

УДК 539.3

ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЕЛЕМЕНТІВ СОНЯЧНИХ БАТАРЕЙ

Бабенко А.Є., Боронко О.О., Трубачев С.І.
КПІ ім. Ігоря Сікорського, м. Київ, Україна

***Анотація.** Представлен метод визначення динамічних характеристик багатошарових конструкцій, який базується на варіаційно-сітковому підході побудови скінченновимірних функціоналів, та їх мінімізації методом покоординатного спуску. Для визначення першої власної частоти та форми в роботі використовується метод квазістатичних ітерацій, а для другої та більш високих-метод підвищення жорсткостей, який оснований на використанні мінімаксних властивостей функціонала Релея-Рітца. Проведені розрахунки власних частот та форм коливань фотоелектричних модулів сонячних батарей.*

***Ключові слова.** Багатошарові конструкції, власні частоти коливань, власні форми коливань, метод підвищення жорсткостей, метод квазістатичних ітерацій, сонячні батареї, фотоелектричні модулі.*

Багатошарові конструкції знайшли широке впровадження в промисловість тому діагностика та аналіз міцності та надійності таких конструкцій є актуальною задачею. Саме такими конструкціями є сонячні батареї. Фотоелектричний модуль сонячних батарей являє собою шаруватий композит з жорсткими зовнішніми шарами і відносно податливим шаром наповнювача. В промисловості широко використовуються тришарові пластини з скляними зовнішніми шарами та основним шаром з полівінілбутирала (ПВБ) [1,2]. В процесі експлуатації шаруваті фотоелектричні модулі сонячних батарей зазнають вплив вібраційного навантаження, тому визначення динамічних характеристик даних конструкцій є необхідним для розрахунку на міцність. Внаслідок складної геометричної форми багатошарових систем, умов закріплення та видів навантаження аналітичні методи розрахунку виявляються не завжди ефективними, тому доцільно застосовувати чисельні методи розрахунку. В даній роботі використовується метод, що базується на варіаційно-сітковому підході. При цьому нескінченномірний простір допустимих функцій замінюється скінченномірним шляхом дискретизації досліджуемого об'єкта на скінченне число підобластей та апроксимації шуканих функцій в цих підобластях. Для шаруватих пластинчато-оболонкових систем в якості базової підобласті використовується трикутний елемент, в якому на відміну від інших моделей, застосовуються різні апроксимації переміщень за шарами. Переміщення в тонких несучих шарах апроксимуються лінійними та неповним кубічним поліномами, а для наповнювача приймається гіпотеза про лінійний розподіл переміщень по товщині. Використання даної моделі дає можливість визначити напружено-деформований стан, як кожного шару окремо, так і всього пакету в цілому. Слід підкреслити, що такий підхід дозволяє проаналізувати напружено-деформований стан багатошарових систем як з м'яким, так і з жорстким заповнювачем. При дослідженні міцності фотоелектричних модулів сонячних батарей, що знаходяться під дією вібраційних навантажень, основна складність полягає у визначенні спектру власних частот і форм коливань. В даній роботі для визначення спектра власних частот та форм коливань пропонується використовувати новий метод-метод підвищення жорсткостей, який оснований на використанні мінімаксних властивостей функціонала Релея-Рітца. При використанні метода підвищення жорсткостей для визначення 2-ї та більш високих власних частот та власних форм необхідно вирішити задачу мінімізації функціонала типу Релея

$$I(\vec{v})_{\vec{v} \in R^N} = \frac{U_h(\vec{v}) + c \sum_{n=1}^{l-1} \left(\sum_{i=1}^N \frac{\partial T_h}{\partial z_i^{(n)}} v_i \right)^2}{T_h(\vec{v})} \quad (1)$$

Для визначення першої власної частоти та форми в роботі використовується метод квазістатичних ітерацій. Функціонал, який необхідно мінімізувати при використанні метода квазістатичних ітерацій має вигляд

$$I = \int_V U dV - \omega^2 \int_V T dV \quad (2)$$

де U и T - квадратичні форми, які є амплітудами потенціальної та кінетичної енергій.

Мінімізація побудованих функціоналів в даній роботі здійснюється методом покоординатного спуску. Величина кроку визначається з умови максимальної швидкості зменшення приросту функціонала ΔI^{k+1} . Застосування метода покоординатного спуску дозволяє запобігти відомим проблемам, що пов'язані з формуванням, оперуванням та зберіганням глобальних матриць мас, та жорсткостей, які мають велику розмірність при розв'язку задач динаміки. Окрім того метод по координатного спуску є стійкий ітераційний метод відносно помилок, що обумовлені точністю розв'язання задачі на ПЕОМ. Метод підвищення жорсткостей є найбільш ефективним та економічним методом з точки зору обчислювальних ресурсів порівняно з традиційним методом, в якому кожна наступна форма і частота знаходиться шляхом мінімізації на підпросторі, що ортогональний всім попереднім знайденим власним векторам. Слід підкреслити, що метод підвищення жорсткостей дозволяє визначити весь спектр власних частот і форм коливань, включаючи кратні, що важливо при розв'язуванні задачі о вимушених коливаннях механічних систем. В таблиці 1 приведені результати розрахунку перших десяти власних частот фотоелектричного модуля сонячної батареї. При розрахунку вимушених коливань шукані функції розкладаються в ряд Фур'є за власними формами коливань. Зовнішнє та внутрішнє в'язке тертя може бути враховано за умови, що матриця демпфування пропорційна матриці жорсткості або матриці мас.

Таблиця 1.
Власні частоти тришарового фотоелектричного модуля з середнім шаром з ПВБ

№	ω , Гц	№	ω , Гц
1	77,31435	6	697,9014
2	226,2717	7	1004,343
3	398,9698	8	1023,139
4	527,2266	9	1138,941
5	558,7838	10	1441,973

Список літератури:

- Schulze, S.-H., Pander, M., Naumenko, K. und Altenbach, H. "Analysis of laminated glass beams for photovoltaic applications". In: *International Journal of Solids and Structures* 49(15-16), 2012, S. 2027–2036. ISSN: 0020-7683. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2012.03.028.
- Assmus, M., Naumenko, K. und Altenbach, H. "A multiscale projection approach for the coupled global-local structural analysis of photovoltaic modules". In: *Composite Structures* 158, 2016, S. 340–358. ISSN: 02638223. DOI: 10.1016/j.compstruct.2016.09.036.