

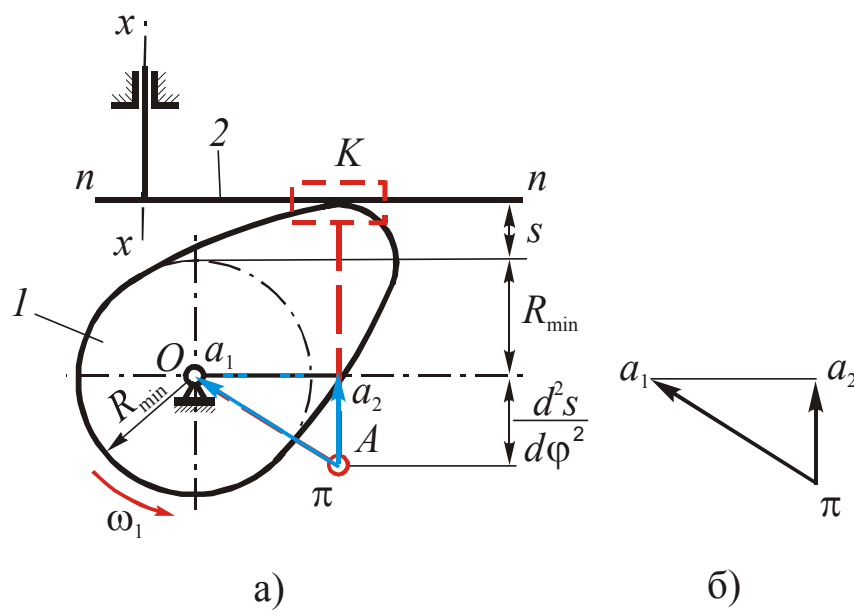
# Лекція №21

## 10.6.2.3. Механізм з плоским тарілчастим штовхачем

Головною умовою при виборі мінімального радіуса кулачка для такого механізму є забезпечення *випуклості його контуру*, оскільки між штовхачем і кулачком має бути тільки одна точка контакту.

Покажемо, як на практиці можна реалізувати цю умову.

Для механізму, зображеного на рис. 10.19 а, побудуємо план прискорень (рис. 10.19 б). З цією метою скористаємось схемою замінного механізму, зображеного пунктиром.



**Рис. 10.19 Механізм з плоским тарілчастим штовхачем:**  
**а – кінематична схема; б – план прискорень**

Сумістимо полюс плану прискорень  $\pi$  з точкою  $A$  замінного механізму, а точку  $a_1$  – з точкою  $O$ . Масштабний коефіцієнт плану прискорень, суміщеного зі схемою механізму,

$$\mu_a = \frac{a_{A_1}}{\pi a_1} = \frac{\omega_1^2 l_{OA} \cdot \mu_l}{l_{OA}}$$

Отже

$$\mu_a = \omega_1^2 \mu_l. \quad (10.9)$$

Тоді

$$\pi a_2 = \frac{a_{A_2}}{\mu_a} = \frac{a_{A_2}}{\omega_1^2 \mu_l}$$

Враховуючи, що, за умови рівномірного руху кулачка ( $\varepsilon_1 = 0$ ),

$$a_{A_2} = \frac{d^2 S}{dt^2} = \frac{d^2 S}{d\varphi^2} \omega^2,$$

запишемо:

$$\pi a_2 = \frac{d^2 S}{d\varphi^2} \frac{1}{\mu_l}. \quad (10.10)$$

Тобто план прискорень, суміщений зі схемою механізмом (рис. 10.19), можна розглядати як план аналогів прискорень, побудований у тому ж масштабі, що і кінематична схема механізму. Тоді всі відрізки плану аналогів прискорень механізму можна скласти з будь-якими відрізками його кінематичної схеми.

Умовою випуклості профілю в точці дотику є умова

$$AK > 0.$$

Згідно з рис. 10.19 цю умову можна записати як

$$R_{\min} + S + \frac{d^2 S}{d\varphi^2} > 0.$$

Або

$$R_{\min} > -\left( S + \frac{d^2 S}{d\varphi^2} \right). \quad (10.11)$$

Методика графічного визначення мінімального радіуса кулачка  $R_{\min}$ , запропонована *Геронімусом*, передбачає таку послідовність дій.

