

УДК 629.735.45-621.833.24

УДК 621.833; 62.652

ПАРАМЕТРИЧНІ КОЛИВАННЯ В ПЛАНЕТАРНИХ КОЛІСНИХ РЕДУКТОРАХ ТРОЛЕЙБУСІВ

Яглінський В.П., Гутиря С.С., Хомяк Ю.М., Чанчин А.М.

Одеський національний політехнічний університет, м. Одеса, Україна

***Анотація.** Періодичне зростання навантажень при роботі редукторів троллейбусів внаслідок параметричних коливань супроводжується зародженням та розвитком втомних тріщин в тонкостінному ободі епіциклу. Опрацьовано метод аналітичного моделювання, виявлення і звуження зон нестійкості параметричних коливань епіциклу з урахуванням багатопарності зубчастих зачеплень, багатопоточності планетарної передачі та деформацій ободу епіциклу для прямозубих передач без зазорів і з зазорами, а також для косозубих передач. Визначено інтервали швидкостей троллейбуса відповідно до зон нестійкості параметричних коливань з використанням діаграм Айнса-Стрета.*

***Ключові слова:** епіцикл, зведена жорсткість, пульсація жорсткості, параметричний резонанс*

Джерелами збурення динамічних навантажень і вібрацій механічних та електромеханічних трансмісій сучасних транспортних засобів є багатопарність зачеплення зубчастих коліс. Забезпечення необхідної надійності і рівня комфортності пасажирського колісного транспорту є актуальною проблемою і вимагає обмеження віброактивності всіх елементів трансмісії. Для багатопоточних планетарних передач у складі колісних редукторів (ПКР) троллейбусів та дуобусів виникнення параметричних резонансів обумовлена циклічно змінною в часі жорсткістю зачеплення, що негативно впливає на процеси накопичення втомних ушкоджень зубців і обода епіциклу [1, 2, 3]. За результатами кінцево-елементного моделювання виявлено, що згинально-крутильні коливання ободу епіциклу у складі ПКР троллейбусів спричиняють максимальні напруження розтягу в западинах зубців після їх виходу із зачеплення при максимальному прогині ободу [4]. Внаслідок параметричних коливань динамічні навантаження на епіцикл зростають у 2 ... 4 рази [5, 6, 7].

Значне зменшення інтенсивності параметричних коливань епіциклу можна досягти шляхом несиметричного колового розташування осей сателітів [2, 3]. При цьому не враховано і не досліджено зони нестійкості параметричних коливань. Моделі, в яких сателіти і сонячна шестерня розглядаються у вигляді твердих тіл з зосередженими параметрами, а епіцикл – з розподіленими параметрами, дозволяють дослідити згинальні коливання епіциклу, однак параметричні резонанси епіциклу при цьому не враховано [3]. У дослідженнях планетарних передач на кінцево-різностних моделях у динамічній постановці на основі оригінального програмного комплексу не визначено зони нестійкості коливань і не встановлено шляхи зменшення впливу параметричних резонансів [8, 9].

Метою дослідження є аналітичне моделювання, виявлення і звуження зон нестійкості параметричних коливань епіциклу з урахуванням багатопарності зубчастих зачеплень, багатопоточності планетарної передачі та деформацій ободу епіциклу.

Багатопарність зачеплення характеризується коефіцієнтом торцевого перекриття ε_α та кутом перекриття φ_α (кут повороту зубчастого колеса від положення входу пари зубців у зачеплення до виходу із зачеплення). Для моделювання циклічної функції жорсткості зачеплення $c_z(t)$ слід прийняти, що при повороті на кут $(2 - \varepsilon_\alpha)\varphi_{\alpha r}$ контактує одна пара зубців $N_z = 1$ з усередненою жорсткістю зачеплення c_z , а при повороті на кут $(\varepsilon_\alpha - 1)\varphi_{\alpha r}$ навантаження сприймають дві пари зубців $N_z = 2$ з усередненою жорсткістю $2c_z$. Відповідно, період зміни у часі $T_c = \varphi_{\alpha r} / \omega$ функції $c_z(t)$ сумарної жорсткості представлено двома складовими $T_1 = (\varepsilon_\alpha - 1)T_c$ і $T_2 = (2 - \varepsilon_\alpha)T_c$.

