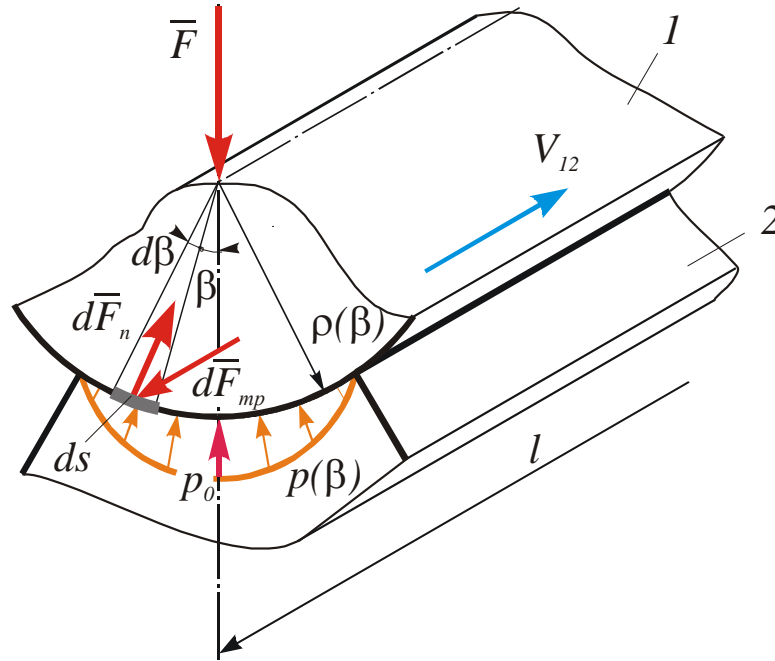


## Лекція №16

### 11.2.3. Тертя в нижчих кінематичних парах

Окрім перелічених факторів, які впливають на величину коефіцієнта тертя, слід відзначити також форму і розташування елементів кінематичної пари. Для різних їх типів визначають *зведені коефіцієнти тертя*.

Розглянемо поступальну кінематичну пару, утворену ланками 1 і 2 (рис. 11.5), що контактують по поверхні довільної форми.



**Рис. 11.5**

Довжина поверховості контакту  $l$ . Радіус кривини поверхні контакту в довільній точці позначимо  $\rho(\beta)$ . Виділимо елементарну площадку контакту  $l \cdot ds$ . Сила тертя на ній

$$dF_{mp} = f dF_n;$$

$$dF_n = p(\beta) l ds = p(\beta) l \rho(\beta) d\beta.$$

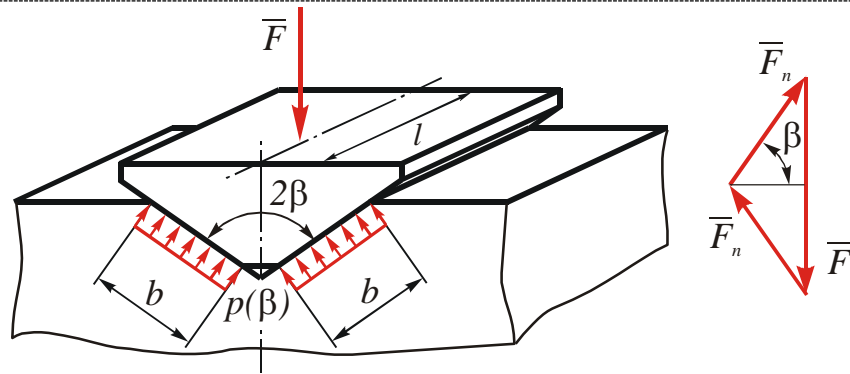
Тобто

$$dF_{mp} = fp(\beta) l \rho(\beta) d\beta \tag{11.4}$$

Результуюча сила тертя:

$$F_{mp} = fl \int_{-\beta_1}^{\beta_2} p(\beta) \cdot \rho(\beta) d\beta \tag{11.5}$$

