

Лекція №4

Тема 4.2. КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ МЕТОДОМ ДІАГРАМ

4.2.1. Діаграми руху точок та ланок механізмів

1

Побудуємо кінематичну діаграму функції положення кривошипно-повзункового механізму $S_B = S_B(\varphi_1)$ (рис. 4.3).

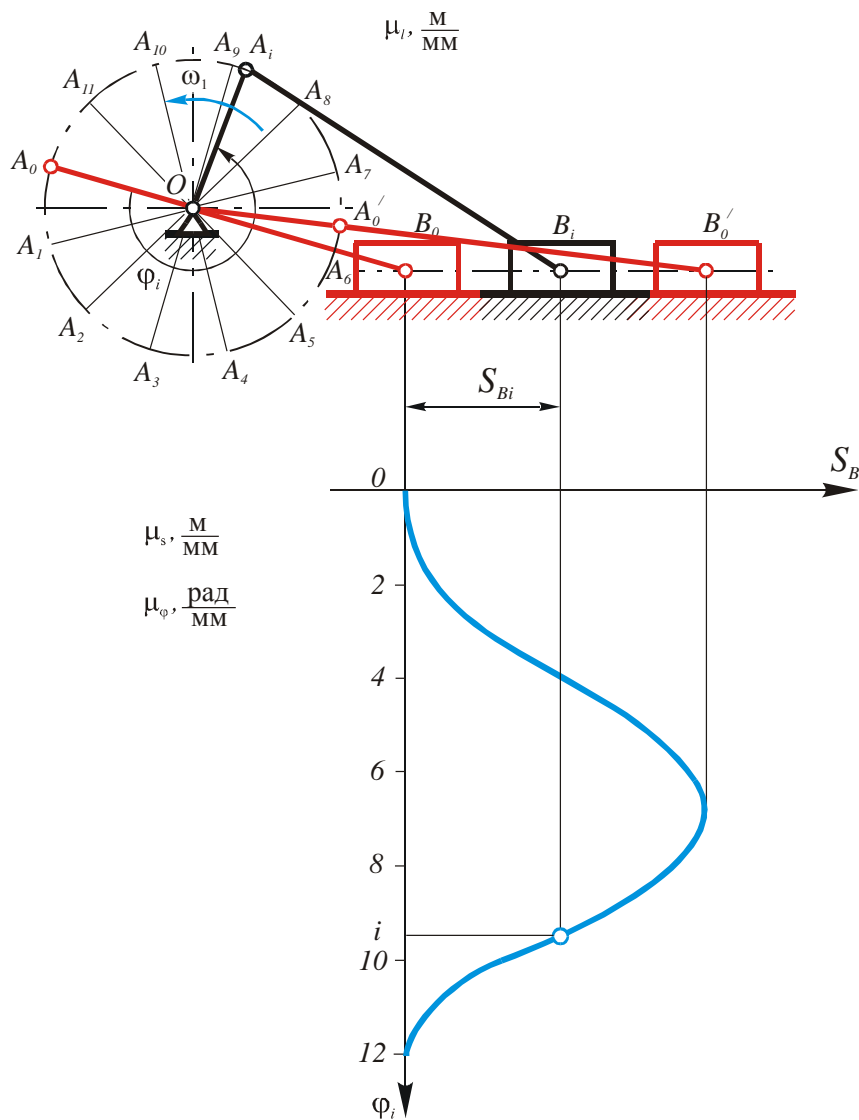


Рис. 4.3 Діаграма переміщень точки B кривошипно-повзункового механізму (графік функції положення точки B)

Покладемо $\omega_1 = Const$.

Побудову зручно вести від крайнього лівого або крайнього правого положення повзуна, що відповідає *крайнім положенням механізму*. Траєкторію точки A розбивається на n рівних частин (8-12). Наприклад, визначають переміщення S_B через кожних 30° кута повороту кривошипа.