1. За заданими діаграмами руху штовхача  $S - \varphi$  та  $\frac{d^2 S}{d\varphi^2} - \varphi$  будують

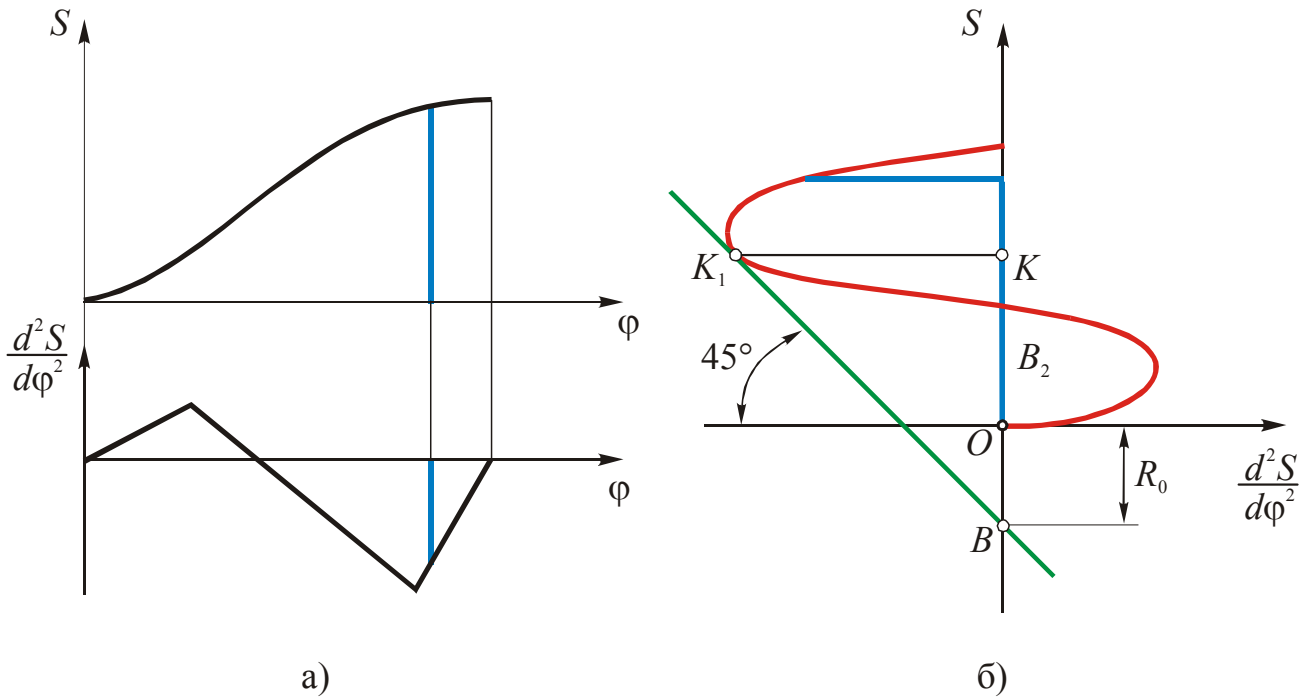
діаграму в координатах  $S - \frac{d^2 S}{d\varphi^2}$  (рис. 10.20). При цьому масштабні

коефіцієнти  $\mu_s = \mu \frac{d^2 S}{d\varphi^2}$ .

2. Із формули (10.11) виходить, що

$$\frac{-\frac{d^2 S}{d\varphi^2}}{R_{\min} + S} < 1. \quad (10.12)$$

Це повністю відповідає побудові, зображеній на рис. 10.20: з боку від'ємних значень аналога прискорень штовхача  $\frac{d^2 S}{d\varphi^2}$  проводять дотичну до діаграми під кутом  $45^\circ$ .



