

Лабораторна робота № _

ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗПОДІЛУ НОРМАЛЬНИХ НАПРУЖЕНЬ В ПОПЕРЕЧНОМУ ПЕРЕРІЗІ БАЛКИ ПРИ ЧИСТОМУ ПЛОСКОМУ ЗГИНАННІ

Метою роботи є експериментальне підтвердження теоретичних положень щодо розподілу нормальних напружень в поперечному перерізі балки при чистому плоскому згинанні.

Зміст роботи

На ділянці балки, на якій виконуються умови чистого плоского згинання, у п'ятьох точках поперечного перерізу, розташованих на різних відстанях від нейтральної лінії, експериментально і теоретично визначаються нормальні напруження. Порівняння результатів експерименту з результатами розрахунку підтверджує теоретичні положення щодо розподілу нормальних напружень в поперечному перерізі балки при чистому плоскому згинанні.

Теоретичні положення

При плоскому згинанні всі зовнішні сили діють в одній площині, що називається силовою, силова площина проходить через вісь стержня, силова лінія (лінія перетину силової площини із площиною поперечного перерізу) збігається з однією з головних центральних осей перерізу, а нейтральна лінія – з іншою, перпендикулярною до неї, головною центральною віссю. При чистому згинанні – із шести внутрішніх силових факторів, які можуть діяти в поперечному перерізі, відмінним від нуля є тільки згинальний момент. У разі чистого плоского згинання прямого стержня (балки) в його поперечних перерізах виникають нормальні напруження, які у будь-якій точці перерізу на відстані y від нейтральної лінії (осі z) визначаються за формулою К.Нав'є (Claude-Louis Marie-Henri Navier 1785-1836):

$$\sigma(y) = \frac{M_z y}{J_z}, \quad (7.1)$$

де M_z – згинальний момент, J_z – момент інерції перерізу.

Незалежно від форми і розмірів поперечного перерізу балки нормальні напруження:

- в точках нейтральної лінії завжди дорівнюють нулю;
- лінійно зростають в міру віддалення від нейтральної лінії;
- максимального значення (σ_{max}), досягають в найбільш віддалених від нейтральної лінії волокнах (повдовжніх, паралельних осі стержня елементах нескінченно малих поперечних перерізів, на які може бути поділений стержень).

Методика експериментального дослідження

Двохопорна балка 1 (рис. 7.1) двотаврового поперечного перерізу піддається плоскому згинанню двома рівними зосередженими силами $P/2$, які виникають при прикладанні до системи сили P шляхом закручування гвинта 2. Сила P вимірюється динамометром 3 за показами індикатора 4.

На ділянці балки, на якій виконуються умови чистого плоского згинання, вимірювальною системою за допомогою наклеєних на поверхню балки тензорезисторів (рис. 7.2) визначаються деформації волокон, розташованих на різній відстані від нейтрального шару. Тензорезистори 1–5, деформуючись разом із волокнами балки, змінюють свій електричний опір, що викликає появу у вимірювальних ланцюгах електричних сигналів, пропорційних деформаціям. Сигнали підсилюються, перетворюються у цифрову форму і надходять у комп'ютер. Комп'ютер, відповідно до коефіцієнту чутливості тензорезисторів, масштабує сигнали так, що їх значення стають рівними значенням абсолютних подовжень (укорочень) тензорезисторів і відображує ці значення на моніторі. Отримані абсолютні подовження (укорочення) тензорезисторів та відома їх початкова довжина (база тензорезисторів) дозволяють розрахувати відносні лінійні деформації тензорезисторів, а отже і волокон разом із якими вони деформуються.

За деформаціями волокон, вважаючи, що волокна не тиснуть одне на одне, а тому має місце

									Лист
									7.1
Зм.	Лист	№ докум.	Підпис	Дата	Лабораторна робота № 7				

лінійний напружений стан, на підставі закону Гука обчислюються напруження.

Формула (7.1) ґрунтується на припущенні, що залежність між силами і деформаціями відповідає закону Гука (деформації прямо пропорційні силам), але як відомо за результатами випробувань матеріалів на розтягання, при напруженнях, які перевищують границю пропорційності, закон Гука порушується. Тому, для коректного порівняння теоретичних і експериментальних результатів необхідно, щоб при проведенні експериментів напруження в будь-якій точці поперечного перерізу балки не перевищували границю пропорційності $\sigma_{пц}$.