Діаграма будується в масштабі по осях S_B і φ_1

$$\mu_{S_B} = \frac{S_{B_i} \cdot \mu_l}{OS_i}, \frac{\text{мм}}{\text{мм}}; \quad \mu_{\varphi_1} = \frac{\varphi_1}{0i}, \frac{\text{рад}}{\text{мм}}$$

Щоб отримати діаграми аналогів швидкостей точки B , необхідно диференціювати отриману залежність. Для цього на практиці користуються методом графічного диференціювання та інтегрування.

4.2.2. Графічне диференціювання

На рис. 4.4 а зображений графік функції $S = S(\varphi_1)$.

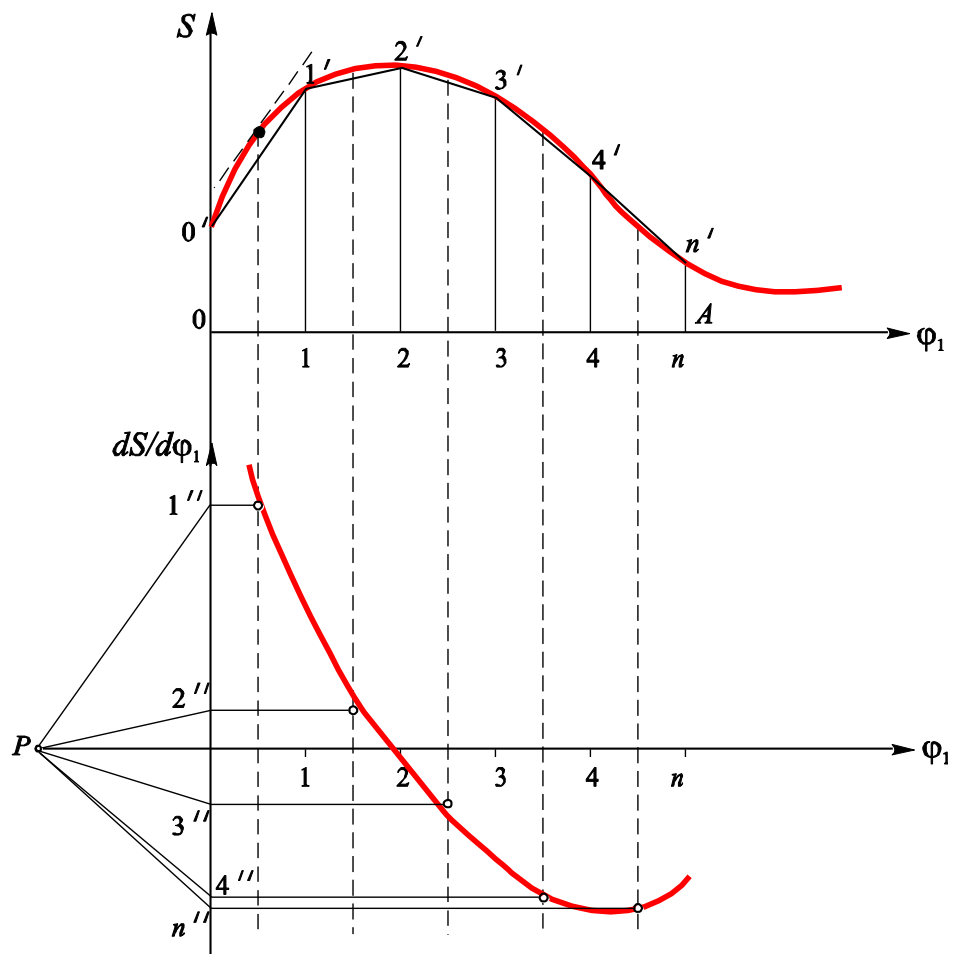


Рис. 4.4 Графічне диференціювання (метод хорд)

Побудуємо графік похідної $\frac{dS}{d\varphi_1} = \frac{dS}{d\varphi_1}(\varphi_1)$ в інтервалі $O-A$. Для цього:

1. Розбиваємо відрізок OA на n рівних частин.
2. В кожному інтервалі $0-1, 1-2, \dots, 4-n$ визначаємо величину похідної функції $S = S(\varphi_1)$, яка приблизно дорівнює тангенсу кута нахилу дотичної до кривої посередині ділянки. Чим менший інтервал – тим точніші знайдені значення похідної. На практиці застосовують метод хорд. Для цього з'єднують точки O' і $1'$; $1'$ і $2'$ і т.д. відрізками-хордами. В першому наближенні їх можна вважати паралельними до дотичних посередині інтервалу.
3. З довільно вибраного полюса P (рис.4.4) проводять прямі, паралельні хордам (це промені $P1''$; $P2''$ і т.д.) до перетину з вертикальною віссю.
4. Із т. $1''$; $2''$ і т.д. проводять прямі, паралельні горизонтальній осі до перетину з вертикальними прямими, проведеними через середину інтервалу розбиття.
5. Через отримані точки перетину проводять криву, яка є графіком похідної функції $S = S(\varphi_1)$, побудованому в масштабі $\mu_{dS/d\varphi_1}$.

Знайдемо масштаб побудови графіка похідної. Для цього розглянемо фрагмент AB графіка функції $S = S(\varphi_1)$ (рис. 4.5).

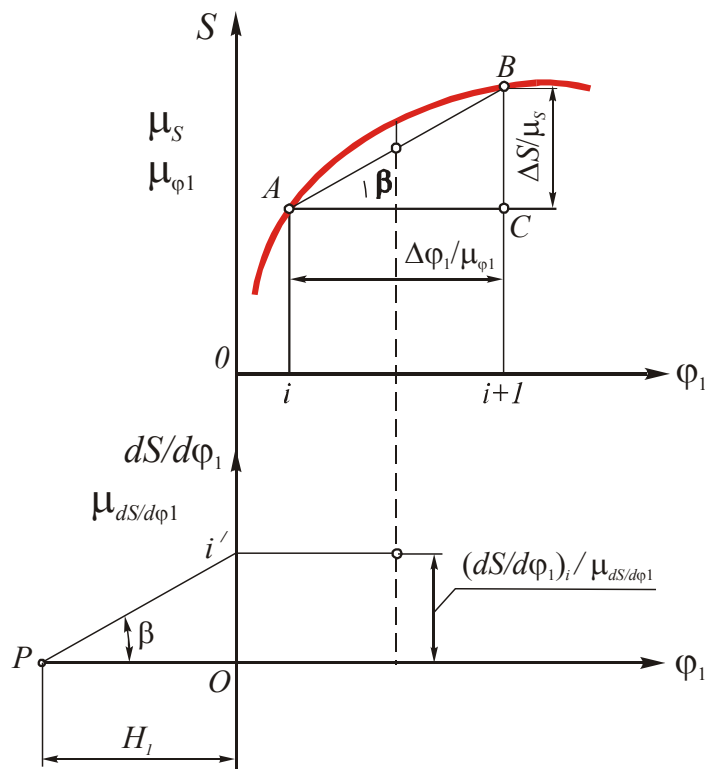


Рис. 4.5 Визначення масштабу за графічного диференціювання

У трикутнику ABC , гіпотенузою якого є хорда AB , катети знаходяться як

$$BC = \frac{\Delta S}{\mu_s}; \quad AC = \frac{\Delta \varphi_1}{\mu_{\varphi_1}}.$$

Похідна функції посередині інтервалу $i-i+1$:

$$\left(\frac{dS}{d\varphi_1} \right)_i = \frac{\Delta S}{\Delta \varphi_1} = \frac{BC}{AC} \frac{\mu_s}{\mu_{\varphi_1}} = \frac{\mu_s}{\mu_{\varphi_1}} \operatorname{tg} \beta.$$

З іншого боку:

$$\left(\frac{dS}{d\varphi_1} \right)_i = Oi' \cdot \mu \frac{dS}{d\varphi_1} = \mu \frac{dS}{d\varphi_1} H_1 \operatorname{tg} \beta.$$

Зіставляючи ці два вирази, отримаємо,

$$\mu \frac{dS}{d\varphi_1} = \frac{\mu_s}{\mu_{\varphi_1} \cdot H_1} \quad (4.12)$$

4.2.3. Графічне інтегрування

На практиці часто потрібно визначити інтеграл якої-небудь функції, заданої графічно. Наприклад

$$\varphi(t) = \int_{t_0}^{t_i} \omega dt \quad (4.13)$$

На рис.4.6 зображено графік кутової швидкості $\omega(t)$ з урахуванням числових значень масштабів μ_ω і μ_t .

