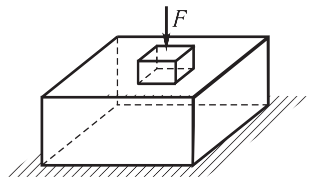

Рис. 3.12

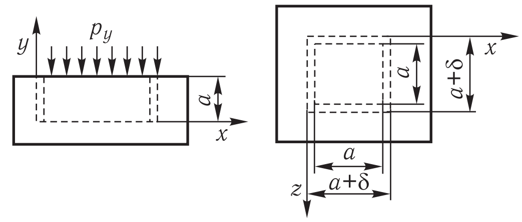

Рис. 3.13

3.35. Визначити, за якого співвідношення напружень розтягання σ_1 і σ_2 в умовах плоского напруженого стану деформація ε_1 дорівнюватиме нулю.

Відповідь: $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \mu$.

3.36. Бетонний кубик зі стороною $a = 0{,}1$ м щільно, але без напруження, встановлено до абсолютно жорсткої обойми (рис. 3.12). Знайти головні напруження, що виникають у кубику у разі дії на нього стискальної сили $F = 105$ кН. Коефіцієнт Пуассона $\mu = 0{,}16$.

Відповідь: $\sigma_1 = \sigma_2 = -2$ МПа; $\sigma_3 = -10{,}5$ МПа.

3.37. Мідний кубик зі стороною $a = 0{,}1$ м щільно, але без напруження, встановлено в гніздо сталевої плити, яку можна вважати абсолютно жорсткою. Знайти абсолютну ΔV і відносну ε_V зміну об'єму кубика, максимальне τ_{max} й октаедричне $\tau_{окт}$ дотичні напруження, що виникають у кубику в разі дії на нього стискальної сили $F = 400$ кН. Модуль пружності $E = 1 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\mu = 0{,}33$.

Відповідь: $\Delta V = -2{,}7 \cdot 10^{-7}$ м^3; $\varepsilon_V = -2{,}7 \cdot 10^{-4}$; $\tau_{max} = 10{,}15$ МПа; $\tau_{окт} = 9{,}57$ МПа.

3.38. Сталевий кубик зі стороною $a = 0{,}02$ м стискується силою $F = 40$ кН. Знайти величину коефіцієнта Пуассона μ, якщо відомо, що площа бокових граней під навантаженням зменшилася на 0,035 %. Модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: $\mu = 0{,}3$.

3.39. Гумовий кубик, розміщений в отворі з абсолютно жорсткими стінками, стискується навантаженням з інтенсивністю $p_y = 330$ Н/мм^2 (рис. 3.13). Визначити інтенсивності тиску кубика на стінки отвору p_x і p_z, якщо до навантаження були зазори $\delta = 0{,}1$ мм в обох напрямках. Модуль пружності гуми $E = 8$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\mu = 0{,}47$.

Відповідь: $p_x = p_z = 155$ Н/мм^2.

3.6. Потенціальна енергія деформації

3.40. Знайти питому потенціальну енергію деформації u, енергію зміни об'єму u_V та енергію формозміни $u_ф$ для ізотропного тіла за таких типів навантажень: а) осьового розтягання; б) чистого зсуву. Вважати: головне напруження $\sigma_1 = 100$ МПа, модуль поздовжньої пружності $E = 200$ ГПа, коефіцієнт Пуассона $\mu = 0,33$.

Відповідь: а) $u = 25$ кДж/м^3, $u_V = 2,83$ кДж/м^3, $u_ф = 22,17$ кДж/м^3; б) $u_V = 0$, $u_ф = 66,5$ кДж/м^3.

3.7. Критерії міцності

3.41*. Визначити запас міцності болта за четвертою теорією міцності з різьбою М24×1,5, якщо в результаті затягання в ньому виникло зусилля $F_0 = 45$ кН, а момент кручення в різьбі становить $T_р = 200$ Н·м. Матеріал болта — вуглецева сталь $(\sigma_т = 650$ МПа$)$.

Відповідь: $n_т = 2$.

3.42. Обчислити еквівалентні напруження за другою, третьою і четвертою теоріями міцності для алюмінієвого елемента $(\mu = 0,36)$, що перебуває в плоскому напруженому стані (рис. 3.14), якщо на його гранях діють такі напруження:

а) $\sigma_\alpha = 90$ МПа, $\sigma_{\alpha+90°} = 40$ МПа, $\tau_\alpha = 30$ МПа; б) $\sigma_\alpha = 60$ МПа, $\sigma_{\alpha+90°} = -70$ МПа, $\tau_\alpha = -50$ МПа; в) $\sigma_\alpha = -75$ МПа, $\sigma_{\alpha+90°} = 0$, $\tau_\alpha = 80$ МПа; г) $\sigma_\alpha = -100$ МПа, $\sigma_{\alpha+90°} = 30$ МПа, $\tau_\alpha = 0$.

Відповідь: див. табл. 3.3.