Оцінка похибки результатів експериментального визначення нормальних напружень в поперечному перерізі балки при чистому плоскому згинанні і оцінка точності теоретичної формули для визначення цих напружень потребують дотримання певних метрологічних процедур, використання методів планування експерименту та статистичної обробки його результатів, які викладаються у курсах спеціальних учбових дисциплін. У даній лабораторній роботі застосовується спрощений підхід: визначається абсолютне та відносне відхилення теоретично розрахованих напружень від усереднених напружень, визначених за результатами серії експериментів.

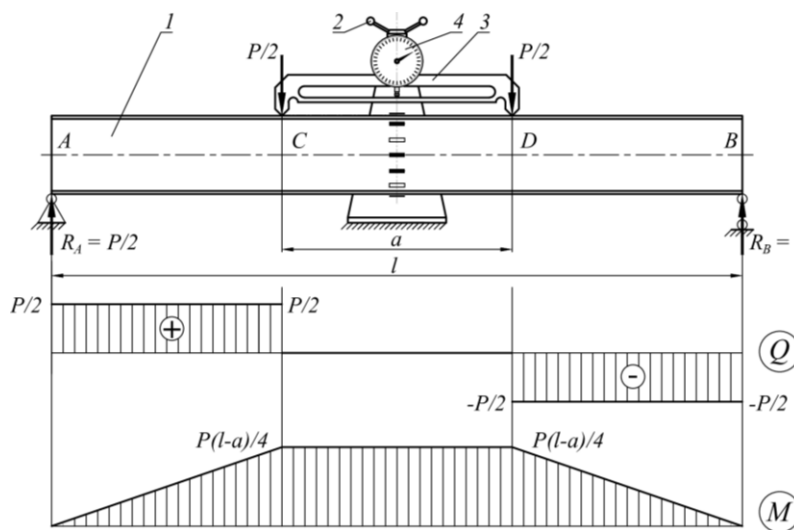


Рис. 7.1. Схема навантаження балки

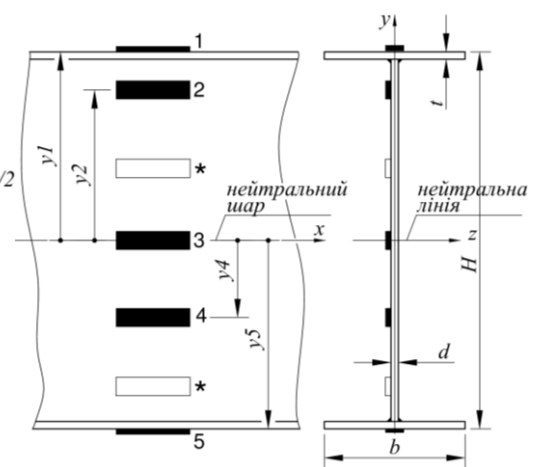


Рис. 7.2. Схема розташування тензорезисторів.
(1-5 – робочі; * – резервні)

Вихідні дані

Довжина балки, $l = 900$ мм.

Відстань між точками прикладання сил, $a = 300$ мм.

Розміри поперечного перерізу (рис. 7.2):

висота, $h = 102$ мм;

ширина полки, $b = 38$ мм;

товщина полки, $t = 2$ мм;

товщина стінки, $d = 2$ мм.

Матеріал балки: лист із алюмінієвого сплаву Д16Т товщиною 2 мм, ГОСТ 21631-76.

Модуль пружності, $E = 72$ ГПа.

Границя пропорційності, $\sigma_{пц} = 245$ МПа.

Відстань від нейтрального шару до місць розташування тензорезисторів:

$y_1 = +51$ мм;

$y_2 = +41$ мм;

$y_3 = 0$;

$y_4 = -21$ мм;

$y_5 = -51$ мм.

База тензорезисторів, $l_T = 20$ мм.

Коефіцієнт чутливості тензорезисторів, $K = (\Delta R/R_0)/(\Delta l_T/l_T) = 2,1$.

Ціна позначки індикатора динамометра: 30 Н.