**Рис. 10.20** Визначення мінімального радіуса кулачка:  
**а** – кінематичні діаграми руху штовхача;  
**б** – циклограма руху

За умови  $R_{\min} = R_0$

$$R_{\min} + S + \frac{d^2 S}{d\varphi^2} = 0, \quad (10.13)$$

а це неприпустимо з точки зору контактної міцності, адже за умови (10.13) маємо нульовий радіус кривини профілю кулачка в точці контакту зі штовхачем. Тобто маємо злам поверхні профілю кулачка. Тому завжди має виконуватись умова

$$R_{\min} > R_0. \quad (10.14)$$

3. Якщо в результаті проведених побудов точка перетину дотичної з віссю  $S$  лежатиме вище точки  $O$ , це відповідатиме умові  $R_0 < 0$ , що не має сенсу. У цьому випадку приймають

$$|R_{\min}| \approx \mu \frac{d^2 S}{d\varphi^2} \cdot KK_1 \quad \left( R_{\min} \approx -\frac{d^2 S}{d\varphi^2} \right).$$

### 10.6.3. Кінематичний синтез плоских кулачкових механізмів

Кінематичний синтез проводять різними методами – аналітичними та графічними. Вище ми розглянули графічні методи кінематичного аналізу деяких кулачкових механізмів. Слід зазначити, що синтез графічними методами проводиться в порядку, оберненому до аналізу [1, 6].

Тому в цьому пункті ми детальніше ознайомимось з аналітичними методами синтезу різних кулачкових механізмів.

Як і у випадку кінематичного аналізу, при кінематичному синтезі застосовують принцип оберненості руху.

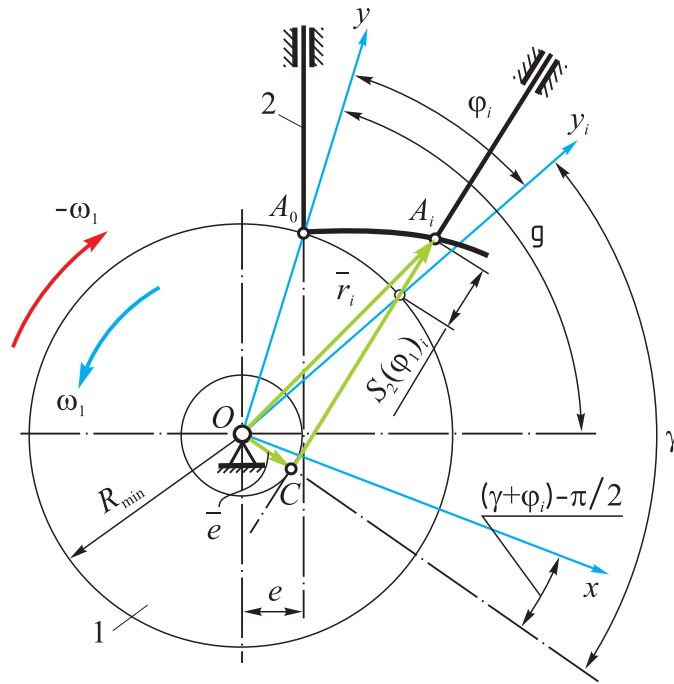
#### 10.6.3.1. Механізм з поступально рухомим штовхачем

Розглянемо нерухому систему осей  $xOy$ , жорстко пов'язану зі стояком, початок якої суміщений з центром обертання кулачка (рис. 10.21). За початкове виберемо таке положення системи, коли вісь  $y$  проходить через точку  $A_0$  початку підйому профілю кулачка.

Згідно з принципом оберненості руху, поворот кулачка на кут  $\varphi_i$  адекватний повороту стояка зі штовхачем відносно нерухомого кулачка на такий-самий кут в протилежному напрямку (див. рис. 10.21). Тут  $S_2(\varphi_1)$  – переміщення штовхача у відповідності із заданою функцією положення.

Радіус-вектор точки  $A_i$ :

$$\vec{r}_i = \vec{OA}_i = \vec{OC} + \vec{CA}_i. \quad (10.15)$$



**Рис. 10.21 Профілювання кулачка механізму з поступально рухомим штовхачем**

Позначимо  $\overline{OC} = \vec{e}$ ;  $\overline{CA_i} = S_2(\varphi_1) + \sqrt{R_{\min}^2 - e^2}$ .

