

5.2. Розрахунок статично визначуваних стрижнів і плоских рам

5.35. Перевірити міцність балки, якщо $[\sigma] = 160$ МПа (рис. 5.42).

Відповідь: недовантажена на 3,25 %.

5.36. Визначити допустиме навантаження $[F]$ для кожного із зазначених на рис. 5.43 варіантів поперечного перерізу балки. Вважати $[\sigma] = 160$ МПа.

Відповідь: а) 4,64 кН; б) 8,11 кН; в) 2,69 кН.

5.37. Перевірити двотаврову балку № 40 на міцність і жорсткість, якщо $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $[\sigma] = 160$ МПа і $[w] = \frac{l}{600}$ (рис. 5.44).

Відповідь: $\sigma_{\max} = 152$ МПа; $w_{\max} = \frac{l}{382} \approx 1,57[w]$.

5.38. Перерізи А і С сталеві ступінчастої балки (рис. 5.45) мають бути однаково небезпечні. Визначити за цією умовою діаметр d_2 . За знайденого

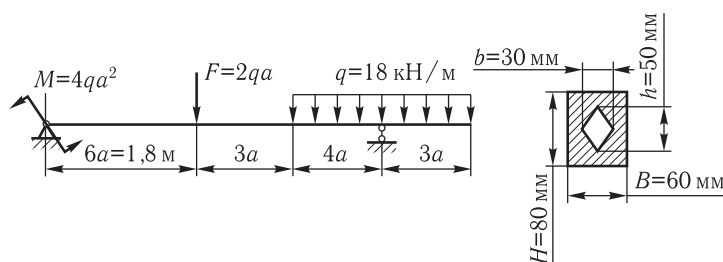


Рис. 5.42

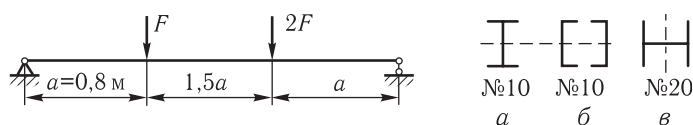


Рис. 5.43

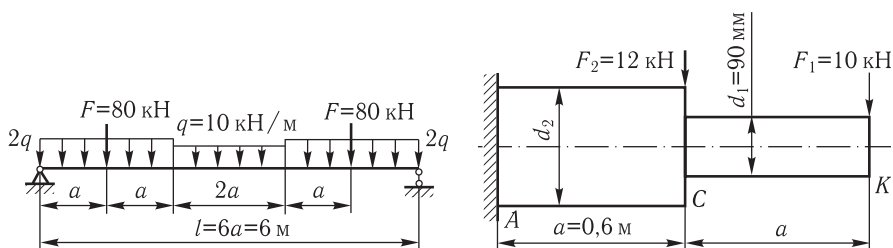


Рис. 5.44

Рис. 5.45

значення d_2 визначити прогин w_K вільного кінця балки. Модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: $d_2 = 133$ мм; $w_K = 3,46$ мм.

5.39*. Плоска сталева пружина має притискати деталь A силою $F = 60$ Н (рис. 5.46). Визначити переміщення Δ_K і найбільші напруження у поперечному перерізі пружини. Визначити величину помилки (у відсотках), яку отримаємо, якщо знаходити Δ_K , вважаючи, що пружина має постійний переріз завширшки $1,5b$. Модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: $\Delta_K = \frac{12Fl^3}{Eb\delta^3}(\ln 2 - 0,5) = 1,88$ мм; $\sigma_{\max} = 270$ МПа; за постійної ширини $1,5b$ отримаємо Δ_K більше на 15 %.

5.40. Найбільші нормальні напруження, що виникають під дією сили F у перерізі C балки трикутного перерізу, зображеної на рис. 5.47, дорівнюють $\sigma_C = 300$ МПа. Визначити найбільші за абсолютним значенням нормальні напруження у небезпечному перерізі балки, де $M = M_{\max}$.

Відповідь: $\sigma_{\max} = 120$ МПа (стиск).

5.41. Підібрати двотавровий переріз консольної балки, що несе рівномірно розподілене навантаження $q = 20$ кН/м (рис. 5.48), якщо довжина консолей $a = 2$ м, прогин $l = 2a = 4$ м, допустиме напруження $[\sigma] = 160$ МПа.

Відповідь: двотавр № 22а.

