Тертя не задавали, оскільки в робочому режимі в літаках завжди присутня вібрація від турбін двигунів, яка значною мірою "знімає" тертя.

Застосовували сучасну модель контакту типу "поверхня-поверхня", з автоматичним визначенням і коректуванням зони контакту.



Моделі мали приблизно від 505 тисяч вузлів та від 172 тисяч СЕ. В залежності від ширини пластин та заданої точності (кількості контактних ітерацій) час отримання розв'язку складав 50-90 хвилин. На ПЕОМ з процесором і5-6500, об'єм операційної пам'яті, яку вимагала модель БЗ, складала не менше 40 ГБ.

5.1.4 Методика створення зусилля затягування в болтовому з'єднанні

В моделі застосували природній спосіб створення зусилля затягування в болтовому з'єднанні: поверхні контакту голівки болта та гайки зближали на величину Δ (див. Рисунок 5-6-а), В контактних ітераціях таке "проникнення" буде усунене, виникне осьове розтягування болта та деформування пластин під голівками болта. Для досягнення потрібного зусилля використали відомий з літературних джерел [18, 19] факт практично лінійної залежності зусилля затягування від величини Δ. Тому взяли частину всієї моделі, а саме болт та
пластини навколо болта (див. Рисунок 5-6-б), спочатку задали $\Delta = 0.1$ мм, отримали середнє для перерізу болта значення осьового напруження у болті $\sigma_Z \approx$ 475 МПа, тобто силу затягування $F_3 = \sigma_Z \pi d^2 / 4 \approx 5850$ Н. Потрібно мати $F_3 = 2500$ Н. Проста пропорція дала потрібне значення $\Delta \approx 0.043$ мм. Після перерахунку отримали, що осьове напруження у болті $\sigma_Z \approx 203$ МПа, тобто сила затягування $F_3 \approx 2500$ Н.



5.1.5 Результати перевірочного розрахунку

Результати перевірочного розрахунку показали, що в моделі болтового з'єднання (див. Рисунок 5-7):

- всі елементи контактної моделі БЗ після деформування знаходяться "на місті";
- переміщення в напрямку дії силового навантаження досягли 3.8 мм, що можливо;
- характер деформування повністю відповідає уявленням про деформування елемента конструкції з двох пластин з чотирирядним однозрізним БЗ, оскільки є вторинний вигін, відставання між пластинами біля кінцівок, тощо;

 пошарове моделювання композиційних пластин навколо отвору виявляє суттєві "стрибки" напружень (на Рисунок 5-7-в – головних максимальних

 $\sigma_{\scriptscriptstyle 1}$) при зміні напрямку укладання шарів.



Отже, модель болтового з'єднання композиційних пластин зроблена вірно.

5.2 Визначення розподілу силового навантаження на кожний болт

з'єднання

5.2.1 Методика визначення розподілу силового навантаження на кожний болт з'єднання

Згідно з [19], для визначення розподілу силового навантаження на кожний болт з'єднання доцільно застосовувати дані з розподілу дотичного напруження τ_{ZX} в перерізах болтів, яке вважається перерізом зрізання болтів. А саме, спочатку потрібно знайти середнє значення τ_{ZX} для кожного болта, потім – помножити кожне на площу перерізу болта – це і будуть сили, які сприймають кожен із болтів.

У Femap немає вбудованої функції, яка би розраховувала суму значень призначеної величини для набору номерів вузлів, або середнє її значення. Тому застосували програму Excel, дані до якої були передані з Femap через відповідний інтерфейс.

Всі значення τ_{ZX} були додатними. Середнє значення $(\tau_{ZX})_m$ обчислювали за

формулою $(\tau_{ZX})_m = \left(\sum_{n=1}^{N} (\tau_{ZX})_n\right) / N$ простим правилом усереднення.

5.2.2 Виявлення впливу ефективної ширини пластини на розподіл силового навантаження на кожний болт з'єднання

В моделі змінювали її ефективну ширину з метою отримання закономірності впливу цієї ширини на розподіл силового навантаження на кожний болт з'єднання.

Отримані величини помістили у таблицю 5.2, де $\delta = 100 \cdot \left(\sum_{k=1}^{4} P_k \right) / P$.

Таблиця 5-2 Розподіл силового навантаження на кожний болт з'єднання, в залежності от співвідношення $\zeta = d / w$

^{<i>W</i>} , MM	$\zeta = d / w$		P_n	$\sum_{k=1}^{4} P_k$,	$\delta, \%$		
,		Болт 1	Болт 2	Болт 3	Болт 4	k=1	, ,
						Н	
19.85	0.2	6300.2	4222.2	4221.7	6246.4	20990.5	+4.95
29.775	0.13(3)	5821.7	4719.9	4698.75	5758.3	20998.6	+4.99
39.7	0.1	5269.3	4738.2	4975.3	5991.3	20974.1	+4.87
49.625	0.008	5382	5174.3	5139.5	5311	21006.8	+5.03

Для проведення аналізу методом скінченних елементів за допомогою програмного комплексу Femap, було обрано силу, що приходить на пластину рівною P = 20000 H, для того, щоб краще бачити кольорове відображення зміни напружень, дивитися Рисунок 5-7.