Тобто

$$\vec{r}_i = \vec{e} + S_2(\varphi_1) + \sqrt{R_{\min}^2 - e^2}. \quad (10.16)$$

Тоді координати цієї точки:

$$\begin{cases} x_{A_i} = e \cos\left(\left(\gamma + \varphi_i\right) - \frac{\pi}{2}\right) + \left[\sqrt{R_{\min}^2 - e^2} + S_2(\varphi_1)_i\right] \cdot \sin\left(\left(\gamma + \varphi_i\right) - \frac{\pi}{2}\right); \\ y_{A_i} = e \sin\left(\left(\gamma + \varphi_i\right) - \frac{\pi}{2}\right) + \left[\sqrt{R_{\min}^2 - e^2} + S_2(\varphi_1)_i\right] \cdot \cos\left(\left(\gamma + \varphi_i\right) - \frac{\pi}{2}\right). \end{cases} \quad (10.17)$$

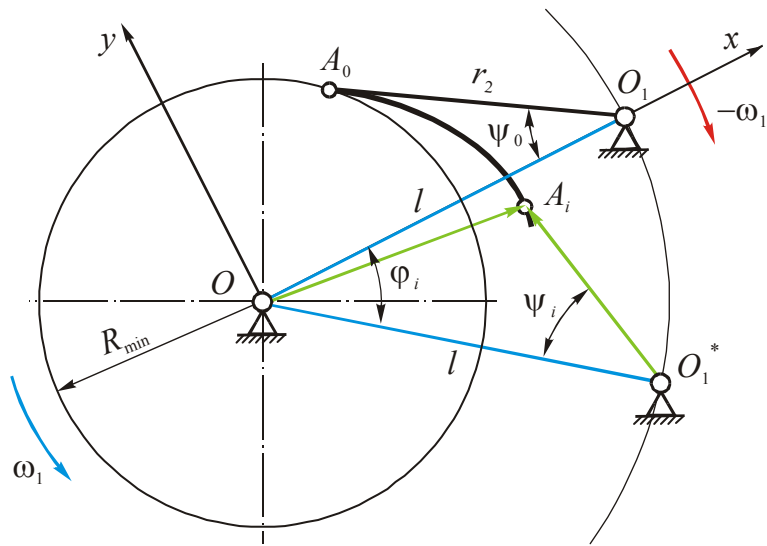
### 10.6.3.2. Механізм з обертальним штовхачем

Для механізму з обертальним штовхачем поворот кулачка на кут  $\varphi_i$  рівнозначний повороту на такий-самий кут прямої  $OO_1$  (рис.10.22). При цьому точка  $O_1$  переміститься в точку  $O_1^*$ .

Можна записати:

$$\overline{OA} = \overline{OO_1} + \overline{O_1^*A}.$$

Тут  $|\overline{OO_1}| = l$ ;  $|\overline{O_1^*A}| = r_2$ .



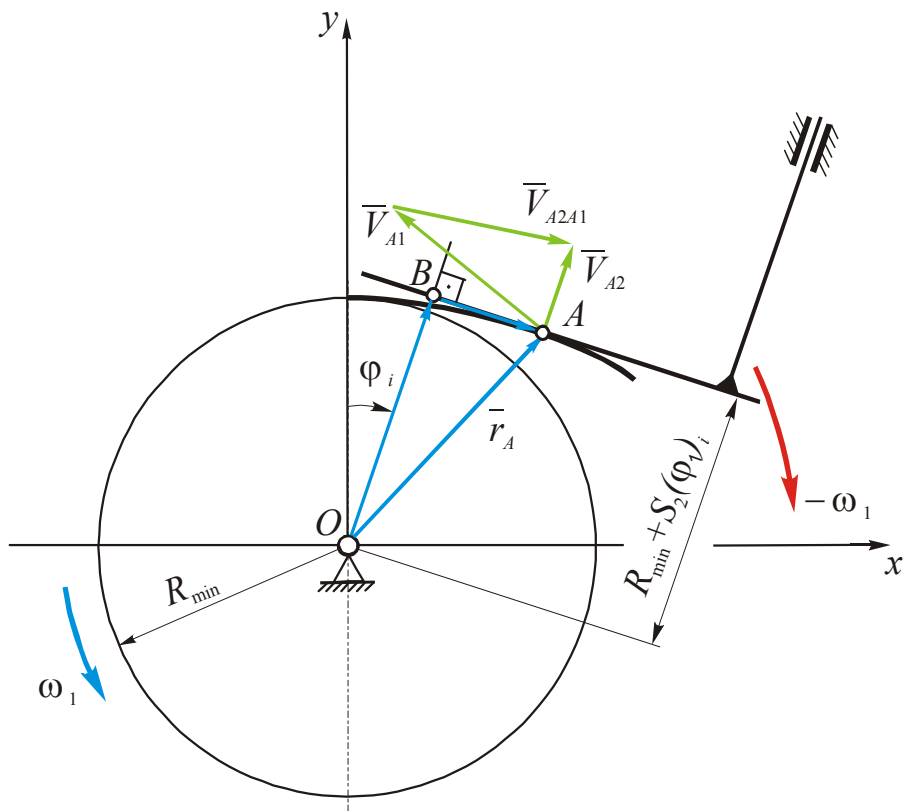
**Рис. 10.22 Профілювання кулачка механізму з обертальним штовхачем**