Частота ω зміни зведеної жорсткості зачеплення (кутова частота зачеплення) “один сателіт – епіцикл” визначена за відомими співвідношеннями в залежності від чисел зубців z_s , z_r і кутової швидкості ω_s сонячної шестерні [5]

$$\omega_s z_s = \omega_p 2z_p; \quad \omega_H (z_s + z_p) = \omega_p z_p; \quad \omega = \omega_p n_p z_p = \omega_H (z_s + z_p) n_p, \quad (1)$$

де ω_H – кутова швидкість водила (рушійного колеса тролейбусу); n_p – число сателітів; індекси в позначеннях: “s” – сонячна шестерня (англ. *sun*); “p” – сателіт (*planeten*); “r” – епіцикл (*ring*).

Епіцикл у складі ПКР знаходиться у складному напруженому стані. Пружні коливання епіциклу спричиняють деформації поперечного вигину ободу, розтягування-стиснення, кручення), а також деформації зубців у процесі зачеплення. Припускається, що епіцикл за довжиною L має постійний кільцевий поперечний переріз товщиною δ , розміри якого малі у порівнянні з радіусом r серединної лінії ($\delta/r = 0,05 \div 0,1$).

За результатами порівняльного аналізу значень коефіцієнтів жорсткості ободу епіциклу при перерахованих вище деформаціях встановлено, що найменші значення відповідають жорсткості зубців ($c_z = 7 \cdot 10^8$ Н/м) та згинальній жорсткості c_u у площині yz поперечного перерізу ободу епіциклу. Потенціальну енергію деформацій визначають за формулою [10]

$$U_u = EI_{x1} \pi v_y^2 \sum_{i=1}^{\infty} (1-i^2)^2 / 2r^3,$$

де E – модуль пружності 1-го роду матеріалу епіциклу; $I_{x1} = L\delta^3/12$ – осьовий момент інерції площі повздовжнього перерізу ободу епіциклу відносно повздовжньої осі x_1 ; i – номер форми коливань; v_y – переміщення уздовж осі y точки поперечного перерізу ободу.

У результаті подвійного диференціювання виразу потенціальної енергії за переміщенням v_y , знайдено вирази для згинальної жорсткості епіциклу за напрямком осі y та відповідної частоти коливань [10]

$$c_u = \frac{\partial^2 U_u}{\partial v_y^2} = \frac{EI_{x1} \pi}{r^3} \sum_{i=1}^{\infty} (1-i^2)^2; \quad f_u = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{EI_{x1} i^2 (1-i^2)^2}{\rho F r^4 (1+i^2)}}.$$

При $i=1$ маємо $f_u=0$, тобто обод рухається як абсолютно тверде тіло, форма і розміри поперечного перерізу якого не змінюються. При $i=2$ має місце основна форма згинальних коливань ободу.

Враховуючи деформації ободу у площині поперечного перерізу та зубців у зачепленні, застосовано розрахункову модель епіциклу у вигляді підвіски, що імітує зубчасті з'єднання та ділянки ободу між зубчастими вінцями муфт плаваючої підвіски епіциклу. Така часткова дискретизація пружної системи епіциклу з підвіскою дозволяє відобразити її характерну особливість – циклічність у коловому напрямі. Зведений коефіцієнт жорсткості епіциклу у коловому напрямку має вигляд

$$1/c_i = 1/c_u + 1/c_{iz},$$

де c_i – зведена жорсткість багатопарного зачеплення (індекс i відповідає парності зачеплення); c_{iz} – жорсткість зубців; c_u – жорсткість ділянок між зубчастими вінцями підвіски епіциклу.

Визначено зведену жорсткість епіциклу при однопарному зачепленні $c_1 = \frac{n_p c_u c_z \cos^2 \alpha_w}{n_p c_z \cos^2 \alpha_w + c_u}$ та двопарному $c_2 = \frac{2n_p c_u c_z \cos^2 \alpha_w}{2n_p c_z \cos^2 \alpha_w + c_u}$ (позначено α_w – кут зачеплення).