Наведемо таблицю з порівнянням результатів розрахунку методом скінченних елементів, та аналітичним методом.

	Метод		P_n		${\delta}_{\scriptscriptstyle{\mathrm{Makc}}},$	8.%	
^{<i>W</i>} , MM	розрахунку	Болт 1	Болт 2	Болт 3	Болт 4	%	Ο _{M1H} , 70
19.85	Аналітичний	5607,5	4392,5	4392,5	5607,5	+12 35	+4
17.05	MCE	6300.2	4222.2	4221.7	6246.4	+12,35	17
29 775	Аналітичний	5422,1	4577,9	4577,9	5422,1	+7.4	+2.6
29.115	MCE	5821.7	4719.9	4698.75	5758.3	17,4	12,0
397	Аналітичний	5323,4	4676,6	4676,6	5323,4	+12 54	+1.03
57.1	MCE	5269.3	4738.2	4975.3	5991.3	12,51	11,05
49 625	Аналітичний	5262,1	4737,9	4737,9	5262,1	+9.2	+0.9
-17.025	MCE	5382	5174.3	5139.5	5311	17,2	10,7

Таблиця 5-3 Порівняння аналітичного та методу скінченних елементів

Отже, дані Таблиця 5-2 та Таблиця 5-3 показують, що:

- Проводячи розрахунок в програмному комплексі Femap/Nastran, результат показав, що можна досягти більш рівномірного розподілення зусиль між болтами. Розрахункова схема із пластиною шириною 49,625 мм показав досить плавний перехід між зусиллями;

-За результатами порівняння методів аналітичного розрахунку та МКЕ, отримана максимальна різниця між зусиллями в болтах +12,54%, але для окремих болтів зустрічаються і зовсім мінімальні відхилення +0,9. Така погрішність викликана таким явищем, як вторинний вигин, адже метод аналітичного розрахунку не враховує такий ефект. Як відмічалося у розділі З, вплив вторинного вигину болта, через ексцентриситет прикладених зусиль в однозрізному з'єднанні може вносити суттєвий вклад на фінальний результат.

5.3 Визначення міцності елементів однозрізного з'єднання

5.3.1 Визначення міцності болтів болтового з'єднання

Для того, щоб вважати наш дослід завершеним, проведемо розрахунки на міцність для болтів та пластин одно зрізного з'єднання за формулами наведеними у розділі 3.4 та 2.3.

5.3.2 Визначення міцності композиційних пластин на зминання поверхонь отворів болтового з'єднання

Відповідний розрахунок можемо провести за формулою 2.3. Отримані результати зобразимо нижче у вигляді таблиць.

Проведемо розрахунок для прийнятого початкового з'єднання. Застосуємо отримані значення зусиль із Таблиця 4-5. Площу поперечного перерізу болта порахуємо, використовуючи дані із Таблиця 4-4.

Таблиця 5-4 Напруження зминання для початкового з'єднання

№ болта	1	2	3	4
σ₃м, МПа	35.3	27.7	27.7	35.3

Розглянемо випадок, де розглядався вплив кута викладки шарів композиційного матеріалу. Використаємо значення зусиль із Таблиця 4-6, геометричні характеристики при цьому залишаються такі, як для попереднього розрахунку.

Таблиця 5-5 Напруження зминання для композитного матеріалу з різними кутами викладки шарів

Порядок	№ болта	1	2	3	4
викладки шарів				_	
0		34,1	28,8	28,8	34,1
+-15		34,3	28,6	28,6	34,3
+-30	-	34,9	28,0	28,0	34,9
+-45	σ _{зм} , МПа	35,3	27,7	27,7	35,3
+-60		35,4	27,5	27,5	35,4
+-75		35,5	27,5	27,5	35,5
90		35,5	27,5	27,5	35,5

Наступним фактором, який розглядався, є вплив ширини пластини. Відобразимо отримані значення напружень для зусиль із Таблиця 4-7 та Таблиця 4-9. Геометричні характеристики відповідають значенням із Таблиця 4-8.

	•	
Таблиця 5-6 Напруження	зминання з різними зн	аченнями ширини пластин
ruomių, 5 o manpj momin	similaritis s pisimini su	

Номер досліду	№ болта	1	2	3	4
		34,14	28,83	28,83	34,14
Дослід №1	σзм, МПа	33,5	29,4	29,4	33,5
		33,1	29,8	29,8	33,1
Дослід №2		30,9	29,9	31,0	34,2

При дослідженні впливу товщини на розподіл зусиль між болтами маємо наступні значення напруження зминання. Використовуємо значення зусиль в кожному болті із Таблиця 4-10 та Таблиця 4-12.

