

# Лекція №14

## Тема 10.4. ГЕОМЕТРІЯ КУЛАЧКА

Розглянемо її на прикладі регулювання руху впускного клапана поршневого двигуна (рис. 10.6). Протягом одного оберту кулачка маємо чотири фази роботи клапана.

**Фаза 1** – відкривання клапана 3 для впуску робочого тіла в камеру згорання двигуна. При цьому кулачок 1 повертається на кут  $\varphi_{\text{вд}}$ , а точка контакту штовхача (коромисла) 2 з кулачком переміщується по дузі  $a_0a_1$ .

**Фаза 2** – клапан повністю відкритий і знаходиться в нерухомому і найбільш віддаленому від осі обертання штовхача положенні. Точка контакту переміщується вздовж профілю кулачка по дузі кола  $a_1a_2$  радіусом  $R_{\text{max}}$ , яка опирається на центральний кут  $\varphi_{\text{д}}$ .

**Фаза 3** – закривання клапана. Під дією пружини 4 клапан повертається у вихідне положення, при цьому точка контакту між штовхачем і кулачком переміщується по дузі  $a_2a_3$ , а кулачок повертається на кут  $\varphi_{\text{пв}}$ .

**Фаза 4** – клапан закритий і знаходиться в найнаближенішому до осі обертання кулачка положенні. Кулачок повертається на кут  $\varphi_{\text{з}}$ , а точка контакту ковзає по дузі кола  $a_3a_0$  радіусом  $R_{\text{min}}$ , і штовхач зупиняється. При подальшому обертанні кулачка, коли точка контакту досягає точки  $a_0$ , цикл повторюється.

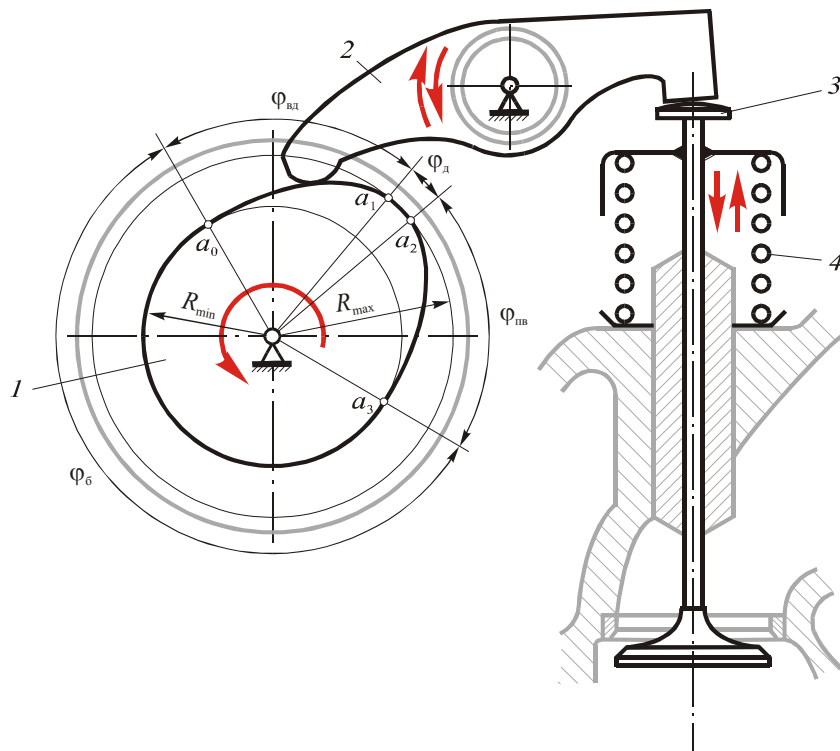


Рис. 10.6 Механізм регулювання руху впускного клапана поршневого двигуна

Перелічені кути повороту називаються *фазовими кутами кулачка*:  $\varphi_{\text{вд}}$  – кут віддалення;  $\varphi_{\text{д}}$  – кут дальнього стояння;  $\varphi_{\text{пв}}$  – кут повернення;  $\varphi_{\text{б}}$  – кут ближнього стояння.

Повний кут повороту кулачка за цикл складає  $2\pi$ . Тобто

$$\varphi_{\text{вд}} + \varphi_{\text{д}} + \varphi_{\text{пв}} + \varphi_{\text{б}} = 2\pi. \quad (10.1)$$

Робочий кут:

$$\varphi_p = \varphi_{\text{вд}} + \varphi_{\text{д}} + \varphi_{\text{пв}}. \quad (10.2)$$

В окремих випадках кути дальнього стояння  $\varphi_{\text{д}}$  і ближнього стояння  $\varphi_{\text{б}}$  можуть бути відсутніми.

## Тема 10.5. КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ

Як і для інших плоских механізмів, для кулачкових механізмів застосовують аналітичні і графоаналітичні методи кінематичного аналізу.