**а) Тертя в клинчастому повзуні (рис. 11.6)**



**Рис. 11.6**

**б) Тертя в циліндричному повзуні.**

Тут  $\rho(\beta) = r = \text{Const}$

Якщо пара не прироблена, то приймаємо рівномірний розподіл тиску  $p(\beta) = p = \text{Const}$  (рис. 11.7). Тоді з умови рівноваги повзуна, проектуючи силу  $F_n$  на напрямок сили  $F$ , отримаємо:

$$F = 2 \int_0^{\pi/2} prl \cdot \cos \beta d\beta = 2prl .$$

Звідси

$$p = p(\beta) = \frac{F}{2rl}.$$

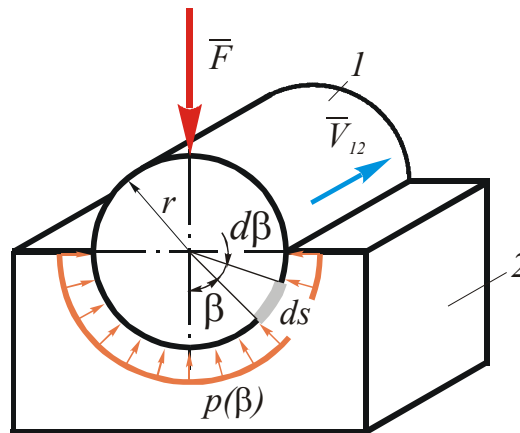


Рис. 11.7

Підставляючи  $p(\beta)$  і  $\rho(\beta)$  в (11.5), отримаємо

$$F_{mp} = fl \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{F}{2rl} \cdot r d\beta = fF \cdot \frac{\pi}{2} = f' \cdot F.$$

Тут зведений коефіцієнт тертя

$$f' = \frac{\pi}{2} F. \quad (11.7)$$

В приробленій парі приймається косінусоїдальний закон розподілення тиску (рис. 11.8).

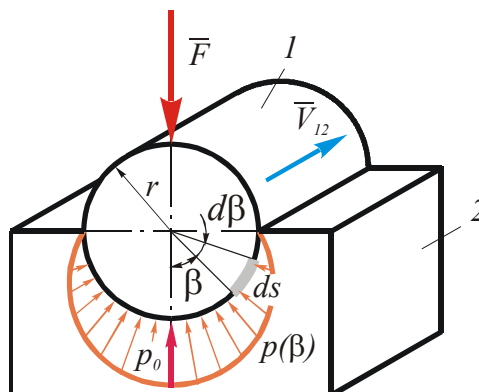


Рис. 11.8

$$p(\beta) = p_0 \cos \beta.$$

Тоді

$$F_{mp} = fl \int_{-\pi/2}^{\pi/2} p_0 \cos \beta \cdot r d\beta = 2frlp_0. \quad (11.8)$$

З умови рівноваги ланки 1:

$$F = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} pl \cos \beta ds = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} p_0 l \cos^2 \beta r d\beta = p_0 l r \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 \beta d\beta = p_0 l r \frac{\pi}{2}.$$

Звідси

$$p_0 = \frac{2F}{\pi l r}. \quad (11.9)$$

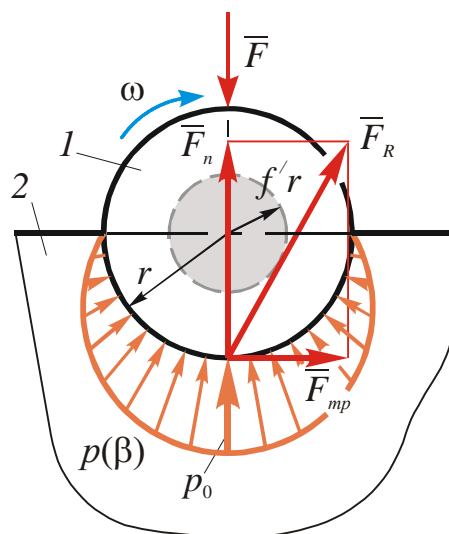
Тоді із формули (6.8)