T C C 7	тт		•			
Таолиця 5-/	Напруження	зминання з р	різними	значеннями	товщини	пластин
	1.2	1	L		'	

Номер досліду	№ болта	1	2	3	4
Дослід №3		17,1	14,4	14,4	17,1
		11,2	9,8	9,8	11,2
	σзм, МПа	8,3	7,5	7,5	8,3
Heerin Med		12,4	14,9	20,7	34,2
дослід №4		34,2	20,7	14,9	12,4

Одним із найвпливовіших факторів на залежність розподілення зусиль між болтами було варіювання різних комбінацій діаметрів болтів. У Таблиця 5-8 відобразимо, як це вплине на значення напружень зминання у болтах.

Таблиця 5-8 Напруження зминання для болтів з різними діаметрами

Номер досліду	№ болта	1	2	3	4
Дослід №5	σзм, МПа	18,6	12,9	12,9	18,6
Дослід №6		21,1	20,8	20,8	21,1

Дослід №7	29,9	16,5	16,5	29,9
-----------	------	------	------	------

5.3.3 Визначення міцності композиційних пластин на розрив послабленого отворами перетину

В порівнянні з визначенням напружень зминання, з'являється ще один фактор, який безпосередньо бере участь у формулі 2.1: це ширина пластини. Будемо рухатися в тому самому порядку, що і при визначенні напружень зминання.

Таблиця 5-9 Напруження розриву для початкового з'єднання

№ пластини	№ болта	1	2	3	4
Пластина №1	σ _р , МПа	9,3	6,5	6,5	9,3
Пластина №2		9,3	6,5	6,5	9,3

Як видно із отриманих результатів вище, через симетричність розподілення зусиль на болти, отримуємо однакові значення напружень в пластині №1 та №2, якщо геометричні параметри залишаються однаковими. Для того, щоб відобразити вплив кута викладки шарів композитного матеріалу на напруження розриву будемо вказувати значення для одної пластини.

Таблиця 5-10 Напруження розриву для композитного матеріалу з різними кутами викладки шарів

Порядок	No Souto	1	2	3	1
викладки шарів	Ji≌ 00j∏a	1	Δ	5	4
0		8,53	7,21	7,21	8,53
+-15		8,58	7,16	7,16	8,58
+-30	σ, МПа	8,73	7,01	7,01	8,73
+-45		8,83	6,91	6,91	8,83
+-60		8,86	6,89	6,89	8,86
+-75		8,87	6,88	6,88	8,87
90		8,87	6,87	6,87	8,87

Для досліду №1, все ще можемо відображати результат для однієї пластини, але для досліду №2 необхідно відмітити напруження для обох пластин, адже несиметричність форми пластин внесе зміни до напружень в кожній пластині.

Таблиця 5-11 Напруження розриву з різними значеннями ширини пластин

Номер досліду	№ болта	1	2	3	4
Дослід №1	σ _р , МПа	5,25	4,44	4,44	5,25

			3,73	3,27	3,27	3,73
			2,88	2,59	2,59	2,88
Π:- № 2	- MIT-	Пластина №1	2,66	3,29	4,73	8,46
Дослід №2	σ _p , MIIIa	Пластина №2	7,65	4,56	3,41	2,95

За таким самим принципом відобразимо вплив товщини на зміну напружень розриву. Значення зусиль візьмемо із Таблиця 4-10 та Таблиця 4-12. Для досліду №3, продемонструємо результат для однієї пластини, оскільки навантаження, що проходить через пластину будуть протилежно симетричні, відповідно і напруження мають таку саму залежність.

Номер досліду	N⁰	болта	1	2	3	4
	Дослід №3		4,25	3,62	3,62	4,25
Дослід №3			2,79	2,46	2,46	2,79
			2,07	1,87	1,87	2,07
	Пластина №1		3,30	3,74	4,99	8,26
Досл1д №4	σp, MHa	σр, МПа Пластина №2		4,99	3,74	3,30

Таблиця 5-12 Напруження розриву з різними значеннями товщини пластин

Останні досліди враховують різні варіанти діаметрів болтів, щоб зрозуміти як при цьому змінюється напруження розриву, відобразимо результати у Таблиця 5-13.

	•	• •
Таблиця 5-13 Напружен	іня розриву з різними значен	нями діаметру отворів
	FF 5 - F	r,r,

Номер досліду	№ болта		1	2	3	4
Hoonin Mos	Пластина №1		12,38	8,61	8,61	12,38
дослід №3		Пластина №2	12,38	8,61	8,61	12,38
Hoonin No6	Дослід №6	Пластина №1	14,06	5,20	5,20	14,06
дослід мео		Пластина №2	14,06	5,20	5,20	14,06
Heerin Me7		Пластина №1	7,48	11,01	11,01	7,48
Дослід №7		Пластина №2	7,48	11,01	11,01	7,48

5.3.4 Визначення міцності на зріз пластини перед тілом болта

Важливо відзначити, що для аналітичних розрахунків за допомогою розробленого файлу Excel, приймаємо відстань до вільної кромки, е = 2.5d.

Відповідно до формули 2.2 дві геометричні характеристики, які впливають на

значення напружень зрізу, це відстань до вільної кромки та товщина шару.