5.42. Чавунна труба перекидає прогин $l = 12$ м. Розглядаючи трубу як шарнірно опертую по кінцях балку, визначити величину найбільших нормальних напружень у небезпечному перерізі, якщо зовнішній діаметр труби $D = 25$ см, внутрішній $d = 23$ см, питома вага чавуну $\gamma = 78$ кН/м³.

Відповідь: $\sigma_{\max} = 412$ МПа.

5.43. Підібрати прямокутний переріз дерев'яної балки, затисненої одним кінцем і навантаженої, як зображено на рис. 5.49, за відношення сторін прямокутника $h/b = 3/2$, якщо $a = 0,25$ м, $q = 10$ кН/м, $F = 10qa$, $[\sigma] = 100$ МПа і $[\tau] = 1,2$ МПа.

Відповідь: $b = 17$ см; $h = 25,5$ см.

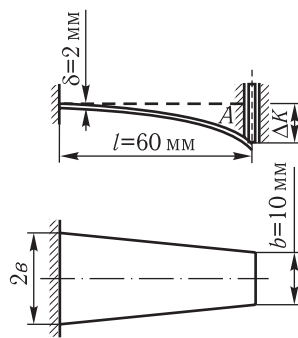


Рис. 5.46

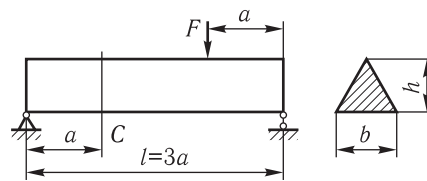


Рис. 5.47

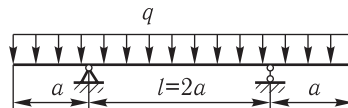


Рис. 5.48

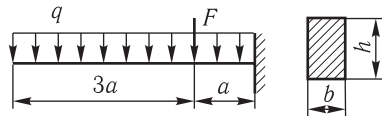


Рис. 5.49

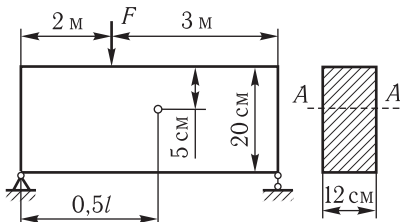


Рис. 5.50

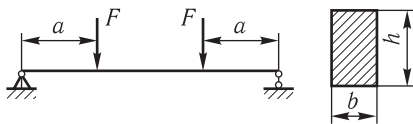


Рис. 5.51

5.44. Визначити нормальні й дотичні напруження на лінії $A-A$ на відстані 5 см від верхньої грані прямокутного перерізу, взятого посередині балки (рис. 5.50). Сила $F = 10$ кН.

Відповідь: $\sigma_A = 6,25$ МПа; $\tau_A = 0,188$ МПа.

5.45. Дерев'яна балка навантажена силами $F = 5$ кН на відстанях $a = 0,7$ м від опор (рис. 5.51). Вважаючи, що допустиме напруження $[\sigma] = 10$ МПа, підібрати прямокутний переріз балки з відношенням сторін $h/b = 3$.

Відповідь: $h \geq 18,5$ см.

5.46. Дві балки, з яких одна круглого, а інша квадратного перерізу, навантажені зосередженим вантажем. Балки зроблено з одного матеріалу, їхні прогони, розміщення вантажу і площі поперечних перерізів також однакові. Допустимий вантаж для круглої балки $[F_1] = 10$ кН. Знайти до-

пустимий вантаж $[F_2]$ для квадратної балки.

Відповідь: $[F_2] = 11,82$ кН.

5.47. Схеми різних перерізів балки, що згинається моментом $M = 3,6$ кН·м, зображено на рис. 5.52. Підібрати розміри b і h цих перерізів за допустимого напруження $[\sigma] = 120$ МПа. Порівняти площі перерізів (у відсотках) відносно найменшої площі. Вважати $b/h = 0,75$.

Відповідь: див. табл. 5.8.

5.48. Два рівновеликі за площею тонкостінні перерізи мають горизонтальну вісь симетрії. Зіставити епюри дотичних напружень τ від вертикальної поперечної сили Q і знайти центри згинання цих перерізів (рис. 5.53).

Відповідь: $x_{d_1} = 2,81$ см; $x_{d_2} = 2,73$ см.