Інтегрування проводимо у порядку, оберненому до порядку графічного диференціювання:

1. Розбиваємо інтервал OA на n рівних частин таким чином, щоб рух в границях обраного інтервалу можна було розглядати як рівномірний.
2. Заміняємо криволінійні трапеції $OO'1'1$, $11'2'2$ і т.д. рівновеликими за площею прямокутниками зі сторонам $O-1$ і y_1 ; $1-2$ і y_2 і т.д.
3. Кінці середніх ординат y_1, y_2 і т.д. проєктують на вісь ω та отримують точки y'_1, y'_2 і т.д.
4. Сполучають їх з довільно вибраним полюсом P променями Py'_1, Py'_2 і т.д.
5. На шуканому графіку $\varphi(t)$ проводять лінії $O1''; 1''2''$ і т.д., паралельні променям Py'_1, Py'_2 і т.д. Перший відрізок проводять з початку координат

- до перетину з вертикальною прямою, що обмежує справа інтервал 0-1. Другий відрізок проводять з отриманої точки перетину з границею першого інтервалу до перетину з границею другого інтервалу 1-2 і т.д.
- б. Замінюють отриману кусочно-ломану лінію плавною кривою, яка і є шуканим графіком інтегральної функції $\varphi(t)$. При цьому легко показати, що масштаб осі ω обчислюється за формулою