Зм.	Лист	№ докум.	Підпис	Дата

Порядок виконання роботи

1. Визначити ділянку балки, на якій виконуються умови чистого плоского згинання:

– побудувати епюри поперечних сил і згинальних моментів від дії на балку сил $P/2$.

З умови рівності нулю суми проєцій усіх сил на вертикаль та зважаючи на симетричність схеми навантаження, опорні реакції $R_A = R_B = P/2$. Поперечні сили і згинальні моменти у характерних перерізах балки:

$$Q_A = \frac{P}{2}; \quad Q_{C(\text{лів})} = \frac{P}{2}; \quad Q_{C(\text{прав})} = 0; \quad Q_{D(\text{лів})} = 0; \quad Q_{D(\text{прав})} = -\frac{P}{2}; \quad Q_B = -\frac{P}{2};$$

$$M_A = 0; \quad M_C = \frac{P(l-a)}{4}; \quad M_D = \frac{P(l-a)}{4}; \quad M_B = 0.$$

Побудовані епюри наведені на рис. 7.1.

– визначити положення головних центральних осей перерізу (обґрунтувати, що осі y і z , позначені на рис. 7.2 є головними центральними осями перерізу):

– обґрунтувати, що на ділянці CD виконуються умови чистого плоского згинання (зазначити які саме умови виконуються):

2. Визначити положення нейтральної лінії в перерізі балки (обґрунтувати, що нейтральна лінія збігається із віссю z , позначеною на рис. 7.2):

3. Виконати розрахунок на допустиме навантаження: визначити допустиму силу $[P]$ з умови, що напруження в будь-якій точці поперечного перерізу балки не повинні перевищувати границю пропорційності $\sigma_{\text{пц}}$:

– момент інерції поперечного перерізу відносно головної центральної осі z

$$J_z = \frac{d(H-2t)^3}{12} + 2 \left(\frac{bt^3}{12} + \left(\frac{H}{2} - t \right)^2 \cdot bt \right) =$$

=

;

– момент опору поперечного перерізу відносно головної центральної осі z

$$W_z = \frac{2J_z}{H} =$$

;

– найбільше нормальне напруження σ_{max} у поперечному перерізі на ділянці балки, де виконуються умови чистого плоского згинання від дії на систему сили $[P]$

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_z}{W_z} = \frac{[P](l-a)}{4W_z};$$

– допустима сила $[P]$ з умови $\sigma_{\text{max}} \leq \sigma_{\text{пц}}$

$$[P] = \frac{4\sigma_{\text{пц}}W_z}{l-a} =$$

4. Визначити за результатами експерименту нормальні напруження у поперечному перерізі балки в місцях розташування тензорезисторів, які відповідають ступеню навантаження P^* :

– здійснити початкове навантаження системи силою $P_0 = 300$ Н. Значення абсолютних подовжень (укорочень) тензорезисторів занести в таблицю 7.1;

					<i>Лабораторна робота № 7</i>	Лист
Зм.	Лист	№ докум.	Підпис	Дата		7.3

Сила P , Н	Абсолютні подовження (укорочення) тензорезисторів, мм					№ ступіня навантаження, i	Збільшення сили P^* , Н	Абсолютні подовження (укорочення) тензорезисторів, які відповідають збільшенню сили на P^* , мм						
	Δl_{T1}^i	Δl_{T2}^i	Δl_{T3}^i	Δl_{T4}^i	Δl_{T5}^i			Δl_{T1}^{*i}	Δl_{T2}^{*i}	Δl_{T3}^{*i}	Δl_{T4}^{*i}	Δl_{T5}^{*i}		
						1								
						2								
						3								
						4								
Середні значення $\overline{\Delta l_{Ti}^*}$, мм:														

– здійснити чотири рівні ступені навантаження послідовно збільшуючи силу P на величину $P^* = 300$ Н. Значення абсолютних подовжень (укорочень) тензорезисторів $\Delta l_{T1}^i, \dots, \Delta l_{T5}^i$, визначених за результатами кожного (i -того) збільшення сили P занести в таблицю 7.1.