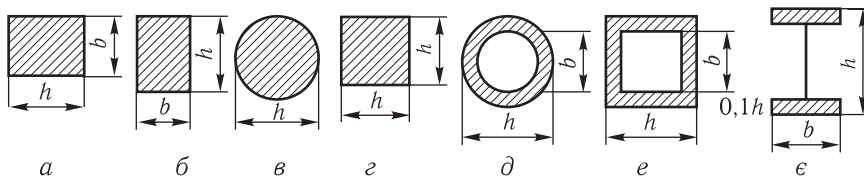


Рис. 5.52

Таблиця 5.8

Переріз	h , см	A , см	%	Переріз	h , см	A , см	%
a	14,7	163	374	d	16,5	93	213
b	13,4	135	310	e	13,8	83	190
$в$	14,5	165	378	$е$	17,0	44	100
z	12,2	148	340				

5.49. Згинальний момент M у перерізі сталеві балки ($E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа) дорівнює $2,58$ кН · м. Визначити радіус ρ кривини осі балки. Побудувати епюру нормальних напружень. Поперечний переріз балки — прямокутник $b \times h = 3 \times 5$ см.

Відповідь: $\sigma_{\max} = 206$ МПа; $\rho = 25,5$ м.

5.50. Балку виготовлено з двотавра № 20. Визначити нормальні напруження на відстанях 5 і 10 см від нейтрального шару, якщо згинальний момент дорівнює 15 кН · м.

Відповідь: $41,0$ МПа.

5.51. Обчислити найбільші нормальні напруження в шарнірно опертій балці прогоном $l = 2$ м, навантаженої посередині силою $F = 15$ кН. Балку виготовлено з прокатного двотавра № 12.

Відповідь: $\sigma_{\max} = 130$ МПа.

5.52*. а) Визначити товщину h шва зварної двотаврової балки (рис. 5.54). Поперечна сила в перерізі балки $Q = 300$ кН, допустиме напруження для матеріалу напливу $[\tau] = 50$ МПа;

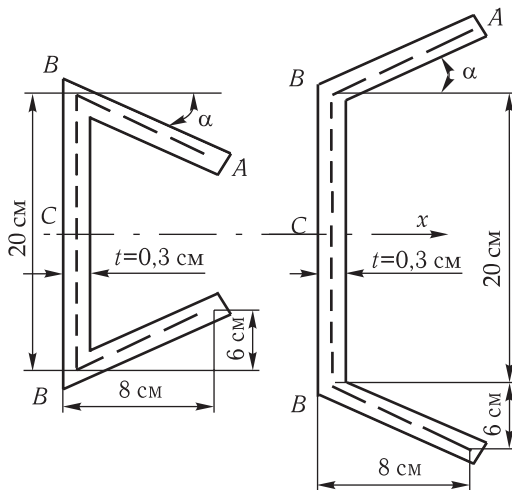


Рис. 5.53

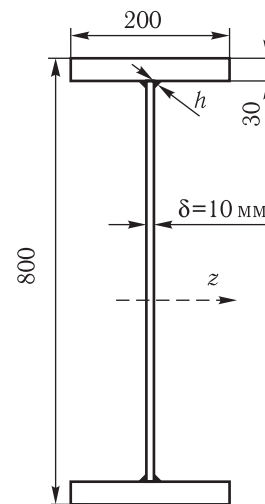


Рис. 5.54

б) суцільний шов замінено на переривчастий завтовшки $h = 1$ см. Довжина шпонки $l = 4$ см. Визначити крок e шпонок переривчастого шва.

Відповідь: а) $h = 3,3$ мм; б) $e = 12,2$ см.

5.53. Підібрати розміри перерізів зазначеної форми (рис. 5.55) за допустимого напруження $[\sigma] = 160$ МПа. Згинальний момент $M = 0,64$ кН·м. Порівняти площі перерізів з найменшою площею.

Відповідь: $F_a : F_b : F_c : F_z = 4,5 : 5,6 : 1,7 : 1$.

5.54. Визначити дотичні напруження в тонкостінній коробчастій балці з поздовжніми рівновіддаленими один від одного підкріпленнями (стрингерами), що мають однакові площі перерізу A , вважаючи, що стінки не сприймають нормальних напружень у поперечному перерізі балки (рис. 5.56).

