

РОЗДІЛ 3

ОСНОВИ ТЕОРІЇ НАПРУЖЕНОГО І ДЕФОРМОВАНОГО СТАНІВ. КРИТЕРІЇ МІЦНОСТІ

3.1. Напруження в точці

3.1*. Для загального випадку напруженого стану доведіть (рис. 3.1):

1) якщо для двох взаємно перпендикулярних площадок виконуються такі умови:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{yx} &= k\sigma_x, \\ \tau_{yz} &= k\tau_{xz}, \\ \sigma_y &= k\tau_{xy}, \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

де k — певна стала величина, то напружений стан не може бути об'ємним (лінійний або плоский);

2) якщо, крім умови (3.1), виконуються такі умови:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{zx} &= n\sigma_x; \\ \sigma_z &= n\tau_{xz}; \\ \tau_{zy} &= n\tau_{xy}; \end{aligned} \right\}$$

то напружений стан — лінійний.

3.2. Визначити тип напруженого стану, якщо інваріанти тензора напружень дорівнюють:

- а) $I_1 \neq 0, I_2 = 0, I_3 = 0$;
- б) $I_1 \neq 0, I_2 \neq 0, I_3 = 0$;
- в) $I_1 = 0, I_2 \neq 0, I_3 = 0$;
- г) $I_1 < 0, I_2 = 0, I_3 = 0$;
- д) $I_1 = 0, I_2 \neq 0, I_3 \neq 0$.

Відповідь: а) лінійний; б) плоский; в) лінійний; г) лінійний (стискання); д) об'ємний.

3.3. У певній точці задано напружений стан (рис. 3.2). Яким має бути напруження σ_y , щоб напружений стан став плоским?

Відповідь: $\sigma_y = 20$ МПа.

3.4. У точці M деформованого тіла відомі компоненти тензора напружень, МПа: $\sigma_x = 80, \sigma_y = -40, \sigma_z = 40, \tau_{xy} = 15, \tau_{yz} = 0, \tau_{zx} = -15$. Знайти нормальне σ_n , дотичне τ_n та повне p_n напруження у цій точці на пло-

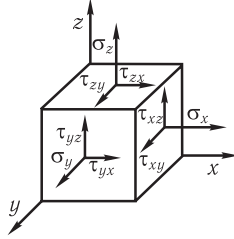


Рис. 3.1

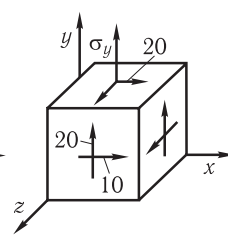


Рис. 3.2

$\sigma_z = -30$, $\tau_{xy} = -27$, $\tau_{yz} = 42$, $\tau_{zx} = -15$. Знайти нормальне σ_n , дотичне τ_n та повне p_n напруження у цій точці на площадці, рівнонахиленій до координатних осей.

Відповідь: $\sigma_n = 0$; $\tau_n = 2,449$ МПа; $p_n = 2,449$ МПа.

3.6. Визначити дотичне напруження τ_n , яке діє в точці M , якщо для цієї точки відомі значення повного $p_n = 50$ МПа та нормального $\sigma_n = 40$ МПа напружень.

Відповідь: $\tau_n = 30$ МПа.

3.2. Лінійний напружений стан

3.7*. У розтягнутому стрижні нормальне напруження σ_α , що діє на нахиленій площадці, дорівнює 100 МПа, а дотичне напруження $\tau_\alpha = 60$ МПа (рис. 3.3). Знайти найбільші нормальне σ_{\max} і дотичне τ_{\max} напруження.

Відповідь: $\sigma_{\max} = 136$ МПа; $\tau_{\max} = 68$ МПа.

3.8. Стрижень діаметром $d = 5$ см розтягується силами $F = 157$ кН. Визначити: нормальне напруження σ_0 в поперечному перерізі; нормальне σ_α , дотичне τ_α та повне p_α напруження в перерізі з нормаллю, нахиленою до осі стрижня під кутом $\alpha = 15^\circ$.

Відповідь: $\sigma_0 = 80$ МПа; $\sigma_\alpha = 74,6$ МПа; $\tau_\alpha = 20$ МПа; $p_\alpha = 77,2$ МПа.

3.9. Стрижень розтягується зусиллям, яке у поперечному перерізі створює нормальне напруження, що дорівнює 80 МПа. В певному перерізі стрижня дотичне напруження дорівнює 24 МПа. Визначити положення цього перерізу та величину нормального напруження, яке діє на ньому.

Відповідь: $\alpha = 18,435^\circ$; $\sigma_\alpha = 72$ МПа.

3.10. Напружений стан у певній точці деформованого тіла характеризується такими величинами компонент тензора напружень: $\sigma_x = 10$ МПа; $\sigma_y = 90$ МПа; $\sigma_z = 0$; $\tau_{xy} = 30$ МПа; $\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$. Довести, що у цьому разі напружений стан є лінійним.

3.11. Під час стискання короткого стрижня в деякому перерізі виникають напруження $\sigma_\alpha = -156$ МПа і $\tau_\alpha = -90$ МПа. Визначити кут між нормаллю до площадки перерізу і віссю стрижня та величини найбільших за абсолютною величиною нормального і дотичного напружень, що діють у стрижні.