$$\mu_{\varphi} = \mu_{\omega} \mu_t H_1. \quad (4.14)$$

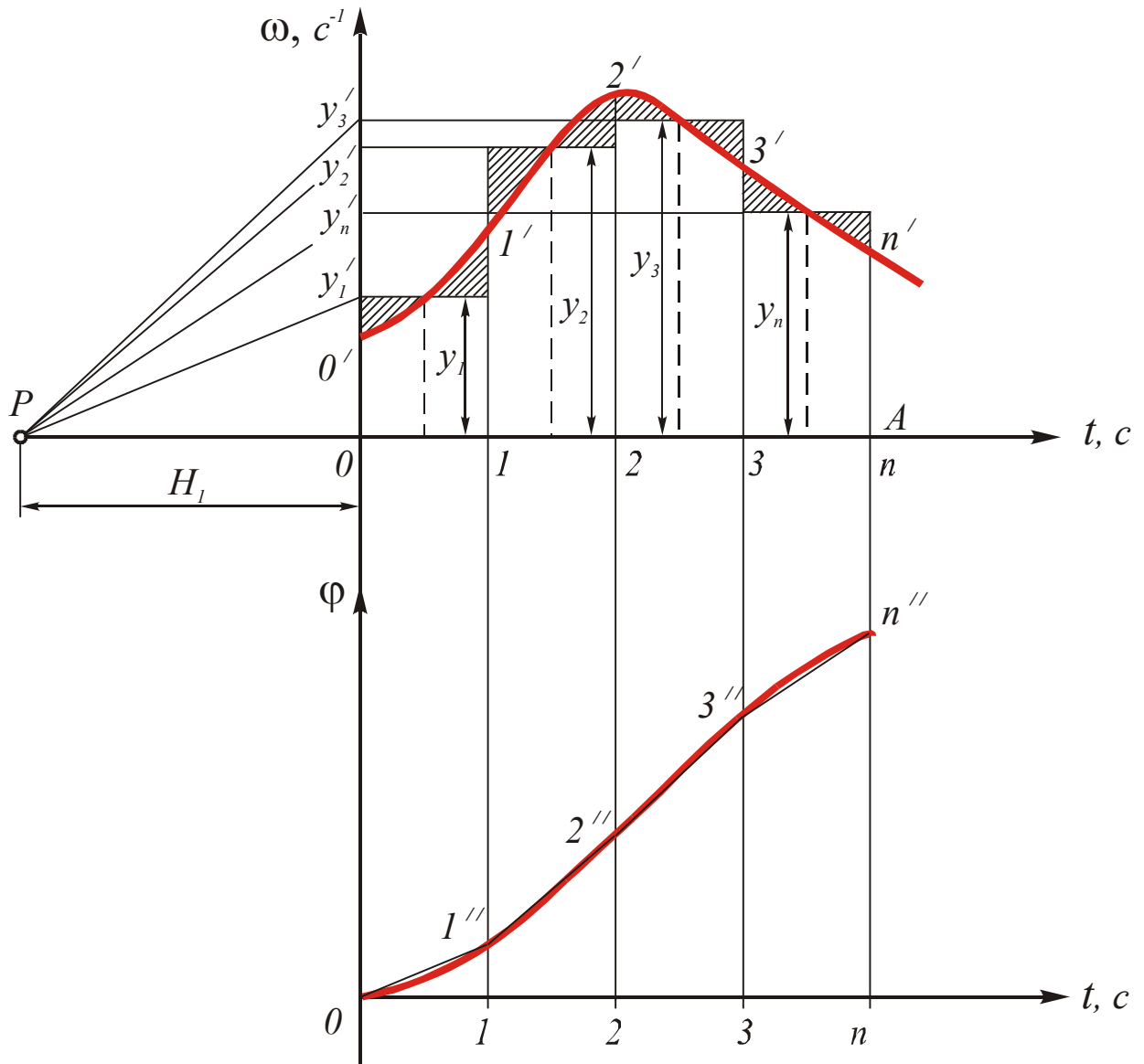


Рис. 4.6 Визначення масштабу за графічного інтегрування

Метод графічного диференціювання та інтегрування не досить точний. Тому його застосовують для наближеного визначення кінематичних параметрів механізму.

4.2.4. Перевірка правильності виконаних побудов

На рис. 4.7 показані діаграми переміщень, аналогів швидкостей та прискорень точки B кривошипно-повзункового механізму (рис 4.9), отримані методом графічного диференціювання кривої $S_B = S_B(\varphi_1)$.

