

Під час охолодження до нормальної температури в сталевому кільці виникли напруження розтягу 10 МПа. Знайти, які напруження виникнуть у чавунному кільці та який тиск p на його поверхню передається сталевим кільцем.

Відповідь: $\sigma_{\text{ч}} = -5$ МПа; $p = 0,5$ МПа.

2.3. Температурні й монтажні напруження в статично невизначуваних системах

2.82*. Жорсткий брус AB підтримують сталевий стрижень 1 площею перерізу $2 \cdot 10^3$ мм² і мідний стрижень 2 площею перерізу $8 \cdot 10^3$ мм² (рис. 2.62). Нехтуючи вагою бруса, визначити напруження в стрижнях, що виникають у разі підвищення температури конструкції на 60 °С. Коефіцієнт температурного розширення сталі $\alpha_{\text{с}} = 1,25 \cdot 10^{-5}$, міді $\alpha_{\text{м}} = 1,65 \cdot 10^{-5}$. Модулі пружності матеріалів $E_{\text{с}} = 2 \cdot 10^5$ МПа, $E_{\text{м}} = 1 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: $\sigma_{(1)} = 82$ МПа; $\sigma_{(2)} = -41$ МПа.

2.83. Жорстку балку, шарнірно прикріплену до стіни, підтримують два сталеві стрижні (рис. 2.63) Площа поперечного перерізу стрижня 1 становить 400 мм², стрижня 2— 800 мм². Після монтажу системи стрижень 2 нагрівається на Δt °. Визначити допустиме підвищення температури за умови, щоб напруження в стрижнях не перевищували $[\sigma] = 60$ МПа. Коефіцієнт температурного розширення сталі $\alpha = 1,25 \cdot 10^{-5}$, модуль пружності $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: $\Delta t \cong 43$ °С.

2.84. Обчислити напруження, що виникають у поперечних перерізах стрижнів, які підтримують жорстку балку (рис. 2.64), після нагрівання середнього мідного стрижня на $\Delta t = 50$ °С. Площа поперечного перерізу стрижнів $A = 100$ мм². Взяти коефіцієнт температурного розширення міді $\alpha_{\text{м}} = 1,65 \cdot 10^{-5}$, модуль пружності сталі $E_{\text{с}} = 2 \cdot 10^5$ МПа, міді $E_{\text{м}} = 1 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: $\sigma_{\text{м}} = -66$ МПа; $\sigma_{\text{с}} = 33$ МПа.

2.85*. Стрижнева система складається з двох мідних стрижнів 1 і 3 площею поперечного перерізу $A_{\text{м}} = 500$ мм² кожний і одного сталевого стриж-

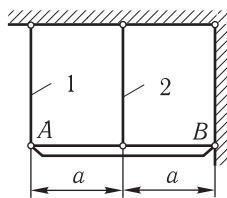


Рис. 2.62

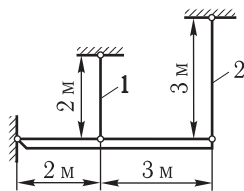


Рис. 2.63

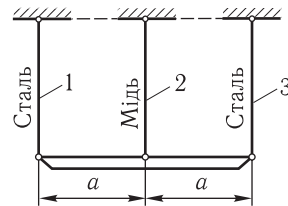


Рис. 2.64

ня 2 площею поперечного перерізу $A_c = 300 \text{ мм}^2$ (рис. 2.65). Обчислити напруження в стрижнях, що виникають після нагрівання системи на $\Delta t = 40 \text{ }^\circ\text{C}$. Взяти коефіцієнти температурного розширення сталі $\alpha_c = 1,25 \times 10^{-5}$, міді — $\alpha_M = 1,65 \cdot 10^{-5}$, модулі пружності сталі $E_c = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, міді — $E_M = 1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Відповідь: $\sigma_c = 35,5 \text{ МПа}$; $\sigma_M = -12,3 \text{ МПа}$.

2.86. Симетричний шарнірно-стрижневий вузол (див. рис. 2.65) складено за температури $20 \text{ }^\circ\text{C}$. Площа поперечного перерізу стрижнів 1 і 3 вдвічі більша, ніж стрижня 2. Визначити напруження, що виникають у стрижнях після нагрівання до $100 \text{ }^\circ\text{C}$, і переміщення точки А. Матеріал стрижнів — сталь, $l = 2 \text{ м}$, модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, коефіцієнт температурного розширення $\alpha = 1,25 \cdot 10^{-5}$.