Відповідь: а) $\tau = \frac{Q}{2tb}$; б) $\tau = \frac{Q}{4tb}$; в) $\tau_{\max} = \frac{3Q}{11tb}$.

5.55. Визначити допустиме навантаження $[F]$ для двотаврової балки № 30а (рис. 5.57). Допустиме напруження $[\sigma] = 160$ МПа, $a = 2$ м.

Відповідь: $[F] = 62$ кН.

5.56. Визначити найбільші нормальне й дотичне напруження в шарнірно опертій балці прогоном $l = 1,5$ м прямокутного перерізу $b \times h =$

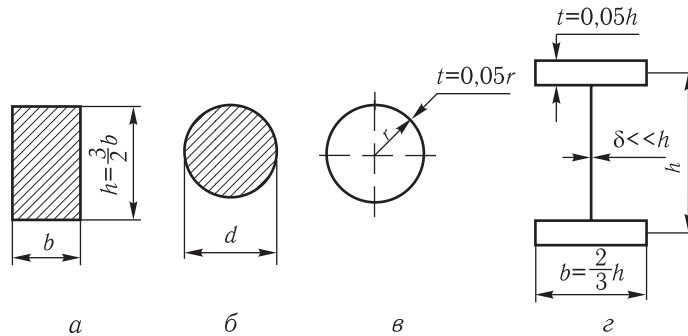


Рис. 5.55

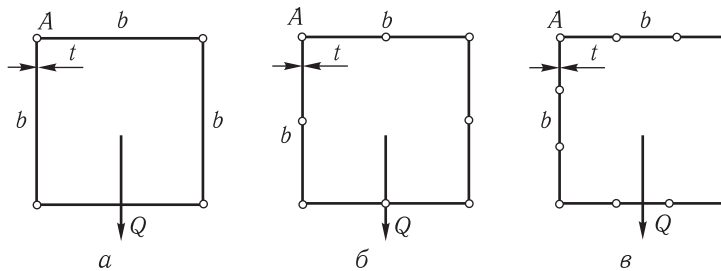


Рис. 5.56

$= 3 \times 5$ см, що навантажена посередині прогону зосередженим моментом $M = 7,2$ кН·м.

Відповідь: $\sigma_{\max} = 150$ МПа; $\tau_{\max} = 3$ МПа.

5.57. Визначити допустиме навантаження для чавунної балки трикутного перерізу заввишки $h = 5$ см і завширшки $b = h$ за коефіцієнта запасу міцності $n_b = 3$, якщо границя міцності чавуну на розтягання $\sigma_{в.р} = 200$ МПа, на стискання $\sigma_{в.с} = 1000$ МПа. Довжина балки $l = 4$ м (рис. 5.58).

Відповідь: $[F] = 2,77$ кН.

5.58. а) Двотавр № 60 посилений смугами $B \times \delta = 200 \times 10$ мм, приклепані до його полиць клепами діаметром $d = 2$ см (рис. 5.59, а). Визначити крок e клепок за умови рівної міцності балки і клепок. Допустиме напруження на розтягання і стискання для смуг $[\sigma] = 130$ МПа, на зрізання для клепок $[\tau] = 80$ МПа, на зминання для клепок, смуг і двотавра $[\sigma_{зм}] = 250$ МПа. Поперечна сила Q у перерізі балки дорівнює 300 кН;

б) клепки замінено на зварний шов (рис. 5.59, б). Визначити товщину h шва. Допустиме напруження для матеріалу напливу на зріз $[\tau] = 50$ МПа;

в) суцільний шов замінено на переривчастий (рис. 5.59, в). Визначити крок e переривчастого шва, якщо його товщина 5 мм, довжина 3 см.

Відповідь: а) $e = 31$ см; б) $h = 1,6$ мм; в) $e = 10$ см.

5.59. Консоль має прямокутний переріз $b \times h$, причому ширина b незмінна, і навантажена рівномірно розподіленим по всій її довжині навантаженням інтенсивністю q . За яким законом має змінюватися висота перерізу h , щоб максимальні нормальні напруження були постійними за довжиною балки?

Відповідь: висота h має змінюватися за лінійним законом $h(x) = cx$, де $c = \sqrt{\frac{3q}{b\sigma_{\max}}}$, x — відстань до вільного краю консолі.

5.60*. Визначити положення центра згину тонкостінної балки відкритого профілю, що є дугою кола (рис. 5.60).