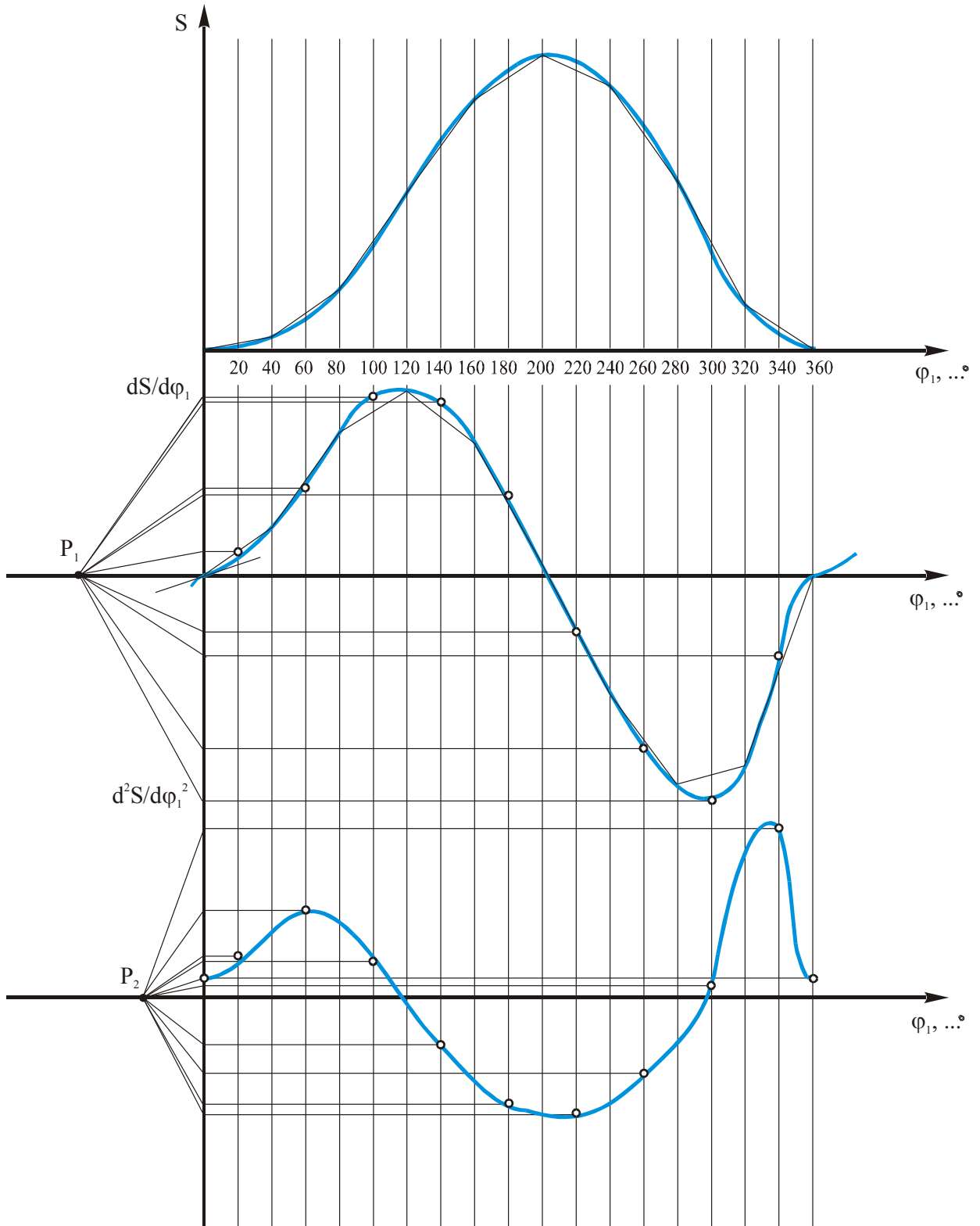


Рис. 4.7 Перевірка виконаних побудов за графічного диференціювання

Перевірка правильності виконаних побудов проводиться за такими ознаками:

1. Екстремальні значення інтегральної кривої відповідають нульовим значенням диференціальної кривої.
2. Точкам перегину інтегральної кривої відповідають екстремальні значення диференціальної кривої.
3. Ділянкам, де інтегральна крива зростає, відповідають додатні ділянки диференціальної кривої.
4. Спадаючим ділянкам інтегральної кривої відповідають від'ємні ділянки диференціальної кривої.
5. Дотичні, проведені до кривої в початковій і кінцевій точках (початок і кінець циклу руху механізму) повинні бути однаково спрямовані.
6. Якщо потрібно уточнити графіки кривих в деякому інтервалі, проводять додаткове розбиття інтервалу.

Тема 4.3. МЕТОД ПЛАНІВ У КІНЕМАТИЧНОМУ ДОСЛІДЖЕННІ МЕХАНІЗМІВ

4.3.1. Плани механізму



На рис.4.3 показані плани кривошипно-повзункового механізму в масштабі μ_l .

Таким чином, плани механізму будують під час проведення кінематичного аналізу, наприклад методом діаграм.

4.3.2. Плани швидкостей і прискорень



План швидкостей для механізму є сукупністю кількох планів швидкостей для окремих його ланок, у яких полюси планів p є загальною точкою – *полюсом плану швидкостей механізму*.



В методі планів швидкостей і прискорень використовуються теореми про складний рух твердого тіла (ланки), який можна представити як суму переносного і відносного рухів.

Хай тіло, показане на рис. 4.8, виконує плоско-паралельний рух. Як відомо, його рух можна задати, задаючи закон руху двох його точок, наприклад A і B .

