

# Лекція №8

## Розділ 6. СИЛОВИЙ РОЗРАХУНОК МЕХАНІЗМІВ

Завданням силового розрахунку механізмів є знаходження тисків в кінематичних парах та знаходження урівноважувальних сил і моментів.

В основі силового розрахунку лежить метод кінетостатики, який базується на принципі Даламбера.

$$\begin{aligned}\sum_i F_i + \sum_j F_{aj} &= 0; \\ \sum_i M_i + \sum_j M_{aj} &= 0.\end{aligned}\tag{6.1}$$

### Тема 6.1. КІНЕТОСТАТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ГРУП АССУРА

#### 6.1.1. Умова статичної визначності кінематичного ланцюга

Щоб система була визначною, кількість невідомих, які підлягають визначенню, не повинна перевищувати кількості рівнянь. Тому, перш ніж розв'язати задачу про знаходження тисків у кінематичних парах, потрібно з'ясувати, для яких ланцюгів виконується умова рівності між кількістю рівнянь статики (кінетостатики) і кількістю невідомих складових реакцій в кінематичних парах.

Для  $n$  ланок, на які діє просторова система сил загального виду, можна скласти  $6n$  рівнянь рівноваги. Кількість невідомих реакцій, які належить визначити із цих рівнянь, для кожної кінематичної пари збігається з кількістю в'язей, які вона накладає, оскільки неможливість руху в напрямку в'язі дає реакцію у вигляді сили, а неможливість обертання – у вигляді пари сил.

Отже, умова статичної визначності просторового кінематичного ланцюга має вигляд:

$$6n = 5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1,\tag{6.2}$$

де  $n$  – кількість ланок, які входять до кінематичного ланцюга;  $p_5, \dots, p_1$  – кількість кінематичних пар відповідного класу;  $5p_5, \dots, 1p_1$  – кількість реакцій в цих парах.

Умова (6.2) збігається з умовою рівності нулю числа ступенів рухливості кінематичного ланцюга.

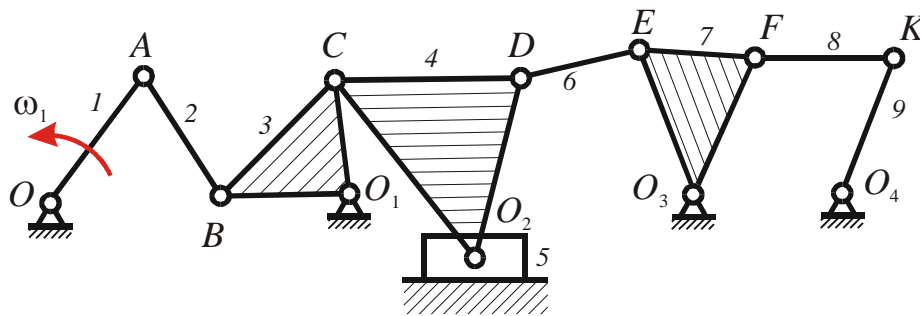
Для плоских ланцюгів кількість рівнянь статички дорівнює  $3n$ . Число невідомих реакцій для нижчої пари, згідно з п. 5.1.6., дорівнює двом. У вищій парі – одна невідома реакція.

Отже, умова статичної визначності для плоских ланцюгів має вигляд:

$$3n = 2p_5 + p_4. \quad (6.3)$$

Таким чином, умова (6.3) відповідає умові нульового ступеня рухливості кінематичного ланцюга. Як відомо, нульовий ступінь рухливості мають групи Ассура. Тобто *групи Ассура – статично визначні системи*.

Розглянемо механізм, схема якого зображена на рис. 6.1.



**Рис. 6.1** Кінематична схема механізму

Розіб'ємо кінематичний ланцюг на групи Ассура. Візьмемо будь-яку проміжну групу, наприклад III. Вона включає ланки 6 і 7, тобто  $3n = 3 \cdot 2 = 6$ .

Ланки утворюють чотири кінематичні пари п'ятого класу –  $2p_5 = 2 \cdot 4 = 8$ . Тобто, число невідомих дорівнює 8, а число рівнянь статички – 6.

$$3n < 2p_5.$$

Отже, маємо статично невизначну систему.

Візьмемо *останню приєднану групу Ассура* (ланки 8 і 9). Тут дві ланки і три шарніри. Справедлива умова