Відповідь: $a = \frac{2r[(\pi - \alpha)\cos\alpha + \sin(\pi - \alpha)]}{\pi - \alpha + \sin\alpha\cos\alpha}$.

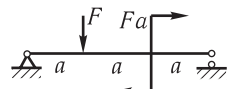


Рис. 5.57

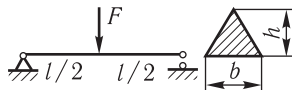


Рис. 5.58

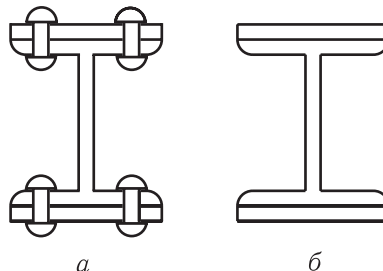


Рис. 5.59

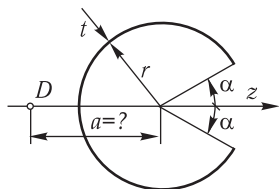


Рис. 5.60

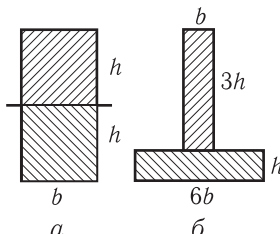


Рис. 5.61

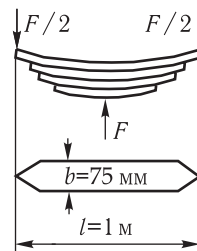


Рис. 5.62

5.61. Балка складається з двох брусів, жорстко з'єднаних між собою по всій поверхні їхнього стикування. Модуль пружності матеріалу верхнього бруса вдвічі більший, ніж нижнього: $E_B = 2E_H$ (рис. 5.61). Побудувати епюру нормальних напружень у поперечному перерізі складеної балки. Згинальний момент у перерізі дорівнює M .

Відповідь: а) вгорі верхньої балки $|\sigma| = \frac{20M}{11bh^2}$, внизу нижньої балки $|\sigma| = \frac{4M}{11bh^2}$; б) вгорі верхньої балки $|\sigma| = \frac{5M}{17bh^2}$, внизу нижньої балки $|\sigma| = \frac{3M}{34bh^2}$.

5.62. Ресора складається з $n = 10$ аркушів завширшки $b = 75$ мм і завтовшки $t = 10$ мм (рис. 5.62). Прогін ресори $l = 1$ м. Допустиме напруження $[\sigma] = 400$ МПа, модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Визначити вантажопідйомність ресори $[F]$ і величину прогину посередині прогону при $F = [F]$.

Відповідь: $[F] = \frac{2[\sigma] bnt^2}{3l} = 20$ кН; $w_{\text{сеп}} = \frac{3[F]l^3}{8Ebnl^3} = 50$ мм.

5.63. Обчислити нормальні напруження в крайніх точках небезпечного перерізу, якщо $F = 30$ кН. Визначити допустиму силу $[F]$ за допустимого напруження $[\sigma] = 120$ МПа (рис. 5.63).

Відповідь: $\sigma_{\text{max}} = 185,4$ МПа; $[F] = 19,43$ кН.

5.64. За безпосереднього навантаження балки AB силою F посередині прогону найбільше нормальне напруження перевищує допустиме на 30%. Щоб усунути перенапруження, поставлено допоміжну балочку CD (рис. 5.64). Визначити довжину a цієї балочки.

Відповідь: $a = 180$ см.

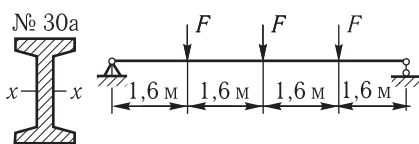


Рис. 5.63

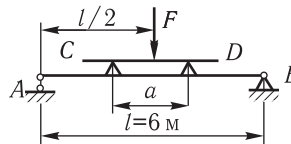


Рис. 5.64

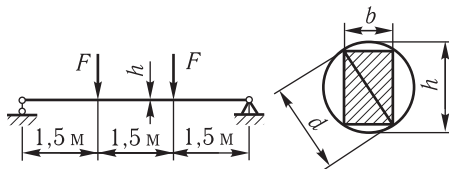


Рис. 5.65

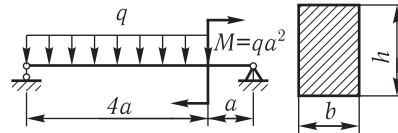


Рис. 5.66

5.65. Балку, що вільно лежить на двох опорах, навантажено посередині силою $F = 20$ кН. Визначити прогони l , що безпечно можна перекрити дерев'яною балкою прямокутного перерізу $b \times h = 12 \times 20$ см і двома сталевими швелерами № 12 за допустимих напружень: для дерева 12 МПа; для сталі 160 МПа.

