

Рис. 3.1

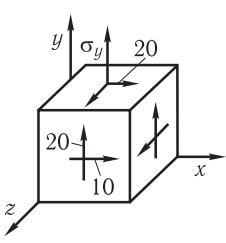


Рис. 3.2

**3.5.** У точці  $M$  деформованого тіла відомі компоненти тензора напружень, МПа:  $\sigma_x = 45$ ,  $\sigma_y = -15$ ,  $\sigma_z = -30$ ,  $\tau_{xy} = -27$ ,  $\tau_{yz} = 42$ ,  $\tau_{zx} = -15$ . Знайти нормальну  $\sigma_n$ , дотичну  $\tau_n$  та повне  $p_n$  напруження у цій точці на площині, рівнонахиленій до координатних осей.

*Відповідь:*  $\sigma_n = 0$ ;  $\tau_n = 2,449$  МПа;  $p_n = 2,449$  МПа.

**3.6.** Визначити дотичне напруження  $\tau_n$ , яке діє в точці  $M$ , якщо для цієї точки відомі значення повного  $p_n = 50$  МПа та нормального  $\sigma_n = 40$  МПа напружень.

*Відповідь:*  $\tau_n = 30$  МПа.

### 3.2. Лінійний напружений стан

**3.7\***. У розтягнутому стрижні нормальну напруження  $\sigma_\alpha$ , що діє на нахилені площині, дорівнює 100 МПа, а дотичне напруження  $\tau_\alpha = 60$  МПа (рис. 3.3). Знайти найбільшу нормальну  $\sigma_{\max}$  і дотичне  $\tau_{\max}$  напруження.

*Відповідь:*  $\sigma_{\max} = 136$  МПа;  $\tau_{\max} = 68$  МПа.

**3.8.** Стрижень діаметром  $d = 5$  см розтягується силами  $F = 157$  кН. Визначити: нормальну напруження  $\sigma_0$  в поперечному перерізі; нормальну  $\sigma_\alpha$ , дотичне  $\tau_\alpha$  та повне  $p_\alpha$  напруження в перерізі з нормаллю, нахиленою до осі стрижня під кутом  $\alpha = 15^\circ$ .

*Відповідь:*  $\sigma_0 = 80$  МПа;  $\sigma_\alpha = 74,6$  МПа;  $\tau_\alpha = 20$  МПа;  $p_\alpha = 77,2$  МПа.

**3.9.** Стрижень розтягується зусиллям, яке у поперечному перерізі створює нормальну напруження, що дорівнює 80 МПа. В певному перерізі стрижня дотичне напруження дорівнює 24 МПа. Визначити положення цього перерізу та величину нормального напруження, яке діє на ньому.

*Відповідь:*  $\alpha = 18,435^\circ$ ;  $\sigma_\alpha = 72$  МПа.

**3.10.** Напружений стан у певній точці деформованого тіла характеризується такими величинами компонент тензора напружень:  $\sigma_x = 10$  МПа;  $\sigma_y = 90$  МПа;  $\sigma_z = 0$ ;  $\tau_{xy} = 30$  МПа;  $\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ . Довести, що у цьому разі напружений стан є лінійним.

**3.11.** Під час стискання короткого стрижня в деякому перерізі виникають напруження  $\sigma_\alpha = -156$  МПа і  $\tau_\alpha = -90$  МПа. Визначити кут між нормаллю до площинки перерізу і віссю стрижня та величини найбільших за абсолютною величиною нормальному і дотичному напруженням, що діють у стрижні.

щадці з одиничним вектором нормалі  $n = \frac{\sqrt{2}}{2}\bar{e}_x + \frac{1}{2}\bar{e}_y + \frac{1}{2}\bar{e}_z$ , де  $\bar{e}_x$ ,  $\bar{e}_y$ ,  $\bar{e}_z$  — одиничні вектори координатних осей.

*Відповідь:*  $\sigma_n = 20$  МПа;  $\tau_n = 61,85$  МПа;  $p_n = 65$  МПа.

**3.5.** У точці  $M$  деформованого тіла відомі компоненти тензора напружень, МПа:  $\sigma_x = 45$ ,  $\sigma_y = -15$ ,

*Відповідь:*  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\sigma_{\max} = -208 \text{ МПа}$ ;  $\tau_{\max} = 104 \text{ МПа}$ .