3.43. Визначити за критерієм найбільших дотичних напружень (третя теорія міцності), який з трьох напружених станів є найнебезпечнішим, МПа: 1) $\sigma_1 = 90$, $\sigma_2 = 40$, $\sigma_3 = 30$; 2) $\sigma_1 = 40$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -20$; 3) $\sigma_1 = 65$, $\sigma_2 = 50$, $\sigma_3 = 0$. Матеріал на розтягання і стискання працює однаково.

Відповідь: найнебезпечнішим є напружений стан 3.

3.44. Квадратна пластинка розтягується силами, які зумовлюють напруження σ_x, що дорівнюють допустимим напруженням для цього матеріалу $[\sigma]$. Визначити дотичні напруження τ, які потрібно додатково прикласти, щоб коефіцієнт запасу зменшився вдвічі. У розрахунках застосувати критерій найбільших дотичних напружень (третя теорія міцності).

Відповідь: $\tau = \dfrac{\sqrt{3}}{2}[\sigma]$.

3.45. Знайти граничне напруження σ_1 за критерієм питомої потенціальної енергії деформації формозміни (четверта теорія міцності) в умовах об'ємного напруженого стану, якщо $\sigma_2 = 0,45\sigma_1$, $\sigma_3 = -0,1\sigma_1$.

Відповідь: $\sigma_1 = 1,05[\sigma]$.

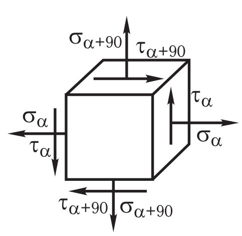

Рис. 3.14

3.46. Матеріал деталі в небезпечній точці перебуває в об'ємному напруженому стані: $\sigma_1 = 70$ МПа; $\sigma_2 = 20$ МПа; $\sigma_3 = 50$ МПа. Розрахувати на міцність за другою, третьою і четвертою теоріями міцності. Допустиме напруження на розтягання $\left[\sigma_р\right] = 120$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\mu = 0,3$.

Таблиця 3.3

Варіант	Друга теорія міцності	Третя теорія міцності	Четверта теорія міцності
а)	$\sigma_{\text{еквII}} = 94{,}7$ МПа	$\sigma_{\text{еквIII}} = 90{,}0$ МПа	$\sigma_{\text{еквIV}} = 93{,}8$ МПа
б)	$\sigma_{\text{еквII}} = 108{,}3$ МПа	$\sigma_{\text{еквIII}} = 164{,}0$ МПа	$\sigma_{\text{еквIV}} = 142{,}1$ МПа
в)	$\sigma_{\text{еквII}} = 144{,}2$ МПа	$\sigma_{\text{еквIII}} = 176{,}7$ МПа	$\sigma_{\text{еквIV}} = 157{,}6$ МПа
г)	$\sigma_{\text{еквII}} = 66{,}0$ МПа	$\sigma_{\text{еквIII}} = 130{,}0$ МПа	$\sigma_{\text{еквIV}} = 117{,}9$ МПа

Відповідь: $\sigma_{\text{еквII}} = 79$ МПа; $\sigma_{\text{еквIII}} = 120$ МПа; $\sigma_{\text{еквIV}} = 104{,}4$ МПа.

3.47. Розрахувати еквівалентні напруження за другою, третьою і четвертою теоріями міцності для елемента, який перебуває в плоскому напруженому стані. Матеріал — сталь, коефіцієнт Пуассона $\mu = 0{,}25$. На елемент діють напруження, МПа: $\sigma_\alpha = 50$; $\sigma_{\alpha+90^\circ} = -40$; $\tau_\alpha = -60$.

Відповідь: $\sigma_0 = 140$ МПа; $\sigma_{\text{еквIII}} = 150$ МПа; $\sigma_{\text{еквIV}} = 130$ МПа.

3.48. Порівняти еквівалентні напруження, які виникають у прямокутній призмі в двох випадках навантаження (рис. 3.15): 1) призма стискується вільно з силою, що зумовлює у поперечному перерізі напруження $\sigma_0 = 140$ МПа; 2) призма стискується такою самою силою в жорсткій обоймі, яка не дає змоги їй розширюватися в поперечному напрямку. Еквівалентні напруження розрахувати за критеріями найбільших дотичних напружень і питомої потенціальної енергії деформації формозміни. Коефіцієнт Пуассона $\mu = 0{,}3$.

Відповідь: 1) $\sigma_{\text{еквIII}} = \sigma_{\text{еквIV}} = 140$ МПа;
2) $\sigma_{\text{еквIII}} = \sigma_{\text{еквIV}} = 80$ МПа.

3.49. У небезпечній точці деталі діють напруження, МПа: $\sigma_x = 20$; $\sigma_y = 30$; $\sigma_z = 40$; $\tau_{xy} = 30$; $\tau_{yz} = = 20$; $\tau_{zx} = 10$. Деталь виготовлено з вуглецевої сталі 45. Допустиме напруження на розтягання $[\sigma_\text{р}] = 240$ МПа. Перевірити міцність деталі за критеріями найбільших дотичних напружень і питомої потенціальної енергії деформації формозміни. Розрахувати відповідні коефіцієнти запасу міцності.