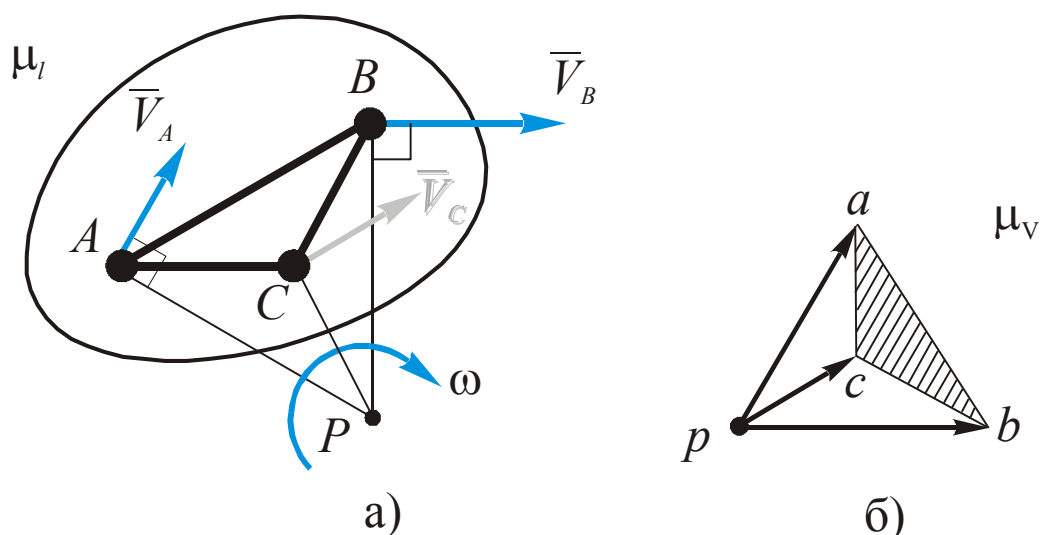


Рис. 4.8 План швидкостей твердого тіла: а – тверде тіла; б – план швидкостей

В будь-який момент часу можна знайти точку, жорстко зв'язану з тілом, швидкість якої дорівнює нулю. Це миттєвий центр обертання (МЦО) тіла P . Якщо тіло рухається поступально, то МЦО лежить на нескінченності. Відносно цієї точки в даний момент часу тіло робить обертальний рух зі швидкістю ω . В інший момент часу ця швидкість може бути іншою.

Перенесемо вектори абсолютних швидкостей \bar{V}_A і \bar{V}_B в точку p (полюс плану швидкостей). Отримаємо план швидкості відрізка AB (рис. 4.8 б) в масштабі

$$\mu_v = \frac{V_A}{pa} = \frac{V_B}{pb}, \quad \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-1}}{\text{мм}}$$

Швидкість точки С, згідно з теоремою про складний рух,

$$\bar{V}_C = \bar{V}_B + \bar{V}_{CB} \quad (4.15)$$

або

$$\bar{V}_C = \bar{V}_A + \bar{V}_{CA}. \quad (4.16)$$

Припустимо, ця швидкість нам теж відома. Тоді відрізок на плані

$$pc = \frac{V_C}{\mu_c}. \quad (4.17)$$

З іншого боку

$$V_A = \omega \cdot PA; \quad V_B = \omega \cdot PB; \quad V_C = \omega \cdot PC \quad . \quad (4.18)$$