Можемо перейти до розрахунків, відповідні результати зобразимо у вигляді таблиць.

Таблиця 5-14 Напруження зрізу пластини для початкового з'єднання

$\sigma_{3\Pi}$, IVII Ia /, I

Оскільки відстань від центру болта до вільної кромки, та товщина прийняті постійними, то такий дослід не значною мірою впливатиме на фінальний результат. У Таблиця 5-15 отриманий результат для випадку різних кутів викладки шарів композитного матеріалу, зобразимо лише той випадок, коли зустрічається максимальне зусилля.

Таблиця 5-15 Напруження зрізу пластини для кута викладки композитного матеріалу 90°

σзп, МПа 7,09

Варіювання ширини пластини значним чином не впливає на результат напружень, отже розглянемо випадок, постійної ширини. Максимальне зусилля буде симетричне з обох боків, а отже випадок більш критичний.

Таблиця 5-16 Напруження зрізу пластини при ширині w = 7,5d

σзп, МПа 6,8

Наступні досліди досліджують вплив товщини пластин, цей параметр напряму задіяний у формулі 2.2.

Таблиця 5-17 Напруження зрізу пластини з різними значеннями товщини пластин

Номер досліду				
	σ MΠa		3,4	3,4
Дослід №3	O31	1, I VII I a	2,2	2,2
			1,7	1,7
	- MIT-	Пластина №1	2,6	6,6
Дослід №4	бзп, MIIIa	σ _{3п} , МПа Пластина №2		2,6

Досліди № 5, 6, 7 також цілком відобразимо в результатах, оскільки діаметр впливає на фінальний результат.

Таблиця 5-18 Напруження зрізу пластини з різними значеннями діаметру отворів

Номер досліду			
Дослід №5		3,7	3,7
Дослід №6	σ ₃ π, MIIIa	4,2	4,2
Дослід №7		6,0	6,0

5.3.5 Визначення міцності при розколюванні пластини

Можна помітити які геометричні характеристики суттєво впливають на значення напружень розколювання, судячи із формули 2.4. Проведемо розрахунки із постійною відстанню до вільної кромки, яка була визначена в розділі 5.3.4.

Таблиця 5-19 Напруження розколювання пластини для початкового з'єднання

σрп, МПа	18

Виконаємо розрахунок на міцність при розколюванні для композитних матеріалів з різними кутами викладки шарів, відобразимо результат для найбільш критичного випадку.

Таблиця 5-20 Напруження розколювання пластини для кута викладки композитного матеріалу 90°

Розглянемо найбільш критичний випадок на основі варіювання ширини пластин.

Таблиця 5-21 Напруження розколювання пластини при ширині w = 7,5d

```
σрп, МПа 17,1
```

Товщина суттєво впливає на результат напружень розколювання пластини, тому

повністю відобразимо проведені розрахунки.

Таблиця 5-22 Напруження розколювання пластини з різними значеннями товщини пластин

Номер досліду			
	σрп, МПа		8,5
Дослід №3			5,6
			4,1
	- MIT-	Пластина №1	6,6
Дослід №4	σ _{рп} , МПа Пластина №2		16,5

В наступних дослідах, які будуть розглянуті, варіюються значення діаметру болта, цей фактор також має значний вплив на розподіл напружень.

Таблиця 5-23 Напруження розколювання пластини з різними значеннями діаметру отворів

Номер досліду		
Дослід №5	– MIIa	9,3
Дослід №6	σ ρπ , MIIIa	10,5
Дослід №7		15

5.3.6 Визначення міцності при випадку руйнування одночасного розтягу та зрізу

Для такого типу руйнування визначають критичну силу, перевищення якої призведе до руйнівних наслідків. Щоб отримати критичне значення, необхідно мати величини допустимих напружень на розтяг та зріз, які визначають за результатами експериментів для визначених зразків. Тому ще раз наведемо формулу, за якою можемо визначити критичну силу яка передбачає руйнування одночасного розтягу та зрізу.

$$P = \frac{t_i((w-d) * \sigma_{tu} + 2e\sigma_{su}}{2}$$
(5.1)

5.3.7 Напруження втрати стійкості пластини між болтами

Повторимо формулу 2.6, за допомогою якої визначають значення критичного напруження, при якому пластина можете локально втратити стійкість між болтами.

$$\sigma_{ir} = \frac{\pi^2 E t}{\left(\frac{p}{\sqrt{C}}/0.29t\right)^2} \tag{5.2}$$

Коефіцієнт С залежить від вибору типу закріплення країв. Для нашого розрахунку приймаємо, що обидва краї одиничної пластини защемлені, тоді С = 4. В нашій роботі значення кроку *p* постійне значення, модуль пружності розглядається як еквівалентне значення модуля пружності для композитного матеріалу з кутами викладки шарів +-45°. Значення товщини для цієї формули приймаємо мінімальним із розглянутих випадків, оскільки такий випадок і буде критичним.

$$\sigma_{ir} = 41,1 \text{ M}\Pi a \tag{5.3}$$

5.4 Висновки з розділу 5

У цьому розділі було наведено результати розрахунків на міцність, розглядалися різні випадки можливих типів руйнування, отримані результати напружень та критичних зусиль були показані у вигляді таблиць та формул.