Періодичні пульсації функції жорсткості зубчастої передачі характеризуються коефіцієнтом (глибиною) пульсації параметру $\mu = c_A/c_0$, мінімізація якого сприяє звуженню області нестійкості параметричних коливань. Для епіциклу ПКР моделі 118.77 фірми *Raba* визначено значення коефіцієнта глибини пульсації на рівні $\mu_1 = 0,18$.

На практиці відхилення колового кроку відрізняється для кожного зубця, тому функція кінематичної похибки зачеплення, що залежить від ступеня точності виготовлення коліс і задає додаткове відносне переміщення профілів зубців, змінюється із роторної частотою. При контакті профілів зубців поза розрахункової точки має місце точковий удар, нормальна складова швидкості рівномірно зменшується до нуля у момент повернення точки контакту зубців на лінію зачеплення. Пов'язані з точністю виготовлення зазори у зубчастому зачепленні епіциклу з сателітами призводять до того, що жорсткість зачеплення змінюється пульсаційно від нуля (за наявності зазору) до максимальної розрахункової величини. У цьому випадку коефіцієнт пульсації буде дорівнювати 1, оскільки значення середньої і амплітудної жорсткості збігаються, тобто

$$c_0 = c_2/2; \quad c_A = c_2/2. \quad \mu_2 = c_A/c_0 = 1.$$

У косозубій передачі зубці входять у зачеплення не відразу усією шириною, а поступово, що забезпечує більшу плавність зачеплення, значне зниження динамічних навантажень, вібрацій і акустичних шумів при роботі. Коефіцієнт перекриття перевищує відповідне значення для прямозубих коліс, наприклад, для ПКР агрегатних мостів типу *AVE 130* фірми *ZF* ($\varepsilon_\alpha = 3,03$), а коефіцієнт пульсації жорсткості становить $\mu_3 = c_A/c_0 = 0,09$.

Прийнявши функцію жорсткості зачеплення у вигляді $c_2(t) = c_0 \pm c_A$ ступінчастого синуса з періодом $T_c = T_1 + T_2$, модель параметричних коливань епіциклу представлено для кожного з доданків періоду у вигляді диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Після зведення до виду рівнянь Матьє та інтегрування за ділянками методом припасовування отримано діаграму Айнса-Стретта (див. рисунок) у координатах $a = 4k_0^2/\omega^2$; $b = \mu a/2$ (k_0 – узагальнена частота вільних крутних коливань епіциклу, як твердого тіла).

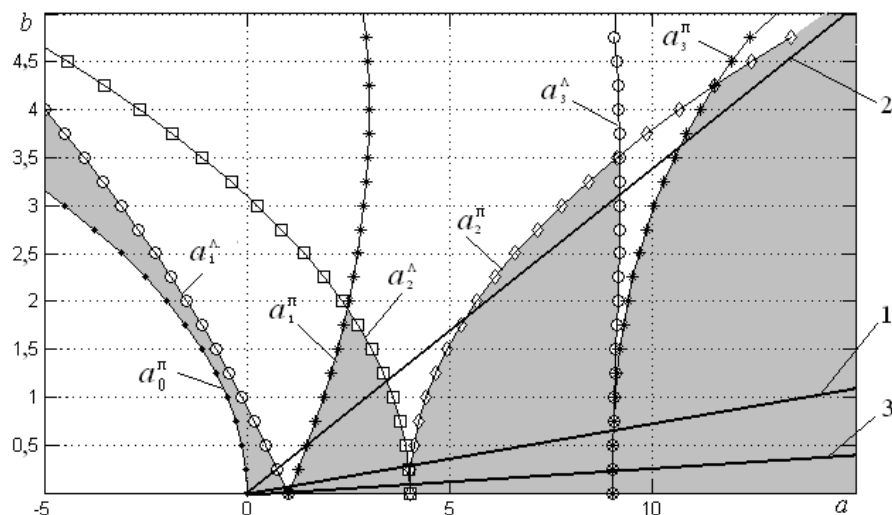


Рис.1. Діаграма Айнса-Стретта стійкості параметричних коливань (затінено області нестійких коливань): 1 – при $\mu = 0,18$ (зачеплення прямозубе без зазорів); 2 – $\mu = 1$ (за наявності зазорів у зачепленні); 3 – $\mu = 0,09$ (зачеплення косозубе)

Похилі прямі характеризують параметричні коливання епіциклу для певного значення μ глибини пульсації жорсткості відповідно до рівняння $b = \mu a/2$. Параметричним

резонансам відповідають точки граничних кривих з координатами $a=(1; 4; 9; \dots)$. При $a=1$ маємо умову прояву основного параметричного резонансу у вигляді $k_0 = 0,5\omega$.