– порівняти найбільшу силу P_{max} , що діяла на систему під час проведення експерименту із визначеною у пункті 4 допустимою силою $[P]$. Зробити обґрунтований висновок щодо виконання необхідної умови для коректного порівняння теоретичних і експериментальних результатів:

– за даними, внесеними в таблицю, визначити абсолютні подовження (укорочення) тензорезисторів $\Delta l_{T1}^{*i} = \Delta l_{T1}^{*i} - \Delta l_{T1}^{*(i-1)}, \dots, \Delta l_{T5}^{*i} = \Delta l_{T5}^{*i} - \Delta l_{T5}^{*(i-1)}$, які відповідають кожному з чотирьох (i -тих) ступенів навантаження. Обчислити їх усереднені за результатами серії експериментів з чотирьох ступенів навантаження значення $\overline{\Delta l_{T1}^*}, \dots, \overline{\Delta l_{T5}^*}$.

$$\overline{\Delta l_{T1}^*} = \frac{\Delta l_{T1}^{*1} + \Delta l_{T1}^{*2} + \Delta l_{T1}^{*3} + \Delta l_{T1}^{*4}}{4} = ;$$

$$\overline{\Delta l_{T2}^*} = \frac{\Delta l_{T2}^{*1} + \Delta l_{T2}^{*2} + \Delta l_{T2}^{*3} + \Delta l_{T2}^{*4}}{4} = ;$$

$$\overline{\Delta l_{T3}^*} = \frac{\Delta l_{T3}^{*1} + \Delta l_{T3}^{*2} + \Delta l_{T3}^{*3} + \Delta l_{T3}^{*4}}{4} = ;$$

$$\overline{\Delta l_{T4}^*} = \frac{\Delta l_{T4}^{*1} + \Delta l_{T4}^{*2} + \Delta l_{T4}^{*3} + \Delta l_{T4}^{*4}}{4} = ;$$

$$\overline{\Delta l_{T5}^*} = \frac{\Delta l_{T5}^{*1} + \Delta l_{T5}^{*2} + \Delta l_{T5}^{*3} + \Delta l_{T5}^{*4}}{4} = .$$

Результати розрахунків занести в таблицю 7.1.

– зважаючи, що тензорезистори приклеєні до поверхні балки, визначити усереднені за результатами серії експериментів відносні лінійні деформації матеріалу її волокон в місцях розташування тензорезисторів, які відповідають збільшенню сили на P^* за формулами:

$$\varepsilon(y_1) = \frac{\overline{\Delta l_{T1}^*}}{l_T} = ;$$

$$\varepsilon(y_2) = \frac{\overline{\Delta l_{T2}^*}}{l_T} = ;$$

$$\varepsilon(y_3) = \frac{\overline{\Delta l_{T3}^*}}{l_T} = ;$$

$$\varepsilon(y_4) = \frac{\overline{\Delta l_{T4}^*}}{l_T} = \quad ;$$

$$\varepsilon(y_5) = \frac{\overline{\Delta l_{T5}^*}}{l_T} = \quad .$$

– за відносними деформаціями волокон, виходячи із припущення, що волокна не тиснуть одне на одне, а тому має місце лінійний напружений стан, на підставі закону Гука визначити і занести в таблицю 7.2 усереднені за результатами серії експериментів нормальні напруження у поперечному перерізі балки в місцях розташування тензорезисторів, які відповідають збільшенню сили на P^* , за формулами:

$$\sigma(y_1)_{\text{експ}} = E\varepsilon(y_1) = \quad ;$$

$$\sigma(y_2)_{\text{експ}} = E\varepsilon(y_2) = \quad ;$$

$$\sigma(y_3)_{\text{експ}} = E\varepsilon(y_3) = \quad ;$$

$$\sigma(y_4)_{\text{експ}} = E\varepsilon(y_4) = \quad ;$$

$$\sigma(y_5)_{\text{експ}} = E\varepsilon(y_5) = \quad .$$

Таблиця 7.2

Номер тензорезистора	Відстань від нейтрального шару до місця визначення напружень (розташування тензорезистора), мм	Напруження на рівні розташування тензорезистора		Відхилення напруження розрахованого теоретично від визначеного за результатами експерименту	
		визначене за результатами експерименту $\sigma(y_i)_{\text{експ}}$, МПа	розраховане теоретично $\sigma(y_i)_{\text{теор}}$, МПа	абсолютне відхилення $\Delta\sigma(y_i)$, МПа	відносне відхилення $e(y_i)$, %
1	$y_1 = +51$ мм				
2	$y_2 = +41$ мм				
3	$y_3 = 0$ мм				
4	$y_4 = -21$ мм				
5	$y_5 = -51$ мм				
Найбільші значення $\Delta\sigma_{\text{max}}, e_{\text{max}}$:					