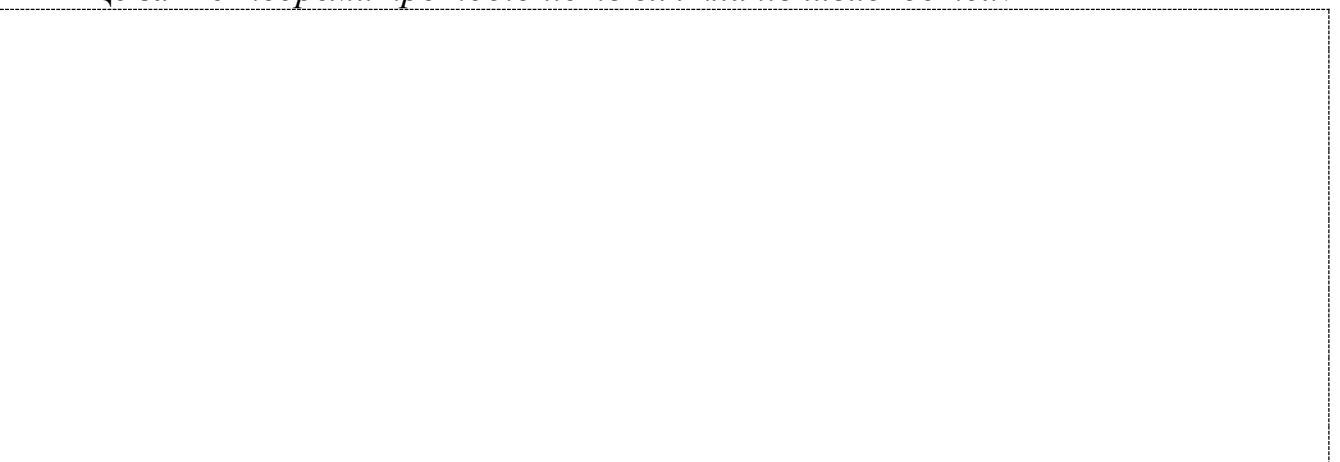
Тоді

$$\mu_v = \frac{\omega \cdot PA}{pa} = \frac{\omega \cdot PB}{pb} = \frac{\omega \cdot PC}{pc}$$

або

$$\frac{PA}{pa} = \frac{PB}{pb} = \frac{PC}{pc}. \quad (4.19)$$

Це запис *теорема про подібність для планів швидкостей*:



У споріднено розташованих фігурах напрямки обходу по індексах збігаються.

Властивості планів швидкостей:



Розглянемо тіло (рис. 4.9), рух якого заданий рухом точок A і B . Π – миттєвий центр прискорень (МЦП).

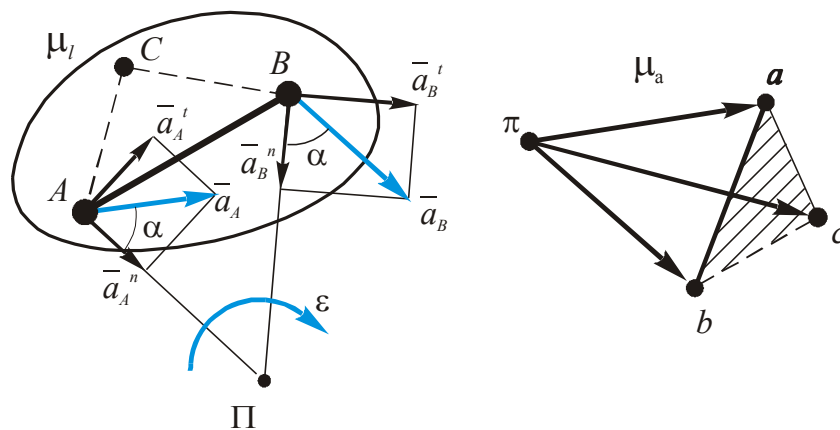


Рис. 4.9 План прискорень твердого тіла

Прискорення точки A

$$a_A = \sqrt{(a_A^n)^2 + (a_A^\tau)^2}$$

Тут $a_A^n = \omega^2 \cdot PA$ – нормальне прискорення; $a_A^\tau = \varepsilon \cdot PA$ – тангенціальне прискорення. Тоді

$$a_A = PA\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}.$$

Аналогічно можна записати для точки B :

$$a_B = PB\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}.$$

Згідно з рис. 4.9

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a_A^\tau}{a_A^n} = \frac{a_B^\tau}{a_B^n} = \frac{\varepsilon \cdot PA}{\omega^2 \cdot PA} = \frac{\varepsilon \cdot PB}{\omega^2 \cdot PB}.$$

Остаточно отримаємо

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\varepsilon}{\omega^2}. \quad (4.20)$$

Будуємо план прискорень, переносячи в спільний полюс плану π початки векторів повних прискорень (рис. 4.9 б). Масштабний коефіцієнт плану прискорень:

$$\mu_a = \frac{a_A}{\pi a} = \frac{a_B}{\pi b}, \quad \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-2}}{\text{мм}}.$$

Сформулюємо *теорему про подібність для планів прискорень*:



Прискорення точки C можна знайти за теоремою про подібність, згідно з якою $\square ABC \square\square abc$ (рис. 4.9).

Властивості планів прискорень:

Властивості планів прискорень аналогічні до властивостей планів швидкостей.