Всі отримані величини потрібно порівнювати із допустимими напруженнями, які отримують за результатами досліджень для конкретних матеріалів та розрахункових схем.

6 Розроблення стартап проекту

6.1 Опис ідеї проекту

В даному розділі викладено опис нашого проекту, його головна ідея, та напрямки в яких можна просуватися.

Таблиця 6-1 Головна ідея-проекту

Зміст проекту	Напрямки застосування	Вигоди для користувача
		1)Можливість легко
		отримати точний
Розробити методику	Авіаційна промисловість	розрахунок
розрахунку на міцність		2) Рекомендації щодо
болтового з'єднання		проектування
композитних елементів		3) Зрозумілий для
конструкції літака при		звичайних користувачів
одновісному		принцип використання
навантаженні на основі		розробленої методики.
існуючих методів		

За допомогою розробленої методики у форматі файлу Excel, можна визначити пружні властивості композитного матеріалу з різники кутами викладки шарів. Отримати залежність розподілення зусиль на кожен болт. Необхідно вміти адаптуватися, та використовувати на свою користь отримані результати при проектуванні болтового з'єднання.

Нашими конкурентами є вже існуючи програми де повністю проводиться розрахунок на міцність болтів від самого початку, але недоліком таких програм є їхня вартість на ринку.

6.2 Технологічний аудит

Таблиця 6-2 Технологічний аудит

Технологічний аудит повинен прояснити як можна реалізувати проект, та показати переваги.

<u>№</u> п/п	Техніко- економічні характеристики ідеї	Назва проекту		W	N	S
1.	Доступність	Метолика		-	-	1, 2
2	Легкість в застосуванні	розрахунку на міцність болтового	Конкурент	_	2	1
3	Грошові витрати	з'єлнання		-	2	1

Де W вказує на гірші значення, N позначає аналогічні значення, S це сильні сторони. Цифра 1 позначає мій проект, а цифра 2 вказує на проект можливого конкурента.

Таблиця 6-3 Технологічна здійсненність ідеї проекту

N⁰	Ідея проекту	Технологія	Наявність	Доступніст
п/п		ïï	технології	Ь
11/11		реалізації		технології
	Розрахунок на міцність	Теоретични		
	болтового з'єднання	й		
	композитних елементів	розрахунок		
1.	конструкції літака при одновісному навантаженні	МКЕ розрахунок	ε	e
		Практичне		
		використан		
		ня		
Обран	на технологія реалізації проекту			

До потенційних груп клієнтів можна віднести структуру авіації, але це не єдина сфера де може бути застосована наша технологія. Машинобудування та інша,

будь яка сфера промисловості де необхідно з'єднувати деталі між собою.

Таблиця 6-4 Технологічна здійсненність ідеї проекту

№ п/п	Потреба, що формує ринок	Цільова аудиторія	Відмінності у поведінці різних потенційних цільових груп клієнтів	Вимоги споживачів до товару
1.	З'єднання деталей із композитного матеріалу	Авіація	фінанси	Висока точність в проведених розрахунках, що забезпечить безпечне функціонування
2	З'єднання деталей із композитного матеріалу	Машинобудування	фінанси	Висока точність в проведених розрахунках, що забезпечить безпечне функціонування

Таблиця 6-5 Фактори загроз

№ п/п	Фактор	Зміст загрози	Можлива реакція компанії
1.	Можливі зміни в методиці розрахунку	Зменшення попиту використання	Перегляд методики розробленого
2.	Поява на ринку більш конкурентної розробки		розрахунку для можливого покращення

Таблиця 6-6 Аналіз конкуренції в галузі за М. Портером

Складові аналізу	Прямі конкуренти в галузі	Потенційні конкуренти	Клієнти	Товари- замінники
	Авіаційні	Необхідно	Споживачі є	Елементи можуть

	підприємства з власними розробками	пройти спеціальну перевірку незалежним органом	досить конкуренто спроможними компаніями	виготовлені неякісно
Висновки:	Конкурентна боротьба проходить більшою мірою за рахунок покращення власних розробок	€ можливість входу в сучасний ринок. Присутні потенційні конкуренти	Можуть виражати у вигляді замовлення специфіку розрахунку	Можливо, буде складно знайти, або провести тести на міцність для визначення допустимих значень

Таблиця 6-7 Обгрунтування факторів конкурентоспроможності

№ п/п	Фактор конкурентоспро- можності	Обгрунтування (наведення чинників, що роблять фактор для порівняння конкурентних проектів значущим)
1	Легкість в застосуванні	Проект розроблений з легким та зрозумілим інтерфейсом для людини яка не має достатніх знань в даній галузі
2	Мінімальні витрати	Досить низька вартість йде на розробку
3	Результати розрахунків	Результати відповідають отриманим значенням при тестуванні такого ж самого зразку