$$F_{mp} = 2frl \cdot \frac{2F}{\pi l r} = \frac{4}{\pi} fF = f' \cdot F,$$

де зведений коефіцієнт тертя

$$f' = \frac{4}{\pi} f \quad (11.10)$$

**в) Тертя в обертальній парі (рис. 11.9).**



**Рис. 11.9**

В обертальних кінематичних парах з елементами, виконаними у вигляді круглих циліндрів, і навантажених силою  $F$ , розподіл тиску приймається

таким самим, як і в циліндричному повзуні. Сила тертя визначається так само, як і для того випадку.

Сумарна сила  $\bar{F}_R = \bar{F}_{mp} + \bar{F}_n$  (рис. 11.9) дотикається до коло радіуса  $f r$ , що окреслює так званий *круг тертя*. Момент цієї сили відносно осі шарніра перешкоджає обертанню.

Для сферичних пар (рис. 11.10 а) зведений коефіцієнт тертя  $f' = 1,27 f$ . Для пар з конічними елементами (рис. 11.10 б) зведений коефіцієнт тертя  $f' = \frac{f}{\cos \beta}$ .

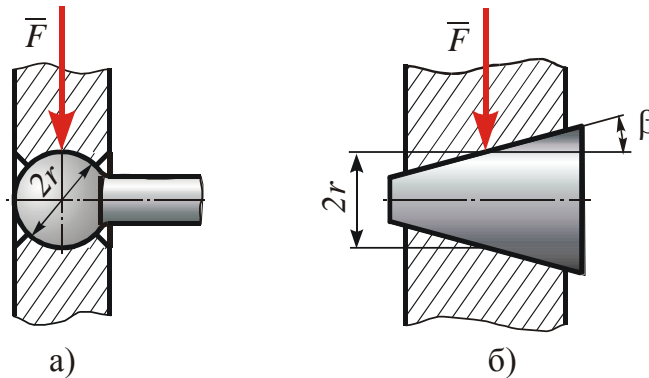


Рис. 11.10

### г) Тертя в п'яті.

На рис.11.11 зображена кінематична пара, яка включає п'яту 1 і підп'ятник 2, навантажена осьовою силою  $F$ . В цьому випадку на поверхні п'яти (рис.11.11 б) виникає сила тертя вертіння, яка також підлягає закону Амонтона–Кулона.

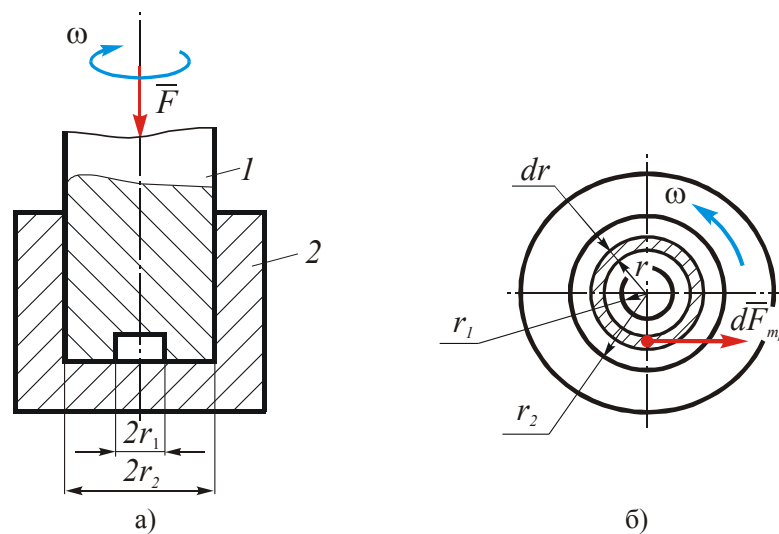


Рис. 11.11

Якщо вважати розподіл нормального тиску  $p$  по всій ширині кільця рівномірним, то можна записати:

$$p = \frac{F}{\pi(r_2^2 - r_1^2)}. \quad (11.11)$$

Виділимо кільце товщиною  $dr$ . Момент, що створюється силою  $dF_{mp}$  на цій площадці, дорівнює

$$dM_{mp} = dF_{mp} \cdot r; \quad (11.12)$$

$$dF_{mp} = f dF_n = f \cdot p 2\pi r dr. \quad (11.13)$$

Отже

$$dM_{mp} = f 2p\pi r^2 dr.$$

Інтегруючи, отримаємо

$$M_{mp} = \int_{r_1}^{r_2} 2\pi f p r^2 dr = \frac{2}{3} \pi f p (r_2^3 - r_1^3).$$

Або з урахуванням (11.11)

$$M_{mp} = \frac{2}{3} f F \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2}. \quad (11.14)$$

Якщо п'ята не кільцева, тобто  $r_1 = 0$ , то

$$M_{mp} = \frac{2}{3} F \cdot f \cdot r. \quad (11.15)$$

#### д) Тертя у гвинтовій парі.

Розглянемо різьбу, представлену на рис.11.12.

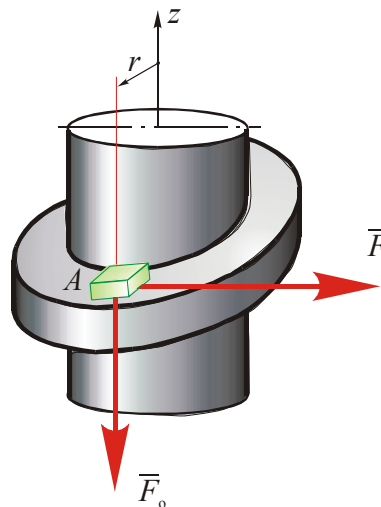


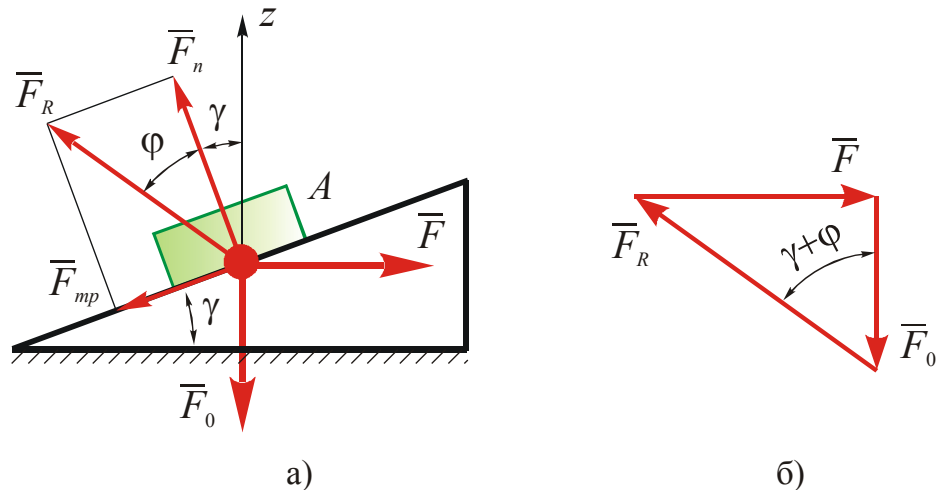
Рис. 11.12

На гайку, представлену елементом А, діє деяка сила  $F_0$  і момент в площині, перпендикулярній до осі Z. Цей момент представлений силою  $F$ :

$$M = F \cdot r.$$

Щоб гайка була у рівновазі або в стані рівномірного руху вздовж різьби, має виконуватись умова рівноваги сил, що діють на гайку.

Розглянемо розгортку різьби (рис. 11.13 а).