Відповідь: $\sigma_{(2)} = 48 \text{ МПа}$; $\sigma_{(1)} = \sigma_{(3)} = -13,8 \text{ МПа}$, $\Delta_A = 2,5 \text{ мм}$.

2.87. Вага вантажу $Q = 45 \text{ кН}$ передається через жорстку плиту на суцільний сталевий циліндр площею $1,5 \cdot 10^3 \text{ мм}^2$ і порожнистий мідний циліндр площею $2 \cdot 10^3 \text{ мм}^2$ (рис. 2.66). Після прикладання навантаження температура системи підвищується на $30 \text{ }^\circ\text{C}$. Знайти напруження в сталевому і мідному циліндрах до і після підвищення температури. (Значення коефіцієнтів температурного розширення сталі й міді див. в умові задачі 2.82.)

Відповідь: до підвищення температури $\sigma_c = 18 \text{ МПа}$, $\sigma_M = 9 \text{ МПа}$; після підвищення температури $\sigma_c = 8,4 \text{ МПа}$, $\sigma_M = 16,2 \text{ МПа}$.

2.88*. Дві дюралюмінієві трубки, між якими вставлено мідну, стягнуті сталевим болтом за допомогою масивних шайб (рис. 2.67). За температури $20 \text{ }^\circ\text{C}$ натяг болта дорівнював $N_0 = 20 \text{ кН}$. Визначити напруження в болті й трубках після нагрівання з'єднання до $40 \text{ }^\circ\text{C}$. Наскільки потрібно охолодити з'єднання, щоб ліквідувати затяжку? Деформацією шайб знехтувати. Взяти $E_c = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $E_M = 1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $E_d = 0,7 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $\alpha_c = 1,25 \cdot 10^{-5}$, $\alpha_M = 1,65 \cdot 10^{-5}$, $\alpha_d = 2,25 \cdot 10^{-5}$.

Відповідь: $\sigma_b = 111 \text{ МПа}$; $\sigma_{тр} = 40,6 \text{ МПа}$; $\Delta t = -172 \text{ }^\circ\text{C}$.

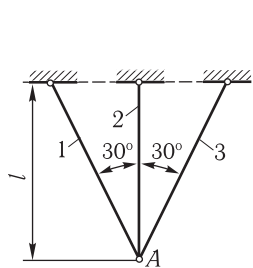


Рис. 2.65

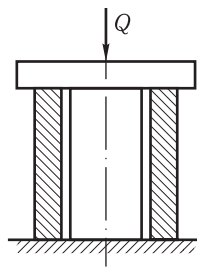


Рис. 2.66

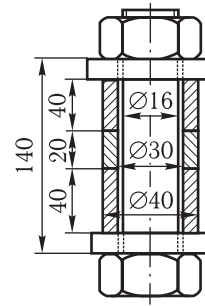


Рис. 2.67

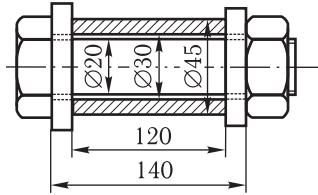


Рис. 2.68

2.89. Сталевим болтом за допомогою масивних шайб затиснуто втулку (рис. 2.68). Напруження попереднього затягання болта становить $\sigma_0 = 60$ МПа. Визначити напруження в болті і втулці після нагрівання з'єднання на 30°C у разі, якщо втулка з дюралюмінію, чавуну та інвару. Деформацією шайб знехтувати. Для сталі $E_c = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, $\alpha_c = 1,25 \times 10^{-5}$, для дюралюмінію $E_d = 0,7 \cdot 10^5$ МПа,

$\alpha_d = 2,20 \cdot 10^{-5}$, для чавуну $E_{\text{ч}} = 1,2 \cdot 10^5$ МПа, $\alpha_{\text{ч}} = 1,00 \cdot 10^{-5}$, для інвару $E_{\text{ін}} = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\alpha_{\text{ін}} = 0$.

Відповідь: а) $\sigma_{\text{б}} = 80,4$ МПа, $\sigma_{\text{д}} = 28,5$ МПа; б) $\sigma_{\text{б}} = 44,4$ МПа, $\sigma_{\text{ч}} = 44,4$ МПа; в) $\sigma_{\text{б}} = 2,5$ МПа, $\sigma_{\text{ін}} = 0,9$ МПа.

2.90. Три сталеві бруси різного перерізу жорстко защемлено в абсолютно непіддатливі стінки (рис. 2.69). Обчислити для кожного бруса реакції стінок і напруження після підвищення температури на 30°C при $A = 200 \text{ мм}^2$.