5. Розрахувати теретично нормальні напруження у поперечному перерізі балки в місцях розташування тензорезисторів, які відповідають ступеню навантаження P^* :

– за формулою (7.1) побудувати на рис. 7.3 епюру розподілу нормальних напружень в поперечному перерізі балки при чистому плоскому згинанні під дією сили P^* ;

– визначити за формулою (7.1) і позначити на епюрі світлими точками «○» нормальні напруження в поперечному перерізі на рівні розташування тензорезисторів:

$$\sigma(y_1)_{\text{теор}} = \frac{M_z y_1}{J_z} = \frac{P^*(l-a)y_1}{4J_z} = \quad ;$$

$$\sigma(y_2)_{\text{теор}} = \frac{M_z y_2}{J_z} = \frac{P^*(l-a)y_2}{4J_z} = \quad ;$$

$$\sigma(y_3)_{\text{теор}} = \frac{M_z y_3}{J_z} = \frac{P^*(l-a)y_3}{4J_z} = \quad ;$$

$$\sigma(y_4)_{\text{теор}} = \frac{M_z y_4}{J_z} = \frac{P^*(l-a)y_4}{4J_z} = \quad ;$$

$$\sigma(y_5)_{\text{теор}} = \frac{M_z y_5}{J_z} = \frac{P^*(l-a)y_5}{4J_z} =$$

Результати розрахунків занести в таблицю 7.2.

6. Позначити на епюрі темними точками «●» визначені у пункті 2 усереднені за результатами серії експериментів нормальні напруження у поперечному перерізі балки на рівні розташування тензорезисторів, $\sigma(y_1)_{\text{експ}}$.

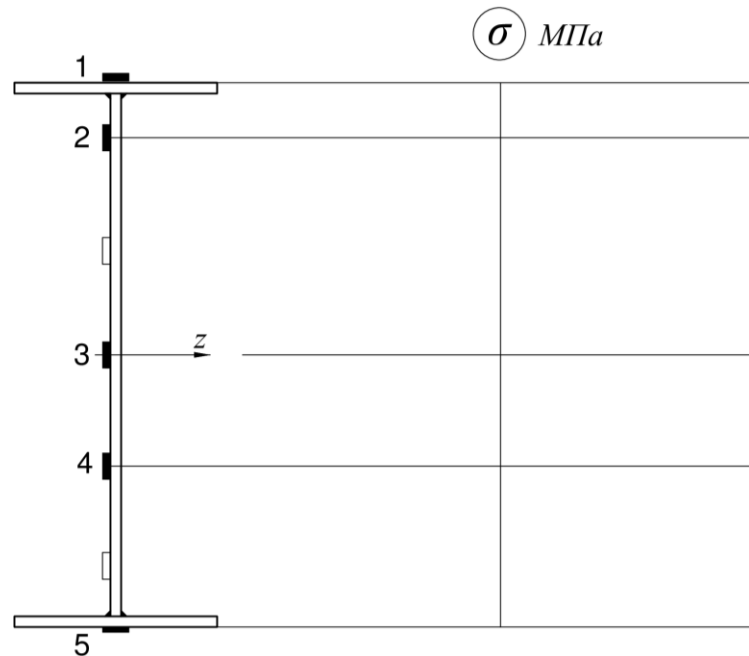


Рис. 7.3. Епюра нормальних напружень в поперечному перерізі балки при чистому плоскому згинанні (○ – результати розрахунку; ● – результати експерименту).