Швидкість руху тролейбуса залежить від кутової швидкості водила ω_H і з урахуванням виразів (1) визначається за формулою

$$V_T = \frac{\omega R}{(z_s + z_p)n_p},$$

де R – радіус рушійного колеса.

Встановлено критичні значення швидкості тролейбуса, км/год, в інтервалах значень $[19,2\dots19,3]$ і $[11,02\dots11,03]$ для перших двох параметричних резонансів.

Висновки

1. Порівняльний аналіз зон нестійкості параметричних коливань епіциклу свідчить про меншу ймовірність прояву резонансів для точних косозубих планетарних передач (див. рисунок, пряма 3) та відповідне збільшення – за наявності зазорів у зачепленні (пряма 2).

2. Інтервал критичних значень швидкості тролейбуса при перших двох параметричних резонансах не перевищує 0,1 км/год.

Література

1. Lin, J. *Structured vibration characteristics of planetary gears with unequally spaced planets* / J. Lin, G. Parker // *Journal of Sound and Vibration*. – 233 (5), 2000, P. 921 – 928.
2. Parker, R. G. *Vibration modes of planetary gears with unequally spaced planets and elastic ring gear* / R. G. Parker, Wu Xionghua // *Journal of Sound and Vibration*, – 329. – 2010, P. 2265 – 2275.
3. Parker R.G. *Non-linear dynamic response of a spur gear pair: modelling and experimental comparisons* / R.G. Parker, S.M. Vijayakar, T. Imajo // *Jornal of Sound and Vibration*. 2000. V. 273, Iss. 3. P. 435 – 455. doi.org/10.1006/jsvi.2000.3067.
4. Яглінський В.П. Вплив параметричних коливань на втомну міцність епіциклу колісного редуктора / В.П. Яглінський, С.С. Гутыря, А.М. Чанчин, В.М. Жеглова // *Вісник НТУ «ХП»*. Зб. наук. пр. Проблеми механічного приводу. №25 (1247), 2017. – С. 169 – 175. <http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/31880>.
5. Victor Yaglinskiy, Sergiy Gutyrya, Andriy Chanchin. *Parametrical Fluctuations of Epicycle in Wheel Gearboxes* / *British Journal of Applied Science & Technology*. – № 15(2). – 2016. – P. 1 – 7. DOI:10.9734/BJAST/2016/24685. <http://sciencedomain.org/abstract/13730>
6. Калинин Д.В. *Моделирование нелинейных колебаний цилиндрических зубчатых передач авиационных приводов* / *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета*, Том 14, № 3, Ч.1, 2015. – С. 183 – 192.
7. Дорофеев В.Л. *Экспериментальное и теоретическое исследование бифуркаций вибраций в авиационных трансмиссиях* / В.Л. Дорофеев, В.В. Голованов, С.Г. Гукасян, Д.В. Дорофеев, В.Г. Сторчак // *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета*, Том 14, № 3, Ч.1, 2015. – С. 193–202
8. Kahraman A. *A deformable body dynamic analysis of planetary gears with thin rims* / A. Kahraman, A.A. Kharazi, M.A. Umrani // *Jornal of Sound and Vibration*, 2003, 262, pp. 752 – 768.
9. Kahraman A., Vijayakar S. *Effect of internal gear flexibility on the quasi-static behavior of a planetary gear set*. *Transaction of ASME, Journal of Mechanical Design*, 2001, 123, pp. 408 – 415.
10. Тимошенко С.П. *Колебания в инженерном деле* / С.П. Тимошенко, Д.Х. Янг, У. Уивер // – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.