Відповідь: а) $\sigma = 75$ МПа, $N = 15$ кН; б) $\sigma = 75$ МПа, $N = 30$ кН; в) $\sigma = 125$ МПа (в тонкій частині), $N = 25$ кН.

2.91*. Ступінчастий стрижень, що складається з мідної і сталеві частин, жорстко затиснено в абсолютно непіддатливі стінки і навантажено силами $F_1 = 25$ кН і $F_2 = 75$ кН (рис. 2.70). Площа поперечного перерізу сталеві частини 400 мм^2 , мідної — 800 мм^2 . Обчислити напруження в стрижні до і після нагрівання його на 50°C , якщо $a = 0,5$ м, $b = 2$ м, $l = 3$ м. Величини модулів пружності й коефіцієнтів температурного розширення матеріалів див. в умові задачі 2.88.

Відповідь: до нагрівання $\sigma_{(1)} = -5,2$ МПа, $\sigma_{(2)} = -36,5$ МПа, $\sigma_{(3)} = 114,6$ МПа; після нагрівання $\sigma_{(1)} = -81$ МПа, $\sigma_{(2)} = -112,3$ МПа, $\sigma_{(3)} = -37,1$ МПа.

2.92. Стрижні, зображені на рис. 2.71, нагріваються на 30°C . Визначити напруження на всіх їхніх ділянках, якщо стінки, між якими розміщені стрижні, абсолютно непіддатливі. Взяти $\delta = 2 \cdot 10^{-4} a$, $F = 10$ кН. Величини модулів пружності й коефіцієнтів температурного розширення сталі, міді та дюралюмінію див. в умові задачі 2.88, чавуну — в умові задачі 2.89. A — площа поперечного перерізу стрижнів.

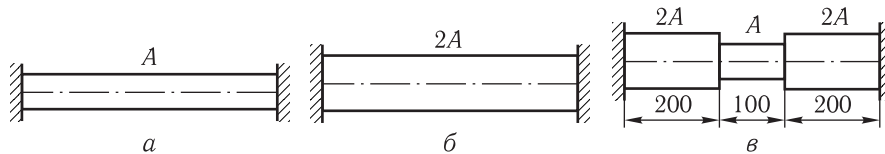


Рис. 2.69

Відповідь: а) $\sigma_{(1)} = -50$ МПа, $\sigma_{(2)} = -100$ МПа; б) $\sigma_M = -41,5$ МПа, $\sigma_c = -83$ МПа; в) $\sigma_q = -16,8$ МПа, $\sigma_M = -26,8$ МПа; г) $\sigma_c = -26,4$ МПа, $\sigma_d = -63,2$ МПа; д) $\sigma_c = -83$ МПа, $\sigma_M = -91,3$ МПа, $\sigma_c = 17$ МПа; е) $\sigma_q = -94,2$ МПа, $\sigma_c = 11,6$ МПа, $\sigma_M = -44,2$ МПа.

2.93. Жорсткий брус підвішено на трьох стрижнях однакового поперечного перерізу площею $1 \cdot 10^3$ мм², проте виготовлених з різних матеріалів (рис. 2.72). Визначити напруження в стрижнях після підвищення температури на 30 °С. Значення модулів пружності й коефіцієнтів температурно-розширення матеріалів див. в умовах задач 2.88 (сталь, мідь) і 2.89 (інвар).

Відповідь: $\sigma_M = -16,6$ МПа; $\sigma_c = -14,2$ МПа; $\sigma_{ин} = 52,7$ МПа.

2.94*. Мідне кільце нагріто до $t_1 = 135$ °С і в такому стані надіте без зазору на сталевий вал, температура якого $t_0 = 20$ °С. Вважаючи, що вал не деформується від стискання кільцем, знайти: а) яке напруження виникне в кільці після його охолодження до 20 °С; б) наскільки підвищиться напруження в кільці, якщо вал і кільце охолодити до 0 °С; в) до якої температури потрібно нагріти кільце і вал, щоб кільце розвантажилось. Взяти $E_M = 1 \cdot 10^5$ МПа, $\alpha_c = 1,25 \cdot 10^{-5}$, $\alpha_M = 1,60 \cdot 10^{-5}$.

Відповідь: а) $\sigma = 191$ МПа; б) $\Delta\sigma = 7$ МПа; в) $t_2 = 545$ °С.