Відповідь: $l_{\text{дер}} = 1,92$ м; $l_{\text{ст}} = 3,24$ м.

5.66. Підібрати діаметр балки d за допустимого напруження $[\sigma] = 12$ МПа (рис. 5.65). Визначити, у скільки разів потрібно збільшити площу перерізу, якщо інтенсивність q буде в 10 разів більшою.

Відповідь: $d = 9,5$ см; площу перерізу потрібно збільшити у 4,6 раза.

5.67. Балку навантажено силою $F = 0,5$ кН (рис. 5.66). Визначити найменший діаметр колоди, з якої можна випилити балку, і відношення сторін b/h за умови, щоб момент опору перерізу балки був найбільшим. Допустиме напруження $[\sigma] = 10$ МПа.

Відповідь: $\frac{b}{h} = 0,71$; $d = 22,7$ см.

5.68. Балку прямокутного перерізу прогоном $l = 5a = 5$ м навантажено так, як зображено на рис. 5.67. Визначити інтенсивність навантаження q , якщо найбільші нормальні напруження, що виникають у небезпечному перерізі балки, $\sigma_{\text{max}} = 121$ МПа, розміри перерізу: $b = 12$ см; $h = 20$ см.

Відповідь: $M_{\text{max}} = 2,42qa^2$; $q = 40$ кН/м.

5.69. Пустотіла балка прямокутного поперечного перерізу прогоном $l = 4$ м вільно оберта по кінцях. Яку зосереджену силу F можна безпечно прикласти посередині прогону у вертикальній площині за допустимого напруження $[\sigma] = 50$ МПа? Розміри перерізу подано на рис. 5.68 у сантиметрах.

Відповідь: $[F] = 54$ кН.

5.70. Згідно з проектом, проріз у стіні мали перекрити двома балками двотаврового профілю № 12. Потім було вирішено замінити їх однією балкою більшого профілю. Визначити потрібний номер двотавра і з'ясувати, яке з рішень є економічнішим.

Відповідь: двотавр № 18, це рішення дає близько 20 % економії металу.

5.71*. Балка завдовжки $l = 1,5$ м, затиснена одним кінцем, несе суцільне навантаження, розподілене за законом трикутника. Переріз балки прямокут-

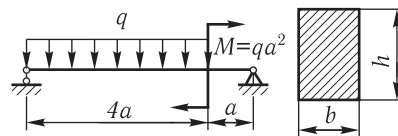


Рис. 5.67

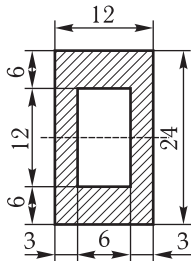


Рис. 5.68

ний пустотілий з несиметрично розміщеною порожниною зображено на рис. 5.69. а) Визначити навантаження Q_0 за допустимого напруження $[\sigma] = 100$ МПа; б) встановити, як зміниться навантаження Q_0 , якщо воно буде розподілене рівномірно по довжині балки.

Відповідь: а) $[Q_0] = 75$ кН; б) зменшиться в 1,5 раза.

5.72. Підібрати переріз консольної балки двотаврового профілю, навантаженої так, як зображено на рис. 5.70. Допустимі напруження $[\sigma] = 160$ МПа і $[\tau] = 100$ МПа.

Відповідь: двотавр № 27.

5.73. Балка прогоном $l = 1$ м, що вільно лежить на двох шарнірних опорах, вигнута по дузі обводу. Переріз балки прямокутний зі сторонами $b = 6$ см і $h = 4$ см. Прогин, виміряний посередині прогону, дорівнює $w = 6,25$ мм. Визначити модуль пружності матеріалу і радіус кривини осі балки за умови, що найбільше нормальне напруження $\sigma_{\max} = 10$ МПа.

Відповідь: $E = 1 \cdot 10^4$ МПа; $\rho = 20$ м.