В проекціях на координатні осі матимемо:

$$\begin{cases} x_A = l \cos \varphi_i - r_2 \cos(\varphi_i + \psi_i); \\ y_A = -l \sin \varphi_i + r_2 \sin(\varphi_i + \psi_i). \end{cases} \quad (10.18)$$

### 10.6.3.3. Механізм з плоским тарілчастим штовхачем

Згідно з рис. 10.23 радіус-вектор точки  $A$  можна виразити як:



**Рис. 10.23 Профілювання кулачка механізму з плоским тарілчастим штовхачем**

Згідно з рис. 10.23 радіус-вектор точки  $A$  можна виразити як:

$$\vec{r}_A = \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA}$$

Тут  $|\overrightarrow{OB}| = R_{\min} + S_2(\varphi_1)_i$ .

Трикутник  $OBA$  подібний до трикутника швидкостей  $\vec{V}_{A_2} = \vec{V}_{A_1} + \vec{V}_{A_2A_1}$ . Звідси:

$$\frac{V_{A_1}}{V_{A_2}} = \frac{OA}{AB}$$

$$AB = OA \frac{V_{A_2}}{V_{A_1}} = r_A \frac{\frac{dS_2}{d\varphi_1} \omega_1}{\omega_1 r_A} = \frac{dS_2}{d\varphi_1}$$

Отже,

$$\vec{r}_A = \left[ R_{\min} + S_2(\varphi_1) \right] + \left( \frac{dS_2}{d\varphi_1} \right). \quad (10.19)$$

Координати точки дотику профілю кулачка з площиною тарілки штовхача при заданому значенні кута  $\varphi_i$ :

$$\begin{cases} x_A = \left[ R_{\min} + S_2(\varphi_1) \right] \sin \varphi_1 + \left( \frac{dS_2}{d\varphi_1} \right) \cos \varphi_1; \\ y_A = \left[ R_{\min} + S_2(\varphi_1) \right] \cos \varphi_1 - \left( \frac{dS_2}{d\varphi_1} \right) \sin \varphi_1. \end{cases} \quad (10.20)$$

**10.6.4. Динамічний та кінематичний синтез механізму з циліндричним кулачком**

Як приклад розглянемо синтез кулачка механізму з поступально рухомим штовхачем (рис. 10.24).

Динамічний синтез такого механізму зводиться до вибору мінімального радіуса циліндра кулачка. Його величина визначається з умови незаклинювання механізму, тобто дотриманням умови  $\theta \leq [\theta]$ .

Кут тиску  $\theta$  є кутом між вектором швидкості  $\vec{V}_2$  і нормаллю  $n-n$  (рис. 10.24).