Відповідь: $\sigma_{\text{еквIII}} = 77{,}02$ МПа; $n_{\sigma\text{III}} = 3{,}1$; $\sigma_{\text{еквIV}} = 67{,}2$ МПа; $n_{\sigma\text{IV}} = 3{,}58$.

3.50. Визначити допустиме навантаження для ламаного стрижня, зображеного на рис. 3.16. Матеріал стрижня — ковкий чавун з границями міцності: у разі розтягання $\sigma_{\text{в.р}} = 150$ МПа; у разі стискання $\sigma_{\text{в.с}} = 330$ МПа. Поперечний переріз стрижня має форму квадрата зі стороною $a = 3{,}5$ см, $l = 50$ см, коефіцієнт запасу $n_\sigma = 3$. Розрахунки здійснити за критеріями Мора (п'ята теорія міцності) та Писаренка — Лебедєва.

Відповідь: за критерієм Мора $[F] = 3{,}91$ кН; за критерієм Писаренка—Лебедєва $[F] = 4{,}86$ кН.

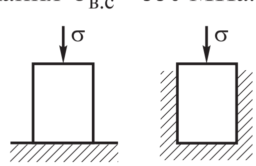

Рис. 3.15

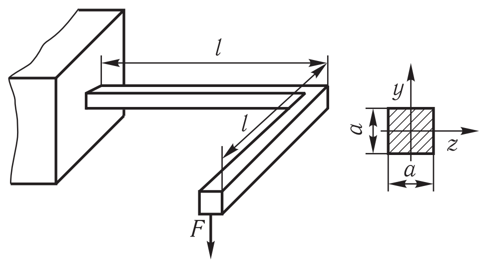

Рис. 3.16

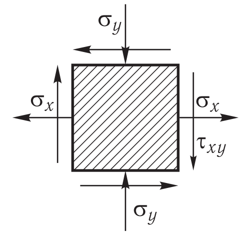

Рис. 3.17

3.51. Напруження на гранях плоского елемента перебувають у такому співвідношенні (рис. 3.17): $\sigma_x = 2{,}5\sigma$; $\sigma_y = -\sigma$; $\tau_{xy} = 0{,}6\sigma$. Обчислити допустимі значення цих напружень за критеріями Мора і Писаренка — Лебедєва, якщо допустимі напруження на розтягання $[\sigma_\text{р}] = 120$ МПа, на стискання $[\sigma_\text{с}] = 330$ МПа. Як зміниться допустиме навантаження на елемент, якщо його виготовити з матеріалу, що має однакові допустимі напруження на розтягання і стискання $[\sigma] = 160$ МПа?

Відповідь: за критерієм Мора: $\sigma_x = 100$ МПа, $\sigma_y = -40$ МПа, $\tau_{xy} = 24$ МПа, допустиме навантаження збільшиться на 8,1 %; за критерієм Писаренка — Лебедєва: $\sigma_x = 105{,}22$ МПа, $\sigma_y = -42{,}09$ МПа, $\tau_{xy} = 25{,}25$ МПа, допустиме навантаження збільшиться на 2,7 %.

3.52. Прямокутний сталевий брус, який щільно, але без напруження встановлено між двома паралельними нерухомими стінками *A* і *B*, піддається стисканню у вертикальному напрямку напруженнями σ (рис. 3.18). Визначити за другою і четвертою теоріями міцності допустиме значення σ, якщо допустиме напруження на стискання $[\sigma_\text{с}] = 160$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\mu = 0{,}25$.

Відповідь: $\sigma_{\text{еквII}} = 171$ МПа; $\sigma_{\text{еквIV}} = 178$ МПа.

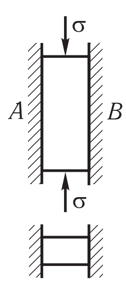

Рис. 3.18

3.53. Порівняти чотири класичні теорії міцності за допомогою визначення границі міцності (текучості) у разі чистого зсуву. Розрахунки виконати для зразка, виготовленого зі сталі 30. Механічні характеристики матеріалу: границя міцності $\sigma_\text{в} = 500$ МПа; границя текучості $\sigma_\text{т} = 300$ МПа; границя текучості при крученні $\tau_\text{т} = 170$ МПа; відносне подовження $\delta = 21$ %; коефіцієнт Пуассона $\mu = 0{,}25$. Порівняти отримані результати.

Відповідь: $\tau_\text{I} = 300$ МПа; $\tau_\text{II} = 240$ МПа; $\tau_\text{III} = 150$ МПа; $\tau_\text{IV} = 176$ МПа.

3.54. Сформулювати теорію міцності, згідно з якою за критерій граничного стану беруть величину першого інваріанта тензора деформації. Еквівалентне напруження записати через головні напруження. Підтвердити або спростувати цю теорію, застосувавши її до випадку чистого зсуву.

Відповідь: $\sigma_\text{екв} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$.