2.95*. Жорсткий брус підвішено на трьох сталевих стрижнях однакового поперечного перерізу

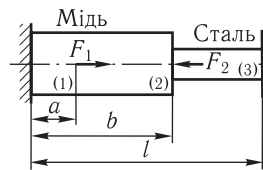


Рис. 2.70

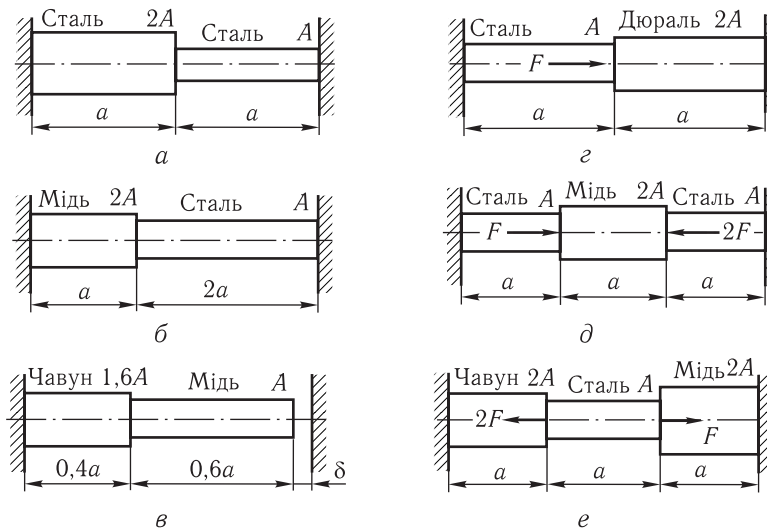


Рис. 2.71

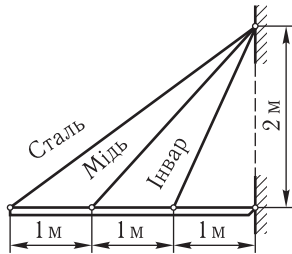


Рис. 2.72

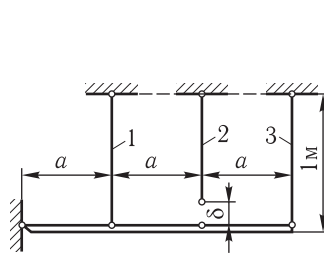


Рис. 2.73

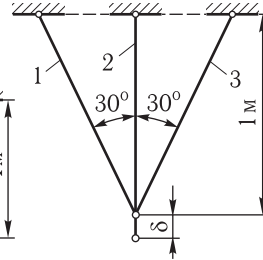


Рис. 2.74

площею $2 \cdot 10^3 \text{ мм}^2$ (рис. 2.73). Середній стрижень виготовлено коротшим на $\delta = 0,5 \text{ мм}$ від проектного розміру. Визначити монтажні напруження в стрижнях після складання конструкції. Взяти $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Відповідь: $\sigma_{(1)} = -14,3 \text{ МПа}$; $\sigma_{(2)} = 75,5 \text{ МПа}$; $\sigma_{(3)} = -42,9 \text{ МПа}$.

2.96*. Під час складання системи з трьох сталевих стрижнів середній стрижень виявився довшим за потрібний розмір на $\delta = 1 \text{ мм}$ (рис. 2.74). Визначити монтажні напруження в стрижнях. Переріз стрижнів: $A_1 = A_3 = 800 \text{ мм}^2$, $A_2 = 1200 \text{ мм}^2$. Модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Відповідь: $\sigma_{(1)} = \sigma_{(3)} = 80,4 \text{ МПа}$; $\sigma_{(2)} = -92,8 \text{ МПа}$.

2.97. Під час складання системи з трьох стрижнів, з яких середній — мідний, крайні — сталеві, середній стрижень виявився коротшим за потрібний розмір на $\delta = 1,5 \text{ мм}$ (рис. 2.75). Обчислити монтажні напруження в стрижнях. Площі поперечного перерізу стрижнів $A_1 = A_3 = 600 \text{ мм}^2$, $A_2 = 900 \text{ мм}^2$, модулі пружності $E_c = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $E_m = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Відповідь: $\sigma_{(1)} = \sigma_{(3)} = -64 \text{ МПа}$; $\sigma_{(2)} = 60,5 \text{ МПа}$.