7. Визначити і занести у таблицю 7.2 абсолютні відхилення теоретично розрахованих напружень від усереднених напружень, визначених за результатами серії експериментів:

$$\Delta\sigma(y_1) = \sigma(y_1)_{\text{теор}} - \sigma(y_1)_{\text{експ}} = \quad ;$$

$$\Delta\sigma(y_2) = \sigma(y_2)_{\text{теор}} - \sigma(y_2)_{\text{експ}} = \quad ;$$

$$\Delta\sigma(y_3) = \sigma(y_3)_{\text{теор}} - \sigma(y_3)_{\text{експ}} = \quad ;$$

$$\Delta\sigma(y_4) = \sigma(y_4)_{\text{теор}} - \sigma(y_4)_{\text{експ}} = \quad ;$$

$$\Delta\sigma(y_5) = \sigma(y_5)_{\text{теор}} - \sigma(y_5)_{\text{експ}} = \quad .$$

Визначити і занести у таблицю 7.2 відносні відхилення теоретично розрахованих напружень від усереднених напружень, визначених за результатами серії експериментів:

$$e(y_1) = \frac{\Delta\sigma(y_1)}{\sigma(y_1)_{\text{експ}}} \cdot 100\% = \quad ;$$

$$e(y_2) = \frac{\Delta\sigma(y_2)}{\sigma(y_2)_{\text{експ}}} \cdot 100\% = \quad ;$$

$$e(y_3) = \frac{\Delta\sigma(y_3)}{\sigma(y_3)_{\text{експ}}} \cdot 100\% = \quad ;$$

$$e(y_4) = \frac{\Delta\sigma(y_4)}{\sigma(y_4)_{\text{експ}}} \cdot 100\% = \quad ;$$

					Лабораторна робота № 7	Лист
Зм.	Лист	№ докум.	Підпис	Дата		7.6

$$e(y_5) = \frac{\Delta\sigma(y_5)}{\sigma(y_5)_{\text{експ}}} \cdot 100\% =$$

Визначити і занести у таблицю 7.2 найбільші за модулем значення абсолютних та відносних відхилень теоретично розрахованих напружень від усереднених напружень, визначених за результатами експериментів:

$$\Delta\sigma_{\max} = \max\{|\Delta\sigma(y_1)|, |\Delta\sigma(y_2)|, |\Delta\sigma(y_3)|, |\Delta\sigma(y_4)|, |\Delta\sigma(y_5)|\} =$$

$$e_{\max} = \max\{|e(y_1)|, |e(y_1)|, |e(y_1)|, |e(y_1)|, |e(y_1)|\} =$$

8. На підставі даних таблиці 7.2 зробити висновок про практичне підтвердження/непідтвердження теоретичних положень щодо розподілу нормальних напружень в поперечному перерізі балки при чистому плоскому згинанні, зокрема, щодо:

–їх рівності нулю в точках нейтральної лінії _____; підтверджуються/не підтверджуються

–їх лінійного зростання в міру віддалення від нейтральної лінії _____; підтверджуються/не підтверджуються

–досягнення ними максимального значення в найбільш віддалених від нейтральної лінії волокнах _____ підтверджуються/не підтверджуються

Контрольні питання

1. Який стержень називають балкою?
2. Яку площину називають силовою площиною?
3. Яке згинання називають плоским згинанням?
4. Яке згинання називають чистим згинанням?
5. Що називають нейтральним шаром, нейтральною лінією?
6. Як визначити положення нейтральної лінії при плоскому згинанні?
7. Назвіть основні закономірності розподілу нормальних напружень в поперечному перерізі балки при чистому плоскому згинанні.
8. Як у даній роботі експериментально визначаються відносні деформації волокон балки, розташованих на заданій відстані від нейтрального шару?
9. Як у даній роботі за результати експерименту визначаються нормальні напруження у поперечному перерізі на заданій відстані від нейтрального шару?
10. Чому у даній роботі найбільша сила, яка діє на систему під час проведення експерименту, не повинна викликати напружень більших за границю пропорційності?
11. Чому у даній роботі абсолютні подовження (укорочення) тензорезисторів $\Delta l_{T1}^{*i}, \dots, \Delta l_{T5}^{*i}$, які відповідають кожному з чотирьох ступенів навантаження (збільшенню сили на P^*), мало відрізняються від їх середніх значень $\overline{\Delta l_{T1}^*}, \dots, \overline{\Delta l_{T5}^*}$?
12. Яким чином у даній роботі експериментально підтверджуються теоретичні положення щодо розподілу нормальних напружень в поперечному перерізі балки при чистому плоскому згинанні?

					<i>Лабораторна робота № 7</i>	<i>Лист</i>
<i>Зм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Підпис</i>	<i>Дата</i>		<i>7.7</i>