**Рис. 11.13**

Умову рівноваги елемента А, навантаженого системою сил, що сходяться в одній точці, запишемо у вигляді:

$$\vec{F} + \vec{F}_0 + \vec{F}_R = 0 \quad (11.16)$$

Із плану сил (рис.11.13 б)

$$F = F_0 \operatorname{tg}(\varphi + \gamma) \quad (11.17)$$

Тут  $\gamma$  – кут підйому гвинтової лінії.

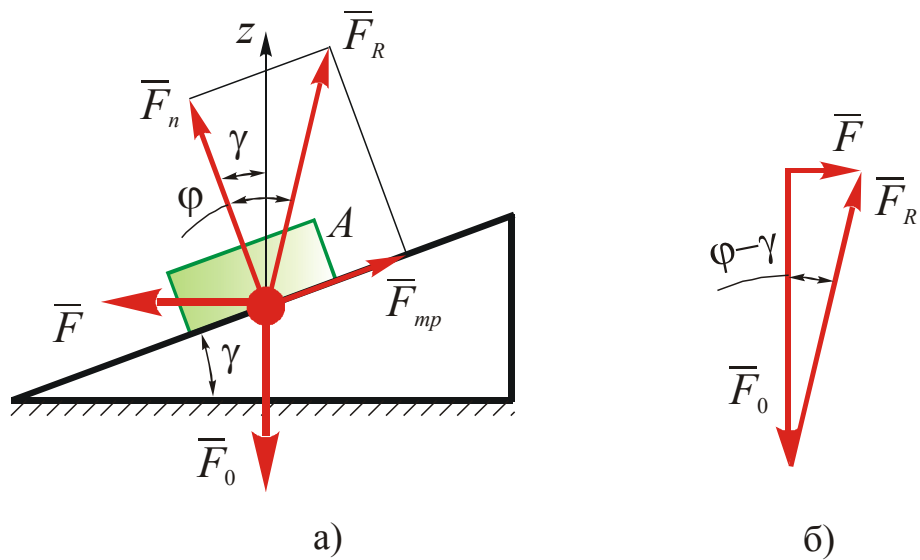
Отже момент, прикладений до гайки

$$M = F_0 r \operatorname{tg}(\gamma + \varphi). \quad (11.18)$$

Умова (11.17) отримана для випадку, коли гайка рухається проти напрямку сили  $F_0$  (затяжка різьби або підйом вантажу домкратом).