**3.12.** Короткий стрижень з поперечним перерізом  $5 \times 5 \text{ см}$  стискується силою  $P$ . Знайти силу  $P$ , якщо стискальне нормальнє напруження на площині, нахиленій до осі стрижня під кутом  $\alpha = 60^\circ$ , дорівнює  $\sigma_\alpha = 40 \text{ МПа}$ .

*Відповідь:*  $P = 400 \text{ кН}$ .

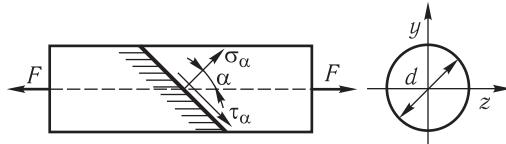


Рис. 3.3

### 3.3. Плоский напружений стан

**3.13\*.** На гранях нескінченно малого елемента діють напруження:  $\sigma_\alpha = 120 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_\beta = 81 \text{ МПа}$ ;  $\tau_\alpha = 40 \text{ МПа}$  (рис. 3.4). Знайти головні напруження та їх напрямки.

*Відповідь:*  $\sigma_1 = 145 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_2 = 56 \text{ МПа}$ ;  $\alpha_0 = -32^\circ$ .

**3.14.** Задані напруження  $\sigma_1$  та  $\sigma_2$  (рис. 3.5, а),  $\sigma_1$  і  $\sigma_3$  (рис. 3.5, б). Визначити графічно  $\sigma_\alpha$  і  $\tau_\alpha$  і повне напруження  $p_\alpha$  на площині, нахиленій під кутом  $\alpha$  до перерізу, де діє  $\sigma_1$ . Задано: а)  $\sigma_1 = 450 \text{ МПа}$ ,  $\sigma_2 = 250 \text{ МПа}$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ; б)  $\sigma_1 = 350 \text{ МПа}$ ,  $\sigma_2 = 150 \text{ МПа}$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ; в)  $\sigma_1 = 320 \text{ МПа}$ ,  $\sigma_2 = 200 \text{ МПа}$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ; г)  $\sigma_1 = 100 \text{ МПа}$ ,  $\sigma_2 = 150 \text{ МПа}$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ; д)  $\sigma_1 = 100 \text{ МПа}$ ,  $\sigma_3 = 150 \text{ МПа}$ ,  $\alpha = 90^\circ$ ; е)  $\sigma_1 = 350 \text{ МПа}$ ,  $\sigma_3 = 150 \text{ МПа}$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ; ж)  $\sigma_1 = 100 \text{ МПа}$ ,  $\sigma_3 = 150 \text{ МПа}$ ,  $\alpha = 45^\circ$ .

*Відповідь:* див. табл. 3.1.

**3.15.** Через певну точку елемента проведено площину  $\alpha$  (рис. 3.6). Повне напруження, що діє на ній,  $p_\alpha = 45 \text{ МПа}$  і нахилене до площини під кутом  $\gamma = 30^\circ$ . На площині  $\beta$ , перпендикулярній до заданої, діють лише дотичні напруження. Знайти головні напруження, що діють у цій точці.

*Відповідь:*  $\sigma_1 = 51,8 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_2 = -29,3 \text{ МПа}$ .

**3.16.** Елемент перебуває в умовах плоского напруженого стану. На його гранях діють напруження:  $\sigma_\alpha = 3\sigma$ ;  $\sigma_\beta = -\sigma$ ;  $\tau_\alpha = 1,5\sigma$ . Знайти головні напруження та відповідні їм головні напрямки.

*Відповідь:*  $\sigma_1 = \frac{7}{2}\sigma$ ;  $\sigma_3 = -\frac{3}{2}\sigma$ ;  $\alpha_0 = -15,25^\circ$ .

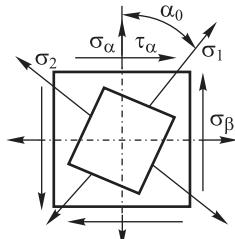


Рис. 3.4

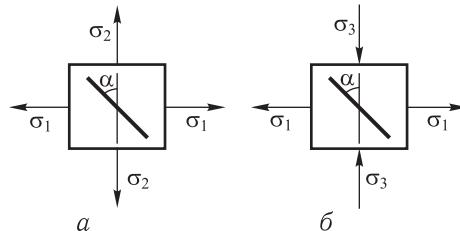


Рис. 3.5