Таблиця 6-8 Порівняльний аналіз сильних та слабких сторін «Проектувальний розрахунок на міцність болтового з'єднання композитних елементів конструкції літака при одновісному навантаженні»

N⁰		Порівняння з рейтингом товарів-
	Фактор	конкурентів

п/п	конкурентоспро		-3	-2	-1	0	1	2	3
	можності	Бали 1-20							
1	Легкість в	15			•				
	застосуванні								
2	Мінімальні витрати	20					•		
3	Результати розрахунків	20				•			

Фінальним етапом ринкового аналізу можливостей впровадження проекту є складання SWOT-аналізу (матриці аналізу сильних (Strength) та слабких (Weak) сторін, загроз (Troubles) та можливостей (Opportunities) на основі виділених ринкових загроз та можливостей, та сильних і слабких сторін.

Таблиця 6-9 SWOT – аналіз стартап-проекту

Сильні сторони: Досить зручна,	Слабкі: Нажаль, проблема ϵ		
легка в застосуванні методика	дуже популярною, тому не одні ми займаємося подібним проектом		
Можливості: Високий рівень довіри в світовому рейтингу	Загрози: Можливість появи на ринку серйозного конкурента		

На основі SWOT-аналізу розробляються альтернативи ринкової поведінки (перелік заходів) для виведення стартап-проекту на ринок та орієнтовний оптимальний час їх ринкової реалізації з огляду на потенційні проекти конкурентів.

Таблиця 6-10 Альтернативи ринкового впровадження стартап-проекту

N⁰	Альтернатива ринкової	Ймовірність	Строки
п/п	поведінки	отримання ресурсів	реалізації
1	Подача розробки, та проходження сертифікації незалежним органом контролю	Висока	12 місяців

Нажаль в даній розробці не можна обійти стороною етап отримання сертифікації, щодо коректності розробленої методики. Тому, фактично ми маємо тільки один шлях виведення продукту на ринок.

6.3 Розроблення ринкової стратегії проекту

Першим кроком є формування маркетингової концепції товару, який отримає споживач.

Таблиця 6-11 Вибір цільових груп потенційних споживачів

N⁰	Опис профілю	Готовність	Орієнтовни	Інтенсивніст	Простот
п/	цільової групи	споживачів	й попит в	Ь	а входу
П	потенціиних	сприиняти	межах	конкуренції	У
	КЛІЄНТІВ	продукт	ЦІЛЬОВОІ	в сегментт	сегмент
			Групи		
			(сегменту)		
1	Підприємства	Необхідно	Високий	Середня	Можуть
	пов'язані із	пройти			виникну
	авіацією, або	перевірку			ТИ
	машинобудування	методики			труднощ
	М	замовнико			і на етапі
		Μ			отриман
					НЯ
					сертифік
					ації
1	1			1	1

Сформулюємо базову стратегію поведінки в обраному сегменті.

Таблиця 6-12 Визначення базової стратегії розвитку

Обрана альтернатива	Стратегія	Ключові	Базова
розвитку проекту	охоплення	конкурентоспроможні	стратегія
	ринку	позиції відповідно до	розвитку
		обраної альтернативи	
Основний напрямок	Охоплення на	Авіаційні	Стратегія
1		тыщини	Стратения
розвитку проекту	30-40 %	підприємства з	заняття
розвитку проекту	30-40 %	підприємства з власними розробками	заняття конкурентної
розвитку проекту	30-40 %	підприємства з власними розробками	заняття конкурентної ніші

Оберемо стратегію конкурентної поведінки.

Таблиця 6-13 Визначення базової стратегії конкурентної поведінки

Чи є проект	Чи буде компанія	Чи буде компанія	Стратегія
1	54	J F 1	1

«першопроходцем»	шукати нових	копіювати основні	конкурентної
на ринку?	споживачів, або	характеристики	поведінки
	забирати існуючих	то-вару	
	у конкурентів?	конкурента, і які?	
Hi	Так	Створення	Стратегія
		особистого	заняття
		продукту на	конкурентної
		основі доступних	ніші
		даних	

Результатом виконання підрозділу є узгоджена система рішень щодо ринкової поведінки стартап-компанії, яка визначатиме напрями роботи стартап-компанії на ринку.

6.4 Розроблення маркетингової програми стартап-проекту

Першим кроком є формування маркетингової концепції товару,

який отримає споживач. Потрібно підсумувати результати попереднього аналізу конкурентоспроможності товару.

N⁰	Потреба	Вигода, яку пропонує	Ключові переваги
п/п		товар	перед конкурентами
1	Не потребує	Зменшення	Точність та простота
	великих затрат для	собівартості	
	підготовки		
	продукта		
2	Напрямок в якому	Велика кількість	Новий підхід до
	розвивається	замовників	методу розрахунку
	продукт доволі		
	великий		

Таблиця 6-14 Визначення ключових переваг концепції потенційного товару

Потрібно визначитися із системою збуту, в межах якої будуть прийматися рішення.