Якщо гайка рухається у напрямку сили  $F_0$  (рис. 11.14), отримаємо

$$F = F_0 \operatorname{tg}(\varphi - \gamma). \quad (11.19)$$



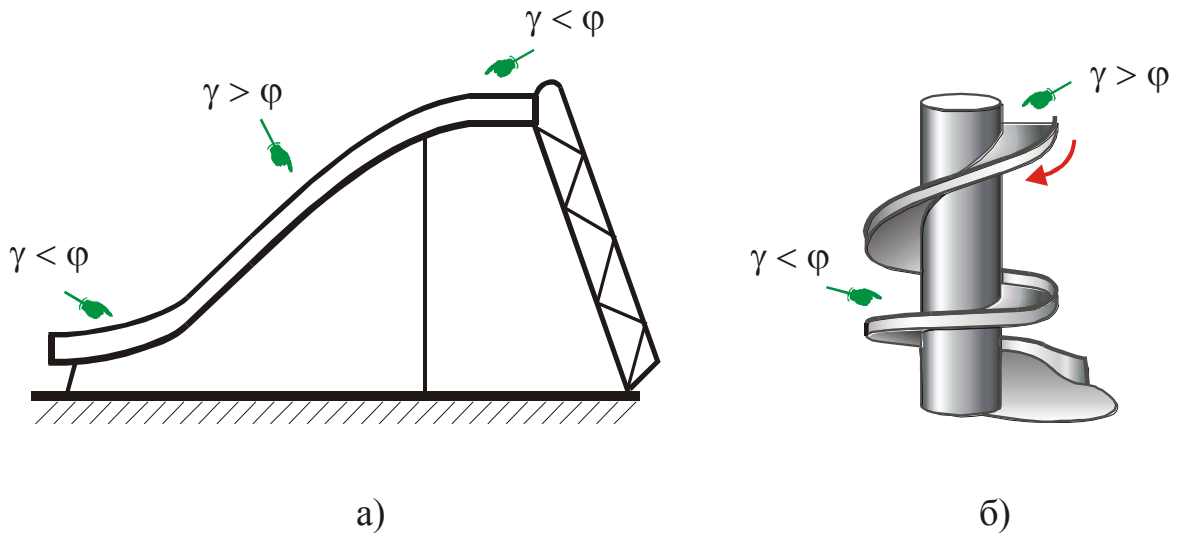
**Рис. 11.14**

Якщо  $\gamma = \varphi \Rightarrow F = 0$ , тобто гайка рухається рівномірно під дією сили  $F_0$  (моменту до гайки прикладати не потрібно).

Якщо  $\gamma > \varphi$  – маємо прискорений рух під дією  $F_0$ .

Якщо  $\gamma < \varphi$  – маємо умову самогальмування. За цієї умови без дії моменту  $M = F \cdot r$  рух гайки неможливий.

Прикладами означених вище випадків можуть слугувати дитяча гірка (рис. 11.15 а), сковзало для транспортування вантажу з поверху на поверх (рис. 11.15 б) і т.п.



**Рис. 11.15**

Визначимо силу тертя в різьбі. Згідно з рис. 11.13:

$$F_{mp} = F_R \sin \varphi . \quad (11.20)$$



Із плану сил

$$F_R = \frac{F}{\sin(\varphi + \gamma)}.$$

Тоді

$$F_{mp} = F \frac{\sin \varphi}{\sin(\varphi + \gamma)}. \quad (11.21)$$

Після тригонометричних перетворень:

$$F_{mp} = F \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\sin \gamma + \operatorname{tg} \varphi \cos \gamma} = F \frac{f}{\sin \gamma + f \cos \gamma}. \quad (11.22)$$

Рівняння (11.22) можна використовувати для прямокутної різьби.

Цим же рівнянням можна скористатися для визначення сили тертя в трикутній різьбі, якщо замість коефіцієнта тертя  $f$  підставляти зведений коефіцієнт тертя  $f'$  для клинчастого повзуна з кутом  $2(90 - \alpha/2)$  при вершині (рис. 11.16):

$$f' = \frac{f}{\sin\left(90 - \frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{f}{\cos \frac{\alpha}{2}}. \quad (11.23)$$

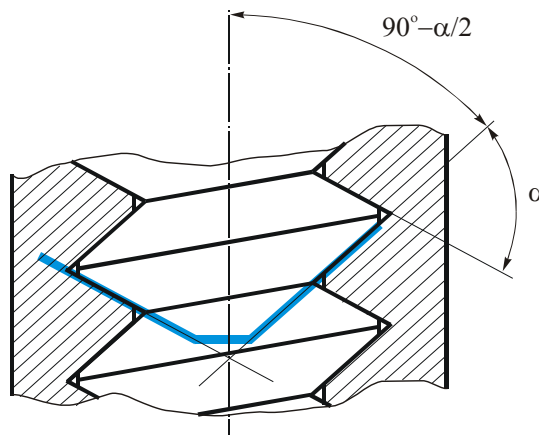


Рис. 11.16

Тоді

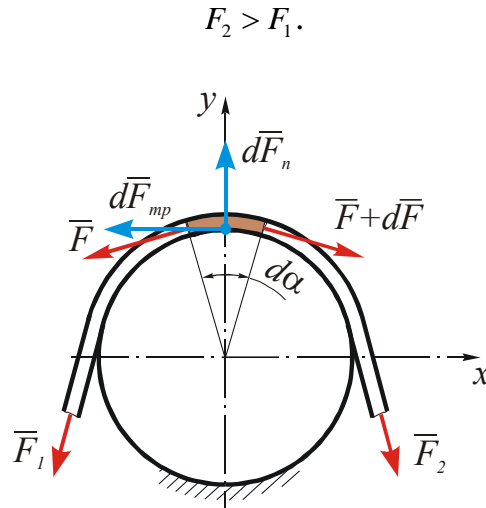
$$F_{mp} = F \frac{f'}{\sin \gamma + f' \cos \gamma} \quad (11.24)$$