Розглянемо трикутник швидкостей, гострі кути в якому виразимо як

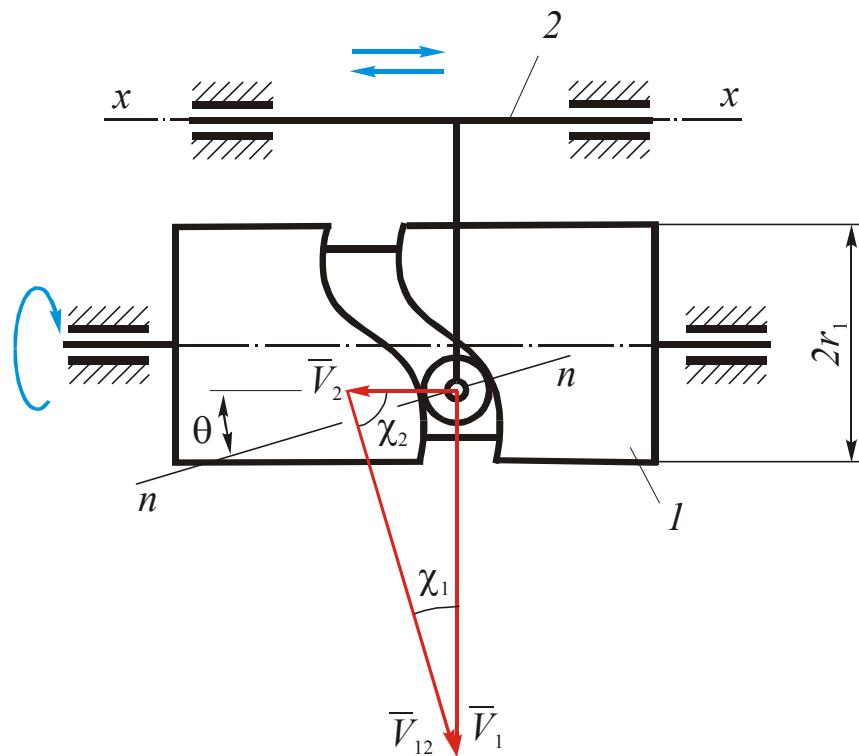
$$\chi_1 = \theta \quad ; \quad \chi_2 = 90^\circ - \chi_1.$$

За теоремою косинусів

$$\frac{V_1}{\sin \chi_2} = \frac{V_2}{\sin \chi_1} \quad \text{або} \quad \frac{\omega_1 r_1}{\cos \theta} = \frac{V_2}{\sin \theta}.$$

Звідси

$$r_1 = \frac{V_2 \cos \theta}{\omega_1 \cdot \sin \theta} = \frac{\frac{dS_2}{d\varphi_1} \cdot \omega_1}{\omega_1 \cdot \text{tg} \theta};$$



**Рис. 10.24** Механізм з циліндричним кулачком

$$r_1 = \frac{dS_2}{d\varphi_1} \text{ctg} \theta. \quad (10.21)$$

Тут  $\frac{dS_2}{d\varphi_1} = \frac{dS_2}{d\varphi_1}(\varphi_1)$  – передатна функція аналога прискорення штовхача.

Задавшись величиною  $[\theta]$ , обчислюють величину  $r_1$  для ряду послідовних значень узагальненої координати  $\varphi_1$  за цикл руху механізму і



будують графік функції  $r_1 = r_1(\varphi_1)$ . За побудованим графіком вибирають найбільше значення в якості мінімального радіуса циліндра кулачка.

Кінематичний синтез із застосуванням графічного методу профілювання кулачка виконують, користуючись розгорткою циліндра кулачка на площину (рис. 10.25).

Використовуючи метод оберненості руху, вважають розгортку нерухомою, а вісь руху штовхача  $x-x$  такою, що рухається зі швидкістю  $\vec{V}_{x-x} = -\vec{V}_1$  (тут  $V_1 = \omega_1 r_1$ ). Переміщення штовхача, у відповідності до заданої функції положення, відкладають у напрямку осі  $x-x$  (див. рис. 10.25).

Аналогічно профілюють і механізм з коромисловим штовхачем [2].

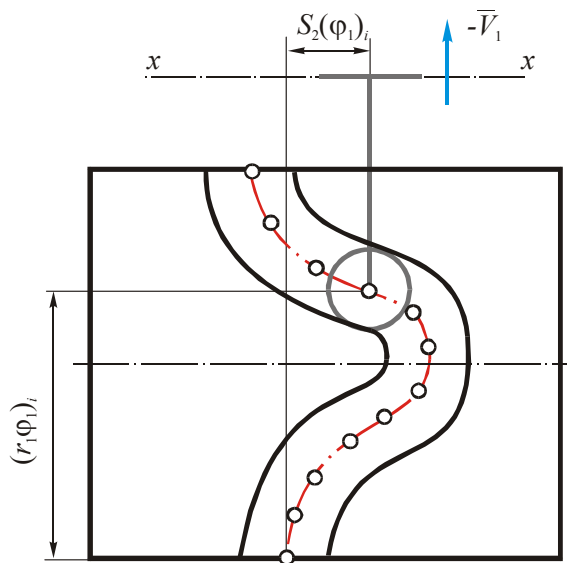


Рис. 10.25 Розгортка циліндричного кулачка на площину