5.74. Підібрати за сортаментом двотавровий переріз балки прогоном $l = 8$ м, шарнірно обпертої по кінцях і навантаженої рівномірно розподіленим навантаженням $q = 4$ кН/м, з умови, що найбільший прогин не перевищує $[w] = \frac{1}{400}l$. Перевірити також міцність перерізу, взявши $[\sigma] = 160$ МПа.

Відповідь: двотавр № 55.

5.75. Визначити максимальні дотичні напруження, що виникають у поперечному перерізі балки, за трьома зображеними на рис. 5.71 варіантами поперечного перерізу.

Відповідь: а) 5,58 МПа; б) 3,21 МПа; в) 22,6 МПа.

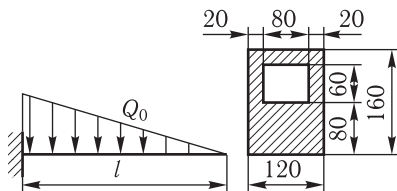


Рис. 5.69

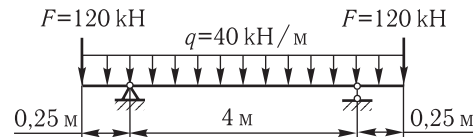


Рис. 5.70

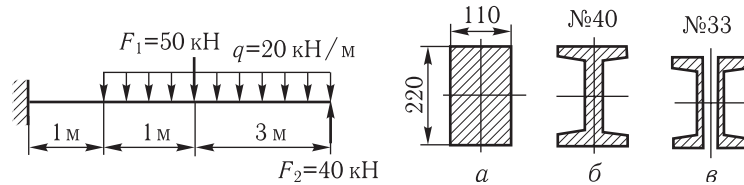


Рис. 5.71

5.76*. У перерізі, де поперечна сила має найбільше значення, визначити дотичні напруження в точках A і B стінки, а також найбільші дотичні напруження (рис. 5.72).

Відповідь: $\tau_A = 8,66$ МПа; $\tau_B = 10,87$ МПа; $\tau_{\max} = 10,94$ МПа.

5.77. Обчислити найбільші нормальні й дотичні напруження у двох квадратних тонкостінних перерізах завтовшки 4 мм (рис. 5.73) із симетричним розрізом: а) по вертикалі; б) по горизонталі у разі дії у вертикальній площині моменту $M_z = 0,5$ кН·м і поперечної сили $Q_y = 5$ кН.

Відповідь: а) $\sigma_{\max} = 71$ МПа, $\tau_{\max} = 18,4$ МПа; б) $\sigma_{\max} = 71$ МПа, $\tau_{\max} = 36,8$ МПа.

5.78. Як зміняться найбільші нормальні напруження у рамі (рис. 5.74), якщо ліву опору зробити рухомою, а праву — нерухомою? Задано: $q = 20$ кН/м; $h = 3$ м; $l = 2$ м.

Відповідь: збільшаться вдвічі.

5.79*. Для рами, зображеної на рис. 5.75, що має прямокутний переріз 10×30 см, побудувати епюри внутрішніх зусиль, перевірити рівновагу жорсткого вузла A і міцність рами за допустимого напруження $[\sigma] = 160$ МПа.

Відповідь: $N_{Aл} = 27,1$ кН; $N_{Aпр} = 0$; $Q_{Aл} = -27,1$ кН; $Q_{Aпр} = -78,33$ кН; $M_{Aл} = M_{Aпр} = 155$ кН·м; $M_{\max} = 167$ кН·м; $\sigma_{\max} = 111$ МПа $< [\sigma] = 160$ МПа.

5.80. Виконати, зберігаючи числові дані, умову задачі 5.79, при цьому замість жорсткого розглянути шарнірне з'єднання в куті A , а праву рухому опору замінити на шарнірно-нерухому (див. рис. 5.75).

Відповідь: $N_{Aл} = -9,43$ кН, $N_{Aпр} = -51,67$ кН, $Q_{Aл} = -63,64$ кН, $Q_{Aпр} = -78,33$ кН, $M_{Aл} = M_{Aпр} = 0$, $|M|_{\max} = 235$ кН·м, $\sigma_{\max} = 157$ МПа $< [\sigma] = 160$ МПа.