Тут зведений коефіцієнт тертя  $f'$  визначається за формулою (11.23).

**е) Тертя в кінематичних парах з гнучкою ланкою**

Цю задачу вперше розв'язав Л. Ейлер.

Розглянемо гнучке тіло – пас, перекинута з натягом через шків (рис. 11.17). Щоб змістити пас відносно шківів, потрібно, щоб сили натягу в його гілках підлягали умові



**Рис. 11.17**

Виділимо елемент паса в межах кута  $d\alpha$ . Умови його рівноваги в проєкціях на осі:

$$\sum Y = dF_n - (F + F + dF) \sin \frac{d\alpha}{2} = 0;$$

$$\sum X = -dF_{mp} - F \cos \frac{d\alpha}{2} + (F + dF) \cos \frac{d\alpha}{2} = 0.$$

З першого рівняння можна записати:

$$dF_n \cong F d\alpha, \tag{11.25}$$

а з другого

$$dF_{mp} \cong dF. \tag{11.26}$$

Згідно з законом Амонтона-Кулона

$$dF_{mp} = f' dF_n = f' F d\alpha.$$

Або

$$\frac{dF_{mp}}{F} = f' d\alpha. \tag{11.27}$$

Враховуючи (11.26), інтегруємо вираз (11.27) у визначених межах:

$$\int_{F_1}^{F_2} \frac{dF}{F} = \int_0^{\alpha} f' d\alpha .$$

Отримаємо;

$$\ln\left(\frac{F_2}{F_1}\right) = f'\alpha ,$$

або

$$\frac{F_2}{F_1} = e^{f'\alpha} . \quad (11.28)$$

Рівняння (11.28) називається *рівнянням Ейлера для зусиль в пасах*.  
Для повного кута обхвату  $\alpha$  можна записати

$$F = F_2 - F_1 = F_{mp} .$$

Тоді сила тертя між пасом і шківом

$$F_{mp} = F_1(e^{f'\alpha} - 1) . \quad (11.29)$$

### Тема 11.3. РІДИННЕ ТЕРТЯ

**Призначення змащення:**

**Види мастил:**

Розглянемо основні характеристики різних типів мастил.

### 11.3.1. Тверде мастило

Тут розділення тіл, що труться, виконується з допомогою твердого мастильного матеріалу. Зазвичай це пилоподібний графіт. Особливих характеристик це мастило не має.

### 11.3.2. Рідке мастило

Це натуральні і синтетичні масла (оливи), вода.

Розглянемо основні характеристики рідких мастил:

**а) В'язкість** динамічна (вимірюється в *пуазах*) і кінематична (вимірюється в *градусах Енглера*  $^{\circ}E$ ).

В техніці частіше користуються кінематичною в'язкістю, яку визначають за швидкістю витікання мастила через калібрований отвір діаметром близько 2,8 мм. В'язкість залежить від температури:  $^{\circ}E_{100}$  – кінематична в'язкість при  $100^{\circ}C$ ;  $^{\circ}E_{50}$  – при  $50^{\circ}C$  і т.д.

Кінематичну в'язкість визначають за спеціальними таблицями.

#### **б) Липучість.**

Це здатність мастила змочувати поверхню, тобто утворювати адсорбційний шар на поверхнях тіл, що труться.

Мабуть кожному відомо, що вода змочує поверхню гірше, ніж олива, а ртуть – набагато гірше, ніж вода (рис. 11.18).