Таблиця 6-15 Формування системи збуту

Специфіка	Функції збуту, які	Глибина	Оптимальна
закупівельної поведінки	має виконувати	каналу	система збуту
цільових клієнтів	постачальник	збуту	
	товару		
Одноразова покупка з	Підтримка	Глибока	Сертифікація
подальшим	продукції		незалежним
обслуговуванням з			органом
щорічною			
сертифікацією			

Останньою складової маркетингової програми є розроблення

концепції маркетингових комунікацій, що спирається на попередньо обрану

основу для позиціонування, визначену специфіку поведінки клієнтів.

Таблиця 6-16 Концепція маркетингових комунікацій

Специфіка	Канали комуні-	Ключові	Завдання	Концепція
поведінки	кацій, якими	позиції,	рекламного	рекламного
цільових	користуються	обрані для	пові-	звернення
клієнтів	цільові клієнти	позиціонуван	домлення	
		Я		
	Мережа інтернет	Представлен	Зацікавленн	Довести
Ретельна	та зв'язки в	ня готового	я цільових	переваги
перевірка	середині сфери	продукту	клієнтів	нового
продукту		особисто		методу в
який		кожному		порівнянні
замовляють		замовнику		із старим

6.5 Висновки розроблення стартап-проекту

Даний стартап-проект є актуальним, через те, що розглядається проблема яка дуже часто зустрічається в машинобудівній галузі. Висока кількість конкурентів може бути проблемою, але цей етап можна пройти. Для того, щоб краще реалізувати проект, необхідно застосовувати свій підхід до кожного клієнта. Цілком доцільною є подальша імплементація проекту на ринок.

7 Загальні висновки

Завданням роботи було провести розрахунок на міцність болтового з'єднання композитних елементів конструкції літака при одновісному навантаженні. Була розглянута література по відповідній тематиці. Проведено розрахунок пружних властивостей матеріалу із якого виготовлені пластини, та визначено зусилля у

кожному болті. Також в роботі застосовувався метод скінченних елементів для підтвердження аналітичного розрахунку.

Список літератури

- Michael Chun-Yung Niu "Composite Airframe Structures: Practical Design Information and Data".
- NASA Technical Memorandum 100281 "Simplified Composite Procedures for Designing Bolted Joints"
- 3. E. F. Bruhn, B. S., M.S., C.E. "Analysis and Design of Flight Vehicle Strusctures" 1973.
- Рудаков К.М. Про вплив величини зазору між болтом та отвором на напружений стан болта однозрізного болтового з'єднання в зоні "зрізу" К.М. Рудаков, О.А. Добронравов // Вісник НТУУ "КПІ". Сер. Машинобудування, 2013. – №3(69). – С. 62-71.
- 5. Н.А. Алфутов, П.А. Зиновьев, Б.Г. Попов "Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов" 1984.
- 6. Johan Soderberg "A finite element method for calculating load distributions in bolted joint assemblies" Linkoping, 2012.
- M. B. Tate and S. J. Rosenfeld. Preliminary investigation on loads carried by individual bolts in bolted joints. Technical Report TN-1051, National Advisory Committee for Aeronautics, 1946.
- L. Jarfall. Shear loaded fastener installations. Report KH R-3360, Saab-Scania, 1983.
- H. Huth. Experimental determination of fastener flexibilities. Report LBF-Bericht 4980, Fraunhofer-Institut fur Betriebsfestigkeit, Darmstadt, 1983.
- W. Barrois. Stresses and displacements due to load transfer by fasteners in structural a ssemblies. Engineering Fracture Mechanics, 10(1):115–176, 1978.
- 11. ESDU. Flexibility of, and load distribution in, multi-bolt lap joints subjected to in-plane axial loads. Data item, Engineering Sciences Data Unit, 2001.
- C. Nordin. Bultflexibilitet for drag- och skjuvbelastade skruvforband i KAP. Report FKHK 1-82.045, Saab-Scania, 1982.
- 13.J. Brandt. Formler for berakning av bultflexibilitet. Preliminar utgava. Report FKH R-3303, Saab-Scania, 1982.