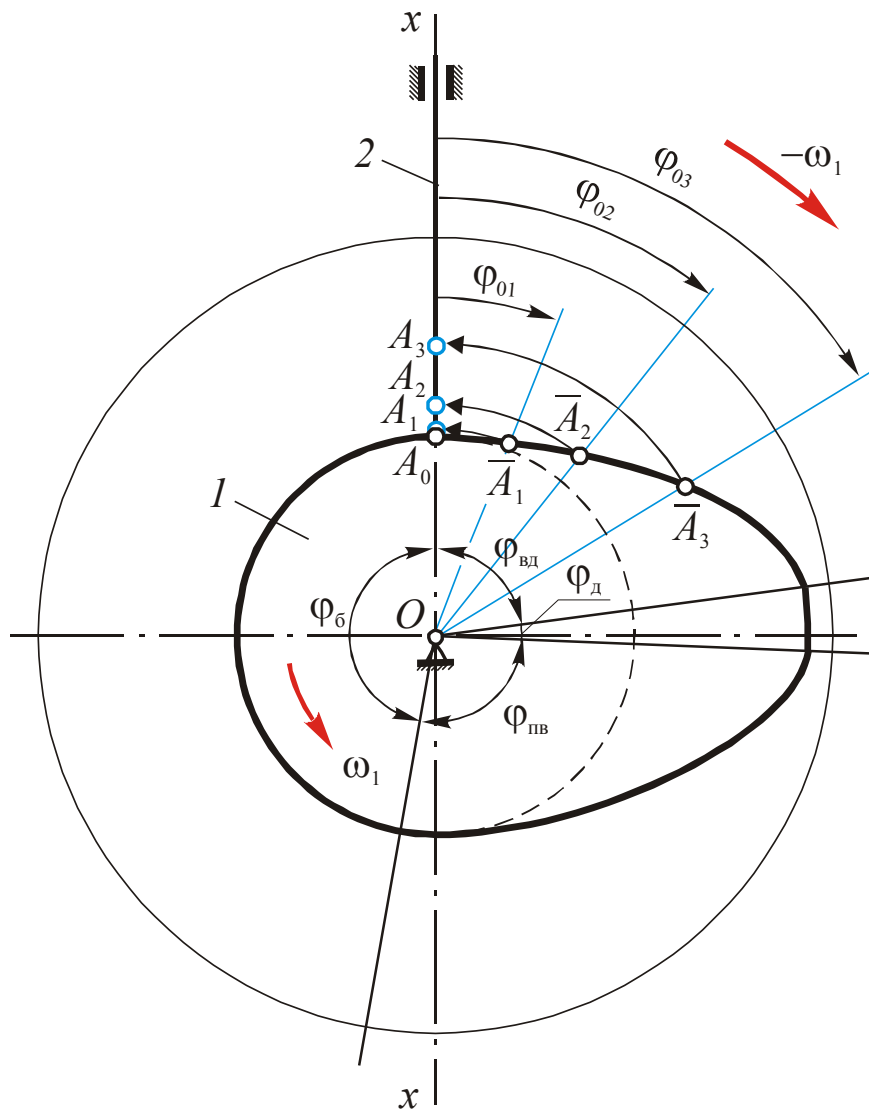
Розглянемо приклади кінематичного аналізу деяких кулачкових механізмів графоаналітичним методом.

**Приклад 10.1.** Визначити переміщення точки  $A$  штовхача кулачкового механізму з центральним поступально рухомим штовхачем при повороті кулачка на кут  $\varphi$  з кутовою швидкістю  $\omega_1$  (рис. 10.7).

Застосуємо принцип оберненості руху. Надамо всьому механізму кутову швидкість  $-\omega_1$ . Тоді кулачок 1 зупиниться, а штовхач 2 зі стоячком обертаватиметься навколо осі  $O$  з кутовою швидкістю  $-\omega_1$  і одночасно переміщуватиметься вздовж осі  $x-x$ .

Повернемо стояк з штовхачем у напрямку кутової швидкості  $-\omega_1$  на кут  $\varphi_{01}$ . Точка  $A$  штовхача займе положення  $\bar{A}_1$ . Величину лінійного переміщення штовхача знайдемо, провівши радіусом  $r = O\bar{A}_1$  дугу до перетину з віссю  $x-x$  в точці  $A_1$ . Відрізок  $A_0A_1$  – шукане переміщення штовхача.

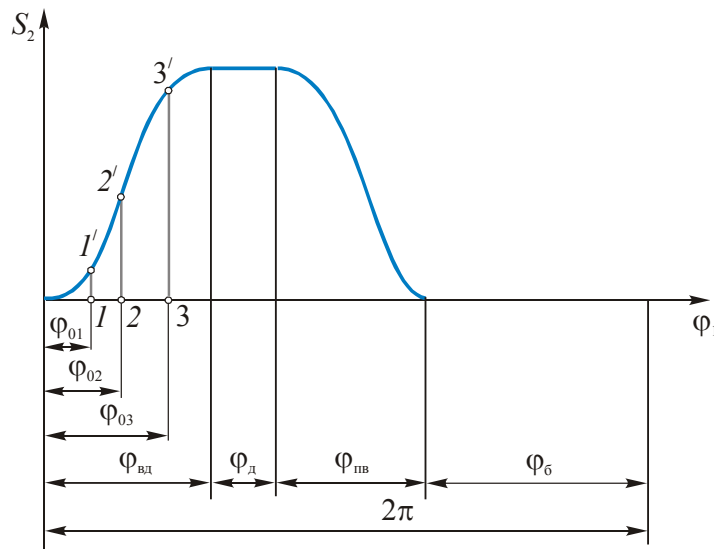
Отримане переміщення відкладемо на графіку  $S_2 = S_2(\varphi)$  у вигляді відрізка  $1-1' = \frac{\mu_l \cdot A_0 A_1}{\mu_s}$  (рис. 10.8), де  $\mu_s$  – масштабний коефіцієнт для осі переміщень.