**Рис. 11.18**

#### **в) Температура спалаху парів мастила.**

За деякої температури над поверхнею мастила з'являється полум'я. Для машинних олив температура спалаху парів становить приблизно  $250...300^{\circ}C$ . Є синтетичні мастила з температурою спалаху парів більш ніж  $600^{\circ}C$ .

#### **г) Температура застигання.**

При зниженні температури в'язкість мастила збільшується і при деякій критичній температурі воно втрачає свої властивості – застигає. Автомобільний двигун перед запуском обов'язково прогрівають до певної температури, щоб мастило набуло потрібної в'язкості.

#### **д) Кислотостійкість.**

Є й інші специфічні властивості, про які можна прочитати у відповідній довідковій літературі.

### 11.3.3. Консистентне мастило

Його ще називають густим або пластичним. До даного типу мастил відноситься солідол жировий та синтетичний, ЦИАТИМ різних марок,

ЛИТОЛ. До речі, одним з найкращих консистентних мастил є звичайний смалець.

Розглянемо основні характеристики консистентних мастил.

**а) Пенетрація**, що з англійської мови перекладається як *проникнення*.

На горизонтальну поверхню наносять шар мастила і кладуть на нього калібрований конус (рис. 11.19). За глибиною його проникнення в мастильний шар судять про в'язкість мастила.

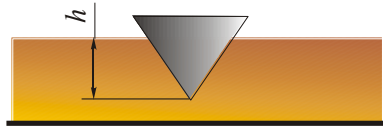


Рис. 11.19



Рис. 11.20

**б) Температура краплепадіння.**

На паличку беруть невелику кількість мастила (рис. 11.20) і нагрівають. Температура, за якої впала крапля, і є температурою краплепадіння.

**в) Водостійкість.**

Мастило має бути нерозчинним у воді.

#### 11.3.4. Газове мастило

Функцію мастила тут виконує газ: повітря, азот, інертні гази. Такий вид змащення широко застосовують в кінематичних парах точних приладів.

#### 11.3.5. Граничне мастило

Якщо товщина мастильного шару менша 0,0001 мм, то властивості мастила вже відрізняються від об'ємних. Тому тертя і знос таких тіл визначається властивостями контактних поверхонь і властивостями мастильного шару, відмінних від об'ємних.

На рис. 11.21 зображений розріз зони контакту двох тіл з надтонким введеним мастильним шаром.

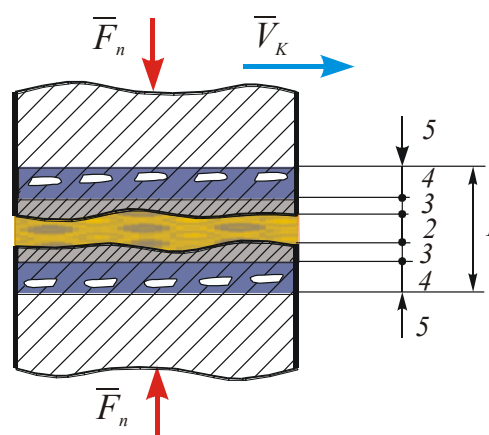


Рис. 11.21

Проміжний шар 1 називається *третім тілом* між основними матеріалами фрикційної пари. Він складається з адсорбційного шару мастила 2, плівки оксидів 3, дефектного шару основного матеріалу 4.

Розрізняють також:

а) *гідростатичне* та *газостатичне* мастило, коли рідина або газ підводиться під зовнішнім тиском;

б) *гідродинамічне* та *газодинамічне* мастило коли розділення тіл, що утворюють фрикційну пару, здійснюється за рахунок тиску, який самогенерується в шарі мастила при відносному русі цих тіл

в) *еластогідродинамічне* мастило, коли характеристики тертя і товщина мастильного шару між поверхнями контактних тіл визначаються пружними властивостями, повзучістю, релаксацією матеріалу.