2.98. Два абсолютно жорсткі бруси мають бути з'єднані між собою трьома паралельними пружними стрижнями з однаковим поперечним перерізом (рис. 2.76). Один стрижень виявився коротшим за інші на $\delta = 5 \cdot 10^{-4} l$. Обчислити напруження, що виникнуть у стрижнях після складання у двох випадках: а) коротший стрижень поставлено посередині; б) коротший стрижень поставлено з краю. Взяти $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Відповідь: а) $\sigma_{(1)} = \sigma_{(3)} = -33,3 \text{ МПа}$, $\sigma_{(2)} = 66,7 \text{ МПа}$; б) $\sigma_{(1)} = \sigma_{(3)} = 16,7 \text{ МПа}$, $\sigma_{(2)} = -33,3 \text{ МПа}$.

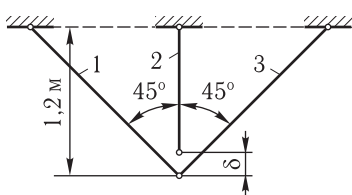


Рис. 2.75

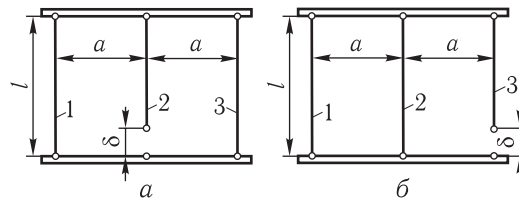


Рис. 2.76

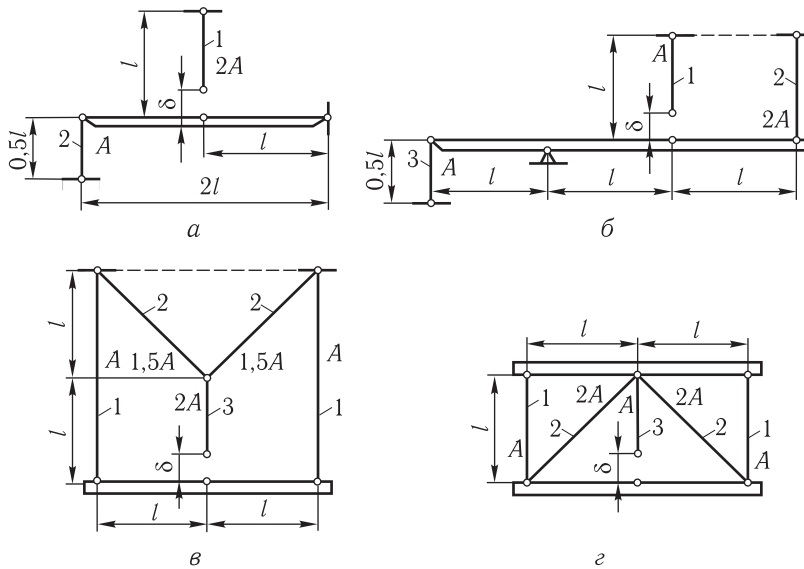


Рис. 2.77

2.99. Визначити монтажні напруження в сталевих стрижнях статично невизначуваних систем після їх складання (рис. 2.77), враховуючи, що один зі стрижнів був коротшим на $\delta = 0,001l$, ніж це потребувало за проектом. Взяти $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. A — площа поперечного перерізу.

Відповідь: а) $\sigma_{(1)} = \sigma_{(3)} = 160$ МПа; б) $\sigma_{(1)} = 171$ МПа, $\sigma_{(2)} = \sigma_{(3)} = -57$ МПа; в) $\sigma_{(1)} = -41$ МПа, $\sigma_{(2)} = 38,6$ МПа, $\sigma_{(3)} = 41$ МПа; г) $\sigma_{(1)} = -45,3$ МПа, $\sigma_{(2)} = -22,7$ МПа, $\sigma_{(3)} = 154,7$ МПа.

2.4. Врахування власної ваги

2.100. Обчислити найбільше напруження і повне укорочення бетонної колони сталого перерізу заввишки 10 м, якщо один кубічний метр бетону важить 2,4 кН, а його модуль пружності $E = 2 \cdot 10^4$ МПа.

Відповідь: $\sigma_{\max} = 0,24$ МПа; $\Delta l = 0,06$ мм.

2.101*. Кліть підйомника вагою 16 кН підвішено на двох тросах на глибині $h = 140$ м. Площа поперечного перерізу кожного троса 125 мм^2 , вага погонного метра 15 Н. Під час попередніх випробувань встановлено, що у разі навантаження 10 кН відрізок троса завдовжки 1 м подовжується на 0,5 мм. Визначити напруження біля верхнього і нижнього кінців троса і його повне подовження.

Відповідь: $\sigma_{\text{в}} = 80,8$ МПа; $\sigma_{\text{н}} = 64,0$ МПа; $\Delta l = 63,4$ мм.