**Рис. 10.7 Кулачковий механізм з поступально рухомим центральним штовхачем**

Повертаючи стояк зі штовхачем навколо точки  $O$ , отримаємо послідовні його положення  $\bar{A}_2$ ,  $\bar{A}_3$  і т.д., які відповідають кутам  $\varphi_{02}$ ,  $\varphi_{03}$  і т.д.

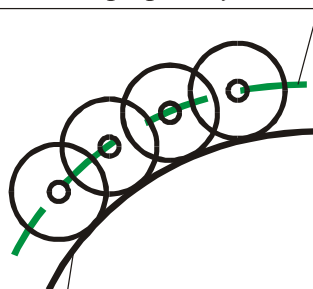
Відкладаючи в масштабі  $\mu_s$  отримані переміщення на графіку  $S_2 = S_2(\varphi_1)$ , отримаємо *діаграму переміщень штовхача за цикл* (рис. 10.8). Вона є графіком функції положення штовхача.



**Рис. 10.8** Графік функції положення штовхача

Якщо штовхач кулачкового механізму споряджений роликом, то аналіз зводиться до попереднього, коли врахувати, що центр ролика описує криву, рівновіддалену (еквідистантну) від робочого профілю кулачка (рис. 10.9). Ця крива утворює *теоретичний профіль кулачка*. Саме для теоретичного профілю і виконують всі необхідні побудови.

*Теоретичний профіль кулачка*



*Робочий профіль кулачка*

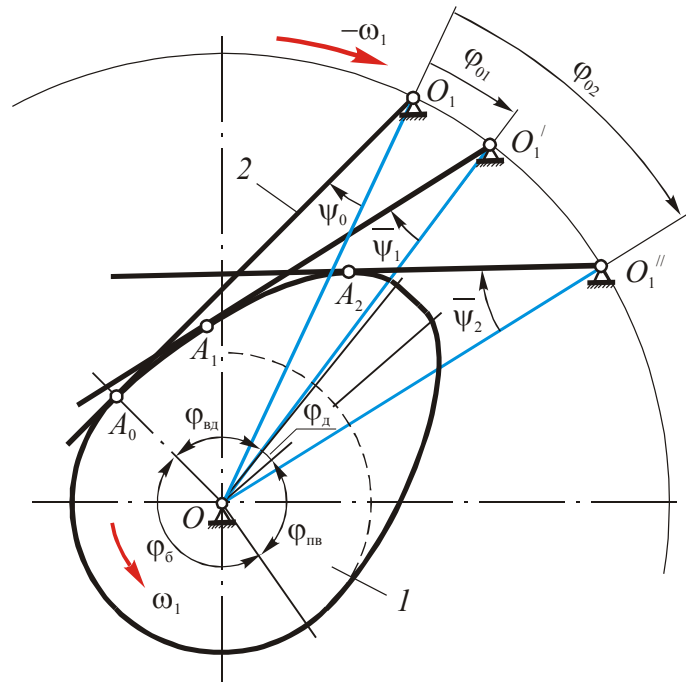
**Рис. 10.9** Формування робочого профілю кулачка

**Приклад 11.2.** Провести кінематичне дослідження кулачкового механізму з обертальним плоским штовхачем (рис. 10.10).

Почнемо кінематичний аналіз кулачкового механізму від положення, яке відповідає початку фази віддалення штовхача (коромисла). В цьому положенні коромисло 2 дотикається до профілю кулачка 1 в точці  $A_0$  (див. рис. 10.10). Відрізок  $OO_1$  вважаємо таким, що належить стояку.

Для аналізу, як і в попередньому прикладі, скористаємось принципом оберненості руху. Повернемо стійку на деякий кут  $\varphi_{01}$  у напрямку  $-\omega_1$ . При

цьому відрізок  $OO_1$  займе положення  $OO_1'$ . Положення коромисла знайдемо, провівши з точки  $O_1'$  відрізок, що дотикається до профілю кулачка в точці  $A_1$ .



**Рис. 10.10 Кулачковий механізм з плоским обертальним штовхачем**

Величина переміщення коромисла в цьому положенні визначатиметься зміною кута  $\psi$  між відрізками  $OO_1$  та  $O_1A_0$ :

$$\psi_1 = \bar{\psi}_1 - \psi_0.$$

Для другого положення відповідно матимемо:

$$\psi_2 = \bar{\psi}_2 - \psi_0.$$

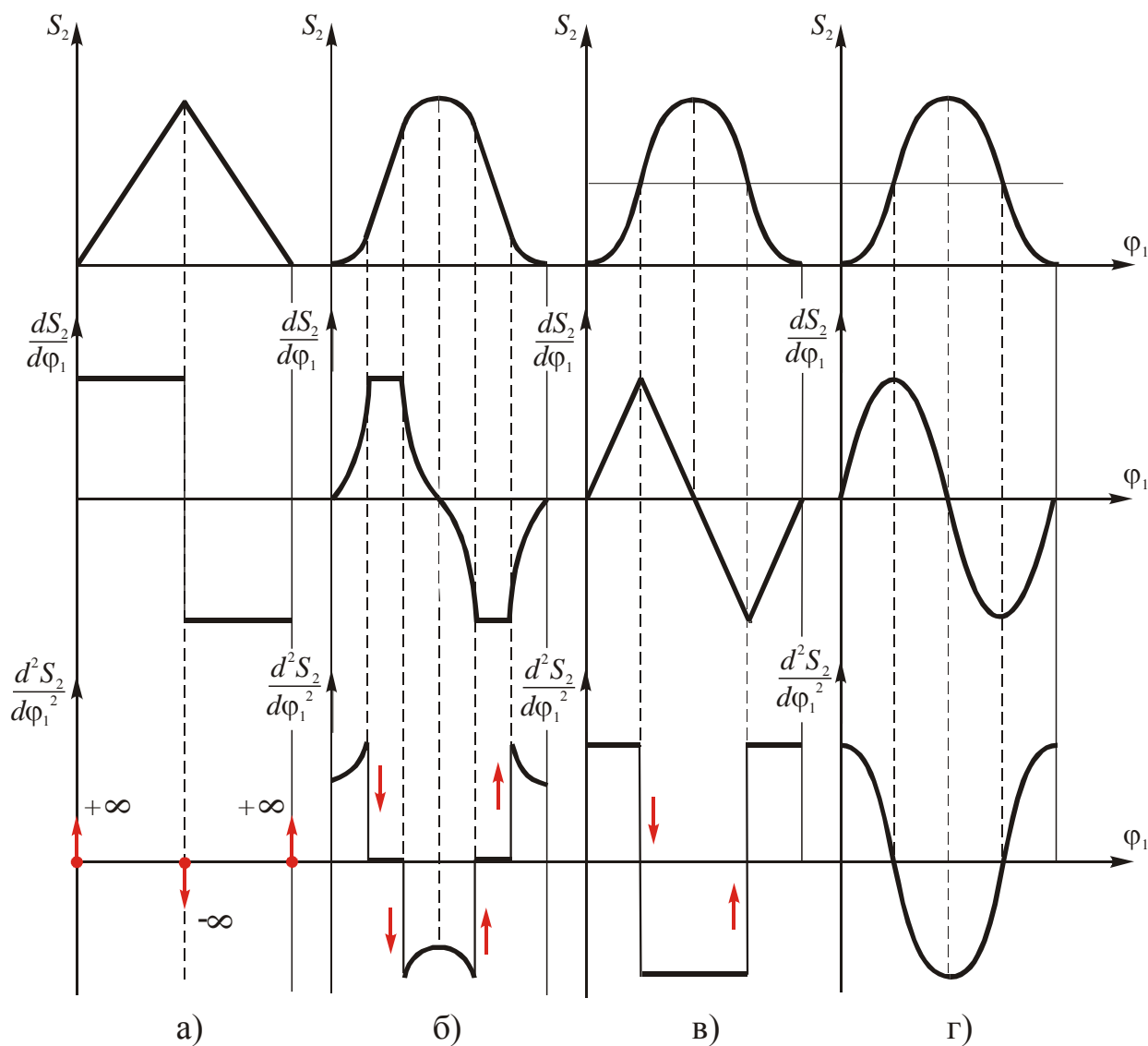
Провівши аналогічні побудови для ряду послідовних положень механізму, та визначивши в кожному з них величину переміщення коромисла, можемо побудувати діаграму переміщень за цикл руху механізму в координатах  $\psi - \phi_1$ , аналогічну тій, що зображена на рис. 10.8 для кулачкового механізму з поступально рухом штовхачем.

Як для першого прикладу, так і для другого, діаграми аналогів швидкостей та прискорень штовхача можна отримати, продиференціювавши графіки переміщень штовхача.

## 11.6. Синтез кулачкових механізмів

Рух ведучої і веденої ланки як правило задається аналітично у вигляді рівнянь руху або графічним способом у вигляді діаграм. Характер цих рівнянь або діаграм може бути різним, в залежності від заданих умов руху. З технічної точки зору, зручно задавати діаграми або рівняння переміщень у функції кута повороту кулачка (функції положення).

На рис.11.11 наведені деякі приклади діаграм руху штовхача. Діаграми переміщень  $S_2 = S_2(\varphi_1)$  тут зображені у вигляді прямих ліній (рис. 11.11 а), прямих, що переходять в дуги кола (рис. 11.11 б), спряжених парабол (рис. 11.11 в) та косинусоїди (рис. 11.11 г).



**Рис. 11.11**

Диференціюючи ці діаграми, ми отримаємо діаграми аналогів швидкостей штовхача  $\frac{dS_2}{d\varphi_1} = \frac{dS_2}{d\varphi_1}(\varphi_1)$ , а диференціюючи ще раз — діаграми аналогів

прискорень  $\frac{d^2S_2}{d\varphi_1^2} = \frac{d^2S_2}{d\varphi_1^2}(\varphi_1)$ .

З рис.11.11 а) видно, що за прямолінійного закону переміщення штовхача в точках зміни напрямку руху прискорення теоретично прямує до нескінченності. В цей момент мають місце так звані *жорсткі удари*.

Для законів руху, представлених на рис.11.11 б) і в), при зміні напрямку руху штовхача спостерігається стрибкоподібна зміна прискорення. Тобто також мають місце удари, проте зміна тиску відбувається миттєво на кінцеву величину, а не до нескінченності, як при жорсткому ударі. Такі удари називаються *м'якими*.

Якщо закон руху штовхача заданий діаграмою у вигляді косинусоїди (рис. 11.11 г), стрибки на діаграмах швидкостей і прискорень відсутні, а значить відсутні і будь-які удари.