- NASA Contractor Report 3710 Critical Joints in Large Composite Aircraft Structure.
- 15.NASA Contractor Report 3711 Critical Composite Joint Subcomponents Analysis and Test Results.
- 16.HSB Handbuch Struktur Berechnung Load distribution in bolted/riveted joints (linear theory) 21031-01, Ruag Acentiss, 2012.
- 17.Рудаков К.Н. определению К модулей упругости пластины С однонаправленным армированием высокомодульным углеродным волокном материала / К.Н. Рудаков, В.Н. Маслей // Mechanics and Advanced Technologies. #3(87), 2019. _ C. 7-15. DOI: 10.20535/2521-1943.2019.87.189220
- 18.Рудаков К.Н. Моделирование болтовых соединений из ПКМ в программном комплексе FEMAP/NX NASTRAN / К.Н. Рудаков, С.Н. Шукаев // Вісник національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут", сер. Машинобудування №67. – 2013. – С. 199-206.
- 19.Дифучин Ю.М. Напружено-деформований стан і міцність однозрізних болтових з'єднань елементів конструкцій із композиційних матеріалів. Автореф. дис. ... канд. техн. Наук, 05.02.09 – динаміка та міцність машин. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 26 с.
- 20.Рудаков К.М. Чисельне обґрунтування застосування змішаних 3D-моделей ПКМ при розрахунках болтових з'єднань / К.М. Рудаков, А.С. Шандура // Вісник НТУУ "КПІ". Сер. Машинобудування, 2015. №2(74). С. 67–76.
- 21.Рудаков К.М. Про вплив величини зазору між болтом та отвором на напружений стан болта однозрізного болтового з'єднання в зоні "зрізу" / К.М. Рудаков, О.А. Добронравов // Вісник НТУУ «КПІ». Серія машинобудування №3 (69). 2013. С.62-71.
- 22.Рудаков К.Н. FEMAP 10.2.0. Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций. К., 2011. 317 с. Режим доступа : http://www.cad.dp.ua/stats/FEMAP-102.php.

- 23.Дифучин Ю.М. Чисельне моделювання болтових з'єднань з ПКМ. Повідомлення 1. Створення змішаних 3D-моделей / Ю.М. Дифучин, К.М. Рудаков // Вісник НТУУ "КПІ". Сер. Машинобудування, 2016. №2(77). С. 100-107. DOI: 10.20535/2305-9001.2016.77.76975.
- 24.Рудаков К.Н. О расчетах болтового соединения на смятие отверстий в пластине из слоистого полимерного композиционного материала // К.Н. Рудаков, Ю.Н. Дифучин / Mechanics and Advanced Technologies. #2(83), 2018. С. 42-50. DOI: 10.20535/2521-1943.2018.83.130048.
- 25.Рудаков К.Н. Коэффициент концентрации напряжений у контактирующего с болтом нагруженного отверстия в монослое ортотропного композиционного материала / К.Н. Рудаков, Ю.Н. Дифучин, С.А. Бабиенко // Mechanics and Advanced Technologies. #1(85), 2019. – С. 41-48. DOI: 10.20535/2521-1943.2019.85.155702.
- 26.Рудаков К.М. Визначення коефіцієнта концентрації напружень у послабленому отвором перерізі композитній пластини, при контакті отвору з циліндром / К.М. Рудаков, Ю.М. Дифучин, Т. І. Щербань // Mechanics and Advanced Technologies. #2(89), 2020. С. 48-54. DOI: 10.20535/2521-1943.2020.89.204546.
- 27.Карпов Я.С. Соединения деталей и агрегатов из композиционных материалов / Я.С. Карпов. Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2006. 359 с.
- 28.Василевский Е.Т. Система экспериментального обеспечения расчета на прочность механических соединений деталей из композитов / Е.Т. Василевский, А.З. Двейрин, Я.С. Карпов, С.П. Кривенда // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 2010. – № 47. – С. 42-52.
- 29.Киркач А.Б. Проблемы прочности болтовых соединений на основе слоистых композиционных пластиков / А.Б. Киркач // Вестник ХПИ. Серия "Динамика и прочность машин". – 2011. – № 63. – С. 45-54.

- 30.Двейрин А.З. Обзор и анализ состояния проблемы расчетноэкспериментального обеспечения проектирования агрегатов самолета из полимерных композитов с механическими соединениями деталей / А.З. Двейрин // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 2014. – № 66. – С. 5-19.
- 31.Стрижиус В.Е. Метод расчета на усталость срезных болтов в металлокомпозитных соединениях элементов авиаконструкций / В.Е. Стрижиус // Научный вестник МГТУ ГА. – 2014. – № 199(1). – С.52–61.
- 32.Broughton W.R., Crocker L.E., Gower M.R.L. Design Requirements for Bonded and Bolted Composite Structures. NPL Report MATC (A) 65, 2002. 50 p.
- 33.Pilkey, W.D. and Pilkey, D.F. (2008), Peterson's Stress Concentration Factors. Third Edition. John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey, Canada.
- 34.Bathe Klaus-Jürgen. Finite Element Procedures. Second Edition, published by K.J. Bathe, Watertown, MA, 2014. 1043 p.
- 35.OKUTAN Buket (2001), Stress and Failure Analysis of Laminated Composite Pinned Joints : A Thesis Submitted to the Graduate School of Natural and Applied Sciences of Dokuz Eylul University. Izmir. – 174 p.
- 36.Kelly, Gordon and Hallström, Stefan (2004), Bearing strength of carbon fibre/epoxy laminates: effects of bolt-hole clearance. Composites: Part B 35, pp. 331–343.
- 37. http://www.aviation-history.com/theory/composite.htm.
- 38. <u>https://www.researchgate.net/figure/Three-basic-types-of-lap-splices-used-for-</u> construction-of-aircraft-fuselages_fig4_336511154.