5.81*. Видовження, виміряні тензометрами S_1 і S_2 з базою $S = 100$ мм та коефіцієнтом збільшення $k = 2000$, встановленими з лівої і правої сторін стрижня AB рами, дорівнюють 1 мм (рис. 5.76).

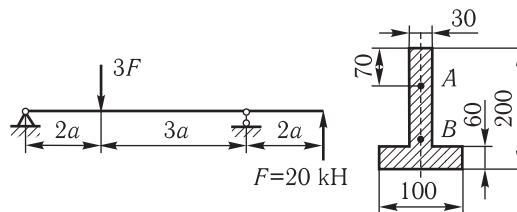


Рис. 5.72

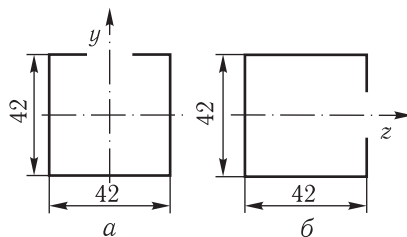


Рис. 5.73

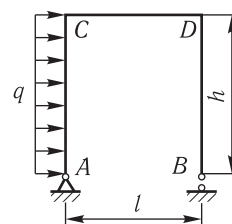


Рис. 5.74

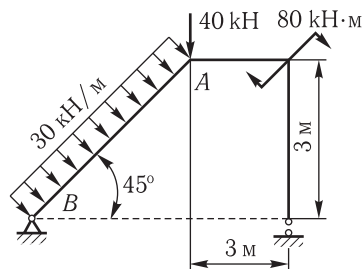


Рис. 5.75

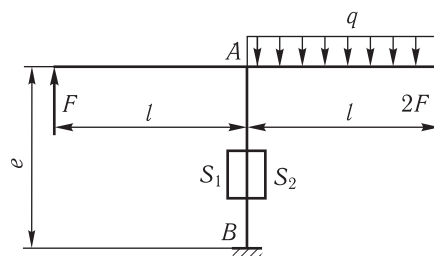


Рис. 5.76

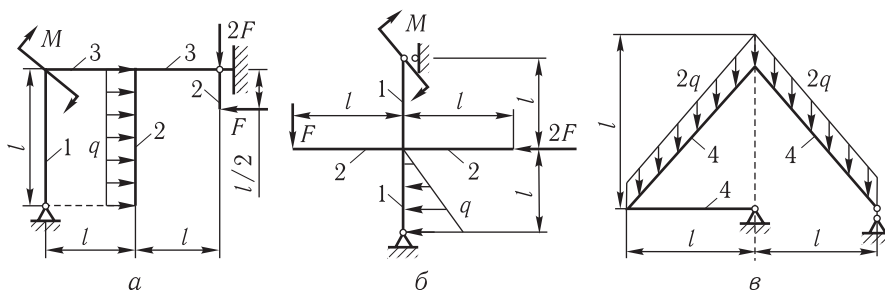


Рис. 5.77

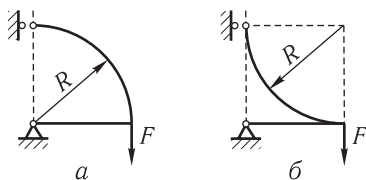


Рис. 5.78

Рама має квадратний переріз 50×50 мм, модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $l = 1$ м. Обчислити найбільші нормальні напруження в рамі.

Відповідь: $\sigma_{\max} = 120$ МПа.

5.82. Обчислити нормальні напруження в небезпечних точках рам, зображених на рис. 5.77. Рами виготовлено з одного матеріалу. Вважати: $F = 5$ кН, $M = 10$ кН·м, $q = 20$ кН/м, $l = 1$ м, стрижні 1 мають квадратний переріз 15×15 см, 2 — круглий переріз діаметром 15 см, 3 — трубчастий переріз із зовнішнім діаметром 15 см і внутрішнім 5 см, 4 — двотавровий № 30.

Відповідь: а) $\sigma_{\max} = 40$ МПа; б) $\sigma_{\max} = 25,2$ МПа; в) $\sigma_{\max} = 240$ МПа.

5.83*. Порівняти дві рами, зображені на рис. 5.78, щодо їх міцності без урахування і з урахуванням власної ваги за умови, що радіус R досить великий, тому враховувати потрібно тільки внутрішні моменти. Поперечний переріз і матеріал рам однаковий.

Відповідь: міцність рам в обох випадках для варіантів а) і б) однакова.