З точки зору динаміки кулачкового механізму серед наведених прикладів законів руху штовхача останній є найбільш прийнятним.

При проектуванні кулачкових механізмів, щоб уникнути ударів, як правило, після попереднього аналізу фаз руху штовхача задають закон зміни аналога його прискорення, а потім шляхом інтегрування отримують діаграми швидкостей і переміщень (рис.11.12).

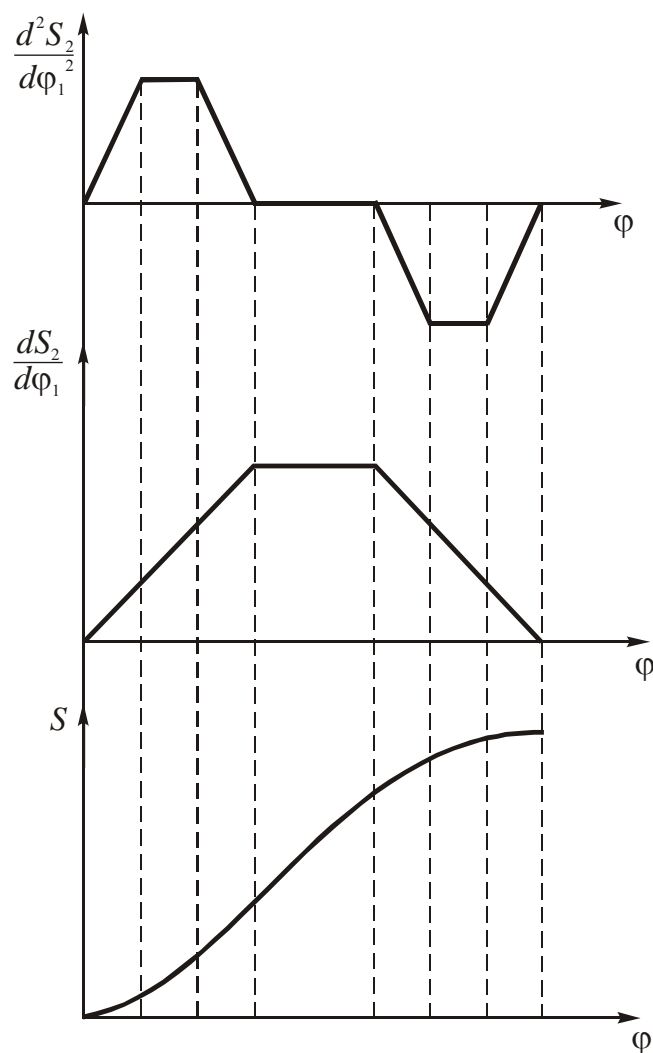


Рис. 11.12

Процес синтезу кулачкового механізму розбивають на два етапи: *динамічний синтез* та *кінематичний синтез*.

### 11.6.1. Динамічний синтез кулачкового механізму

Розглянемо особливості динамічного синтезу деяких типових кулачкових механізмів.

#### а) Механізм з поступально рухомим штовхачем, оснащеним роликом.

Проаналізуємо умови, які мають бути враховані при виборі мінімальних розмірів такого механізму.

На рис. 11.13 зображений нецентральний механізм.

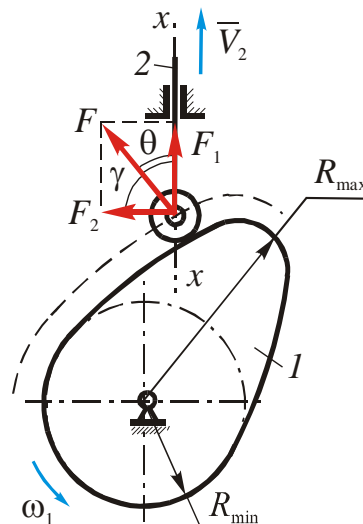


Рис. 11.13

Як відомо, тиск у вищій кінематичній парі спрямований уздовж спільної нормалі в точці дотику профілів. Розкладемо тиск  $\bar{F}$  на дві складові: уздовж напрямку руху штовхача  $x - x$  (сила  $\bar{F}_1$ ) та уздовж перпендикуляра до напрямку  $x - x$  ( $\bar{F}_2$ ). Тут сили зведені до точки контакту теоретичного профілю кулачка (пунктирна лінія) з вістрям штовхача.

Кут  $\theta$  на рис. 11.13 – це *кут тиску*.

Зрозуміло, що чим більшим буде кут  $\theta$ , тим більшим має бути зусилля  $F$ , щоб подолати сили опору, які діють на штовхач, і примусити його рухатись.

Значить, за деякого кута  $\theta_{\max}$  можливе *заклинювання механізму*.



Кут  $\gamma$ , що доповнює кут тиску  $\theta$  до  $90^\circ$ , називається *кутом передачі руху*.

Величина кута  $\theta$  обмежується, з одного боку, умовою незаклинювання (тобто він не може бути як завгодно великим), а з іншого – величиною ККД механізму, який зростає зі зменшенням цього кута. Друга умова є вирішальною: зазвичай оптимальний кут  $\theta$  вибирають з умови оптимального ККД, але він має бути меншим від отриманого з умови незаклинювання.

Для кулачкових механізмів з поступально рухомим штовхачем приймають:

$$\theta_{\max} = 30^\circ \text{ або } \gamma_{\min} = 60^\circ.$$

Зрозуміло, що при заданому законі руху, зокрема величині ходу штовхача, кут  $\theta$  буде визначатись крутизною підйому профілю кулачка від  $R_{\min}$  до  $R_{\max}$  (див. рис. 11.13). Величина мінімального радіуса  $R_{\min}$  в свою чергу визначає габарити кулачка при незмінному максимальному ході штовхача.

Розглянемо методику визначення мінімального радіусу кулачка для механізму даного типу.

На рис.11.14 а) і б) зображені кінематична схема та план швидкостей механізму відповідно.

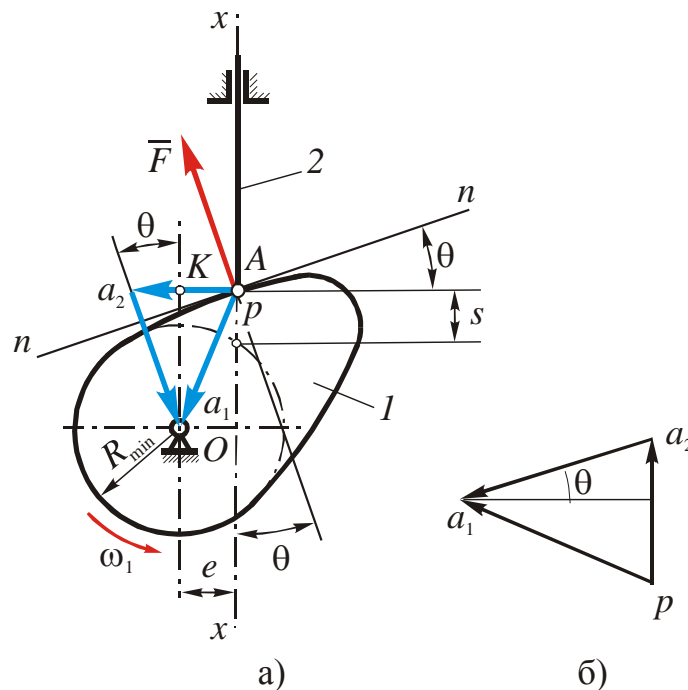


Рис. 11.14

Сумістимо полюс плану швидкостей  $p$  з точкою  $A$  механізму, а точку  $a_1$  – з точкою  $O$ , і на цьому відрізку побудуємо повернутий на  $90^\circ$  план швидкостей. Масштабний коефіцієнт цього плану

$$\mu_v = \frac{V_A}{OA} = \frac{\omega l_{OA} \cdot \mu_l}{l_{OA}} = \omega \mu_l. \quad (11.3)$$

Тоді

$$pa_2 = \frac{V_{A_2}}{\mu_v}. \quad (11.4)$$

Тут

$$V_{A_2} = \frac{dS}{dt} = \frac{dS}{d\varphi} \omega. \quad (11.5)$$

Підставляємо (11.3) і (11.5) в (11.4):

$$pa_2 = \frac{\frac{dS}{d\varphi} \omega}{\omega \mu_1} = \frac{1}{\mu_1} \frac{dS}{d\varphi}. \quad (11.6)$$

Тобто план швидкостей, суміщений зі схемою механізмом (рис. 11.15), можна розглядати як план аналогів швидкостей, побудований у тому ж масштабі, що і кінематична схема механізму. Тоді всі відрізки плану аналогів швидкостей механізму можна складати з будь-якими відрізками його кінематичної схеми.

На цій підставі, розглядаючи трикутник  $a_1ka_2$ , можна записати:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{pa_2 - e}{Ok},$$

або

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\frac{dS}{d\varphi} - e}{S + \sqrt{R_{\min}^2 - e^2}}. \quad (11.7)$$

Для центрального механізму ( $e = 0$ ):

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\frac{dS}{d\varphi}}{S + R_{\min}}. \quad (11.8)$$

Розглянемо методику визначення мінімального радіуса кулачка, яка базується на геометричному розв'язку рівнянь (11.7) і (11.8).

Заданими в цій задачі мають бути закони руху штовхача  $S - \varphi$  і  $\frac{dS}{d\varphi} - \varphi$ , його максимальний хід  $h_{\max}$  та допустимі кути тиску  $\theta_{\max}$  або передачі руху  $\gamma_{\min}$ .

1. Будують циклограму руху штовхача у координатах  $S - \frac{dS}{d\varphi}$ , виключаючи з

діаграм руху штовхача  $S - \varphi$  і  $\frac{dS}{d\varphi} - \varphi$  параметр  $\varphi$  (рис. 11.15). При цьому величина масштабних коефіцієнтів  $\mu_S$  і  $\mu_{\frac{dS}{d\varphi}}$  циклограми (рис. 11.15 б) має

бути однаковою.

**При силовому замиканні можна обмежитись побудовою циклограми тільки для кута віддалення  $\varphi_{\text{вд}}$  (рис. 11.15), а при геометричному замиканні будувати циклограму треба для повного кута повороту кулачка (рис. 11.16).**

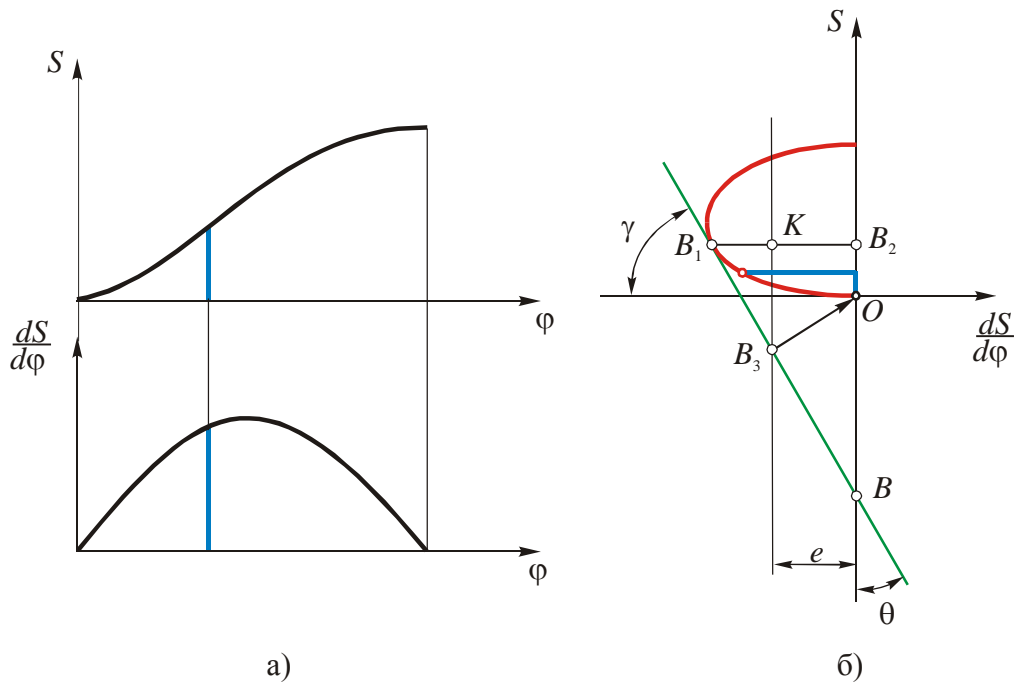


Рис. 11.15

2. Визначають мінімальний радіус кулачка  $R_{\min}$ , задаючись допустимою величиною кута тиску  $\theta_{\max}$ . Для цього потрібно під кутом  $\theta_{\max}$  до осі  $S$  провести дотичну до циклограми  $S - \frac{dS}{d\varphi}$ . Для центрального механізму ( $e=0$ ) точка її перетину з віссю  $S$  визначає величину  $R_{\min}$ . Дійсно, з трикутника  $BB_1B_2$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{B_1B_2}{BB_2} = \frac{\frac{ds}{d\varphi}}{s + OB}.$$

Порівнюючи отриманий вираз з (11.8), знаходимо, що  $\mu_l \cdot OB = R_{\min}$ . Тут потрібно покласти  $\theta = \theta_{\max}$ .

Якщо задано ексцентриситет, то, проводячи пряму, паралельну до осі  $S$  на відстані  $e$  (рис.11.15), отримаємо з трикутника  $B_3B_1k$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\frac{ds}{d\varphi} - e}{s + \sqrt{B_3O^2 - e^2}}.$$

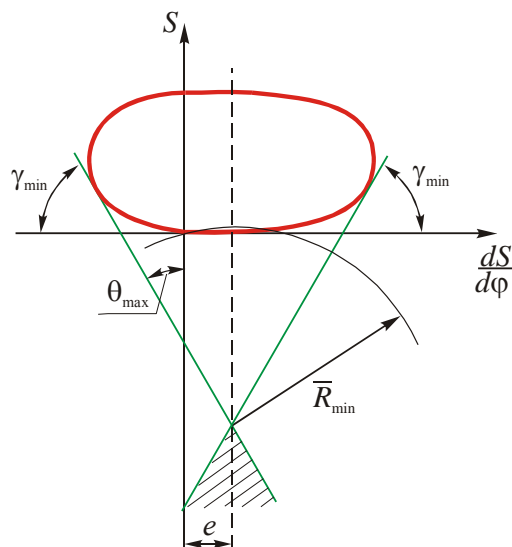
Таким чином, при  $\theta = \theta_{\max}$   $\mu_l \cdot B_3O = R_{\min}$ .

В обох випадках  $\mu_l = \mu_s = \mu_{\frac{ds}{d\varphi}}$ .

З рис. 11.15 видно, що за однакових кутів  $\theta = \theta_{\max}$  мінімальний радіус кулачка центрального механізму більший, ніж у механізму з ексцентриситетом.

**Введення ексцентриситету зменшує габарити кулачкового механізму.**

При геометричному замиканні мінімальний радіус кулачка вибирають таким чином, щоб початок радіуса-вектора  $\vec{R}_{\min}$  знаходився в заштрихованій області (рис. 11.16).

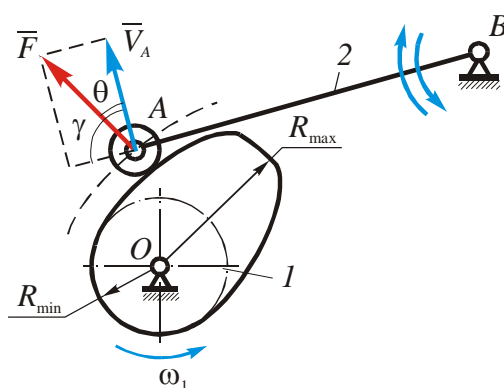


**Рис. 11.16**

Як і для центрального механізму, введення ексцентриситету в цьому випадку також зменшує габарити механізму.

**б) Механізм з обертальним штовхачем.**

Для даного типу кулачкових механізмів, як і для механізмів з поступально рухомим штовхачем, мінімальні розміри кулачка визначаються допустимими значеннями кутів тиску у вищій кінематичній парі (рис. 11.17).



**Рис. 11.17**

Рекомендовані значення допустимих кутів тиску та кутів передачі руху для механізмів з обертальним штовхачем

$$\theta_{\max} = 45^\circ; \quad \gamma_{\min} = 45^\circ.$$

Методика визначення мінімального радіуса кулачка принципово не відрізняється від описаної вище. Особливістю є те, що циклограма руху штовхача будується в полярних координатах.

Заданими мають бути закони руху коромисла, його довжина та максимальний кут хитання  $\psi_{\max}$  і допустимі кути тиску  $\theta_{\max}$  або передачі руху  $\gamma_{\min}$ .

Динамічний синтез проводять у такій послідовності.

1. Будують циклограму руху штовхача, виключаючи з діаграм руху штовхача  $\psi - \varphi$  і  $\frac{d\psi}{d\varphi} - \varphi$  параметр  $\varphi$ . Для цього розмічають траєкторію руху точки  $A$  коромисла, яка є дугою кола радіуса  $l_{BA}$  (рис. 11.18) у відповідності з діаграмою  $\psi - \varphi$ . Через точки поділу  $A_1, A_2, A_3, \dots$  проводять положення коромисла і відкладають відрізки  $A_i C_i = \left( l_{BA} \cdot |i i^*| \mu_{\frac{d\psi}{d\varphi}} \right) \frac{1}{\mu_l}$ . Тут  $\mu_l$  – масштабним коефіцієнтом побудови коромисла  $BA$ . Слід відзначити, що ці відрізки відкладають від точки  $A_i$  до центру  $B$  обертання коромисла, якщо напрямки обертання коромисла і кулачка збігаються. Якщо ж напрямки обертання протилежні, відкладати відрізки слід на продовженні  $BA$ .
2. Через отримані точки  $C_i$  проводять замкнену криву, яка і є циклограмою руху коромисла.
3. При точках  $C_i$  на сторонах  $BC_i$  будують кути  $\gamma_{\min}$ .
4. Виділяють область, яка обмежена сторонами побудованих кутів, що відповідають віддаленню та наближенню коромисла (на рис. 11.18 ця область заштрихована). В цій області будь-яка точка може слугувати центром обертання кулачка. Мінімальним його радіус буде тоді, коли центром обертання буде вибрана точка  $O$ .

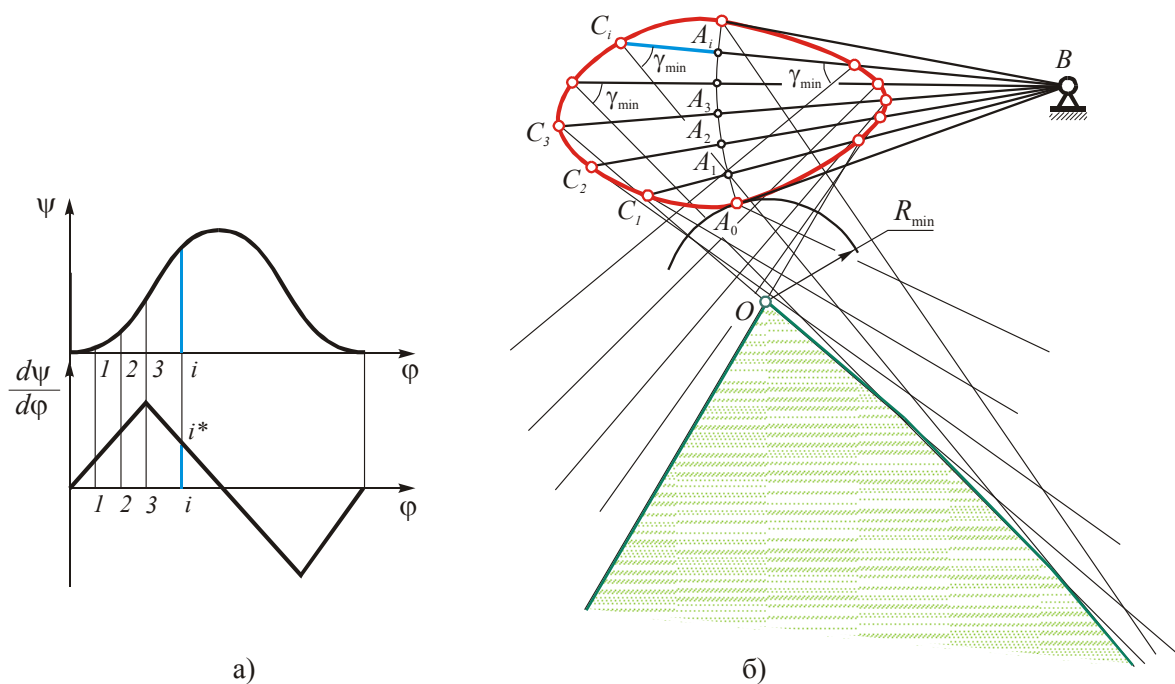


Рис. 11.18