

УДК 629.1.01

РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ ПРО ВЗАЄМОДІЮ ДЕФОРМІВНОГО ПРИВІДНОГО КОЛЕСА З ДЕФОРМІВНОЮ ОСНОВОЮ

В.П. Ковбаса

ВНАУ, м. Вінниця, Україна

***Анотація.** В публікації розглянуто теоретичні передумови аналітичного розв'язання контактної задачі взаємодії привідного деформівного колеса, що навантажене силою ваги та прикладеним до нього крутним моментом, із деформівною основою. Задача розв'язувалась у плоскій постановці з використанням методів теорії пружності. Для визначення функції розподілу сил за довжиною контакту застосовані методи теоретичної механіки та математичного аналізу. Для визначення абсолютних деформацій поверхонь колеса та основи використовувались бігармонічні потенціальні функції. В процесі розв'язання визначено розподіл сил за довжиною зони контакту, границі зони та компоненти абсолютних деформацій поверхонь колеса та основи. Функціональні залежності розподілу сил та розміри зони контакту дають можливість визначити аналітично функцію коефіцієнта опору перекочування, а наявність функціональних залежностей компонент абсолютних деформацій поверхонь колеса та основи – зони буксування, зчеплення та ковзання. Отримані результати дають підстави для поглиблення досліджень взаємодії пневматичних коліс машин різних геометричних форм та розмірів з різними за механічними властивостями основами.*

***Ключові слова:** деформівне колесо; деформівна основа; зона контакту; абсолютні деформації; бігармонічні потенціальні функції*

Аналіз стану досліджень. При проектуванні та експлуатації машин із колісними рушіями виникають задачі про забезпечення несучої здатності основи, тягово-зчіпних характеристик забезпечення мінімальних витрат енергії на перекочування та інші. Всі ці задачі пов'язані з умовами контакту поверхні деформівного колеса з поверхнею основи. Слід зазначити, що розв'язанню цих задач у загальному вигляді приділяється недостатньо уваги. Існують класичні розв'язки взаємодії колеса з деформівною основою [1, 2]. Але до недоліків таких розв'язків слід віднести відсутність в постановці задачі прикладеної рушійної сили та аналізу деформацій в зоні контакту при прикладанні зосереджених сил: це не дозволяє визначити вплив більшості факторів, які впливають на зміни деформацій на поверхнях колеса та основи. Існують також методи досліджень взаємодії колеса з основою, які ґрунтуються на чисто експериментальних дослідженнях [3]. Але слід зазначити, що недоліком цих методів є відсутність спільності для широкого спектру змін параметрів, властивостей та режимів взаємодії. Разом із тим, у зв'язку з поширенням прикладних програм чисельного моделювання процесів на основі використання методів скінченних елементів широкого поширення набули розв'язки конкретних задач із конкретними сталими навантаженнями та механічними властивостями колеса та основи. Ці розв'язки отримуються для конкретних крайових умов [4], що також обмежує їх спільність.

Мета і задачі досліджень. Мета досліджень полягала у визначенні розподілу тиску в зоні контакту деформівне колесо- деформівне середовище та встановлення границь зони контакту при взаємодії деформівного привідного колеса з деформівною основою.

Задачами досліджень були: визначення розподілу тиску по поверхні контакту та встановлення границь зони контакту на основі розв'язання плоскої задачі з квазілінійним зв'язком напружень зі швидкостями деформацій.

В результаті розв'язку цих задач були визначені компоненти абсолютних деформацій колеса та основи в межах границь зони контакту.

Шлях розв'язання задачі та результати досліджень. У загальному вигляді формалізація задачі була такою: деформівне колесо радіусу r_k зі сталими деформівними властивостями (модулем пружності та коефіцієнтом бічного розширення) діє на деформівну основу в площині контакту xz із вертикальною координатою $y=0$, яка має також сталі

деформівні властивості. При цьому до колеса прикладена вертикальна масова сила та крутний момент. Для формалізації взаємодії введені координати середовища $x, z, y = 0$ та координати колеса ξ, η . Загальна схема наведена на рис. 1, де прийняті такі позначення: $P = m g$ – сила ваги, P_ξ – розподілена по кривій контакту сила ваги, $P_{m\xi}$ – розподілена по поверхні контакту сила опору перекошуванню (вважається поперечна складова за $y = 0$), M – крутний момент, прикладений до колеса, V_m – швидкість (напрямок) переміщення колеса, r – радіус колеса, T – приведена до площини контакту дотична сила (рушійна сила), T_ξ – приведена до площини контакту розподілена дотична сила (розподілена рушійна сила), h – сумарна вертикальна деформація колеса та основи, a, a_1 – передня та задня границі зони контакту, відповідно.

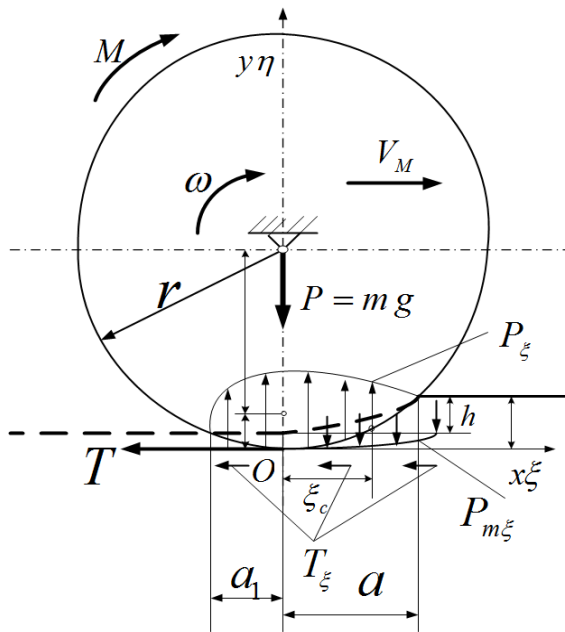


Рис. 1- Схема взаємодії деформівного привідного колеса з деформівною основою

За умовами задачі на поверхні контакту відомі зосереджені сили. Виходячи з такої постановки, задача повинна розв'язуватись у переміщеннях (у межах лінійної теорії пружності). Для розв'язання задачі використовуються рівняння Ляме з урахуванням умов на поверхні контакту. Разом із тим, за умови забезпечення форми фізичних рівнянь, що приводить рівняння типу Ляме до еліптичної форми, може розв'язуватися й задача пружнов'язкості (за умови зведення рівнянь до форми, яка виключає змінну часу деформування шляхом заміни його функцією розповсюдження напружень для конкретного середовища). У цьому випадку постає задача про знаходження швидкостей переміщень шляхом розв'язання рівнянь Ляме з урахуванням умов на границі зони контакту. Для плоскої постановки такої задачі відоме рішення [5, 6] у вигляді:

$$\begin{aligned}
 u_p[x, 0] &= -M_p \int_{a_1}^a \left((-T_\xi + \nu_p (-P_\xi + P_{m\xi})) \frac{Bt}{t^2 + (x+t-\xi)^2} \right) d\xi; \\
 v_p[x, 0] &= M_p \int_{a_1}^a \left((-P_\xi + P_{m\xi} + \nu_p T_\xi) \frac{Bt}{t^2 + (x+t-\xi)^2} \right) d\xi; \\
 u_k[x, 0] &= -M_k \int_{a_1}^a \left((T_\xi + \nu_k (P_\xi - P_{m\xi})) \frac{Bt}{t^2 + (x+t-\xi)^2} \right) d\xi; \\
 v_k[x, 0] &= M_k \int_{a_1}^a \left((P_\xi - P_{m\xi} + \nu_k T_\xi) \frac{Bt}{t^2 + (x+t-\xi)^2} \right) d\xi, \\
 M_p &= \frac{e^{-\frac{G_p t}{\mu_p}} (-1 + e^{\mu_p})}{6G_p (1 + \nu_p)}, M_k = \frac{e^{-\frac{G_k t}{\mu_k}} (-1 + e^{\mu_k})}{6G_k (1 + \nu_k)},
 \end{aligned} \tag{3}$$

де $u_p[x,0], v_p[x,0], u_k[x,0], v_k[x,0]$ – переміщення в напрямку поздовжньої та вертикальної осей координат поверхонь контактуючих тіл у зоні контакту для основи та колеса $\{a_1, a\}$, відповідно; $T_\xi, P_\xi, P_{m\xi}$ – розподілені сили у зоні контакту, відповідно: дотична; вертикальна від дії сили ваги, що приведена до колеса; та сила вертикальної реакції опору перекочування, що утворюється в зоні контакту $\{0, a\}$ та спричинена моментом опору коченню, M_k, M_p – деформівні властивості колеса та матеріалу основи, де $G_p, G_k, \mu_p, \mu_k, \nu_p, \nu_k$ – модулі пружності, в'язкості зсувних деформацій та коефіцієнти бічного розширення для основи та колеса відповідно.

До рівняння (1) входять складові розподілених сил по довжині зони контакту, що підлягають визначенню з умов задачі.

У першому наближенні, крива, по якій розподілені сили за довжиною контакту, може бути представлена на відрізку $a_1 - a$ залежністю $\eta = r - \sqrt{r^2 - \xi^2}$, але слід відзначити, що в подальшому інтегруванні виразів (1) такий вигляд кривої може призвести до певних ускладнень. Тому шляхом розкладання в ряд Маклорана цього виразу можна прийти до вигляду кривої $\eta_n = \xi^2/2r$. При цьому при змінах ξ до $0.2r$ обидві криві, а також їхні похідні та інтегральні функції в достатній мірі узгоджуються. Аналогічне представлення кривої зони контакту наведено в дослідженнях О. Ю. Ішлінського [1].

Не вдаючись у подробиці отримання виразів складових зосереджених сил, що прикладені до колеса, можна отримати розподілення по кривій контакту складових сил із використанням криволінійних інтегралів. Ураховуючи те, що сили розподілені по кривій, можна скласти вирази, де зліва стоїть диференціальний вираз сумарної зосередженої сили P , що розподілена по прямій (за довжиною відрізка контакту $\{a_1; a\}$), а справа – аналогічний вираз для розподіленої по кривій сили P_ξ :

$$v_p[x,0] \frac{d}{d\xi} \left(\int \frac{P}{(a-a_1)} d\xi \right) = \frac{d}{d\xi} \left(\int \left(P_\xi \sqrt{1 + \left(\frac{d}{d\xi} \left(\frac{\xi^2}{2r} \right) \right)^2} \right) d\xi \right), \text{ звідки } P_\xi = \frac{P}{(a-a_1) \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{r^2}}}. \quad (2.a)$$

Аналогічно визначаються інші складові розподілених сил (дотичної T_ξ та сили опору перекочуванню $P_{m\xi}$):

$$\frac{d}{d\xi} \left(\int \frac{M}{r} d\xi \right) = \frac{d}{d\xi} \left(\int T_\xi \sqrt{1 + \left(\frac{d}{d\xi} \left(\frac{\xi^2}{2r} \right) \right)^2} d\xi \right), \text{ звідки } T_\xi = \frac{M r \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{r^2}}}{(a-a_1)(r^2 + \xi^2)},$$

$$\frac{d}{d\xi} \left(\int (M / (r/a)) d\xi \right) = \frac{d}{d\xi} \left(\int (-P_{m\xi} (\xi - a)^2) d\xi \right), \text{ звідки } P_{m\xi} = -\frac{aM}{r(a-\xi)^2}. \quad (2.б)$$

Ці розподіли сил при підстановці в рівняння (1) і їхньому подальшому інтегруванні в загальному вигляді викликають непереборні труднощі. Тому їх можна розкласти в ряди Маклорана, й внаслідок чого вони набудуть вигляду:

$$P_n = \frac{g m (2r^2 - \xi^2)}{2(a-a_1)r^2}; \quad T_n = \frac{M (2r^2 - \xi^2)}{2(a-a_1)r^3}; \quad P_{mn} = -\frac{M (a^2 + 2a\xi + 3\xi^2)}{a^3 r}. \quad (3)$$

Про збіжність виразів (2.a) та (2.б) можна зробити висновок із аналізу їхніх графіків (рис.2).

Підстановка виразів (3) у рівняння (1) та їхнє подальше інтегрування дозволяють отримати вирази абсолютних переміщень двох тіл у зоні контакту $\{a_1; a\}$. З використанням

виразів (1) для вертикальних переміщень поверхні колеса $v_k[x,0]$ та поверхні основи в межах зони контакту можна визначити границі цієї зони. Умови визначення передньої та задньої границь можуть бути такими: на задній границі зони контакту деформація поверхні колеса (виходячи з того, що $\eta_n = \xi^2/2r$) дорівнює $v_k|_{\xi=a_1} = a_1^2/2r$. В передній частині зони контакту $(v_k - v_p)|_{\xi=a} = 0$. Виходячи з цих умов, границі зони контакту будуть визначені з системи двох рівнянь і становитимуть:

$$a_1 = -\sqrt{6} \sqrt{g M_k m v_k + \frac{M_k M v_k}{r}} / \sqrt{\frac{3r^2 + g M_k m r v_k + M_k M v_k}{r^3}};$$

$$a = \frac{\sqrt{2} \sqrt{6 M_k M r^2 v_{1k} + g M_k m r^3 v_k + 6 M M_p r^2 v_p + g m M_p r^3 v_p + M_k M r^2 v_k - M M_p r^2 v_p}}{\sqrt{g M_k m r v_k + g m M_p r v_p + M_k M v_k - M M_p v_p}}$$

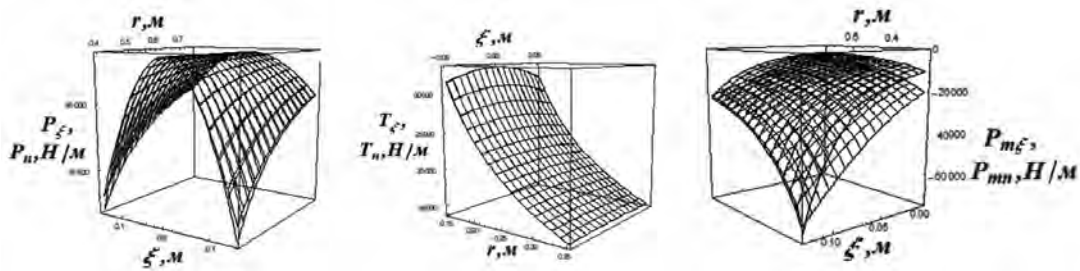


Рис. 2 Графіки залежностей розподілених сил (2.a) і (2.б) та розкладених в ряди Маклорана (3)

Висновки. В результаті проведених досліджень отримані аналітичні залежності розподілу сил у зоні контакту деформівного колеса з деформівною основою, визначені границі зони контакту та компоненти абсолютних деформацій поверхні колеса та поверхні основи.

Отримані залежності дають підстави для проведення більш глибоких досліджень взаємодії деформівного колеса з деформівною поверхнею з урахуванням розгорнутих показників деформівних властивостей колеса та поверхні основи в просторовій постановці.

Результати подальших досліджень дадуть можливість оптимізації геометричних параметрів та механічних властивостей деформівних коліс із метою забезпечення мінімуму сил опору перекочуванню колеса, забезпечення максимального тягового зчеплення та мінімуму ковзання (буксування) коліс для різних опорних поверхонь.

Список літератури:

1. Ишлинский, А.Ю. О качении жестких и пневматических колес по деформируемому грунту. Прикладные задачи механики: Кн. 1 / А.Ю. Ишлинский. – М.: Наука, 1986. – С. 293-314.
2. Золотаревская, Д.И. Основы теории и методы расчета уплотняющего воздействия на почву колесных движителей мобильной сельскохозяйственной техники: дисс.... доктора техн. наук: 05.20.01. / Д.И. Золотаревская. – Москва, – 1997. – 432 с.
3. Shahgholi, Gholamhossein.. Measuring soil compaction and soil behavior under the tractor tire using strain transducer / Gholamhossein Shahgholi, Mohammadreza Abuali. – Journal of Terramechanics. –2015. – V. 59. – PP. 19-25.
4. Recuero, Antonio. A high-fidelity approach for vehicle mobility simulation: Nonlinear finite element tires operating on granular material / Antonio Recuero, Radu Serban, Bryan Peterson, Hiroyuki Sugiyama, Paramsothy Jayakumar, Dan Negrut. – Journal of Terramechanics. –2017. – V. 72. – PP. 39-54.
5. Александров, В.М. Введение в механику контактных взаимодействий / В.М. Александров, М. И. Чебаков. – Москва, Ростов-на-Дону, 2007. – 114 с.
6. Попов, В.Л. Механика контактного взаимодействия и физика трения / В.Л. Попов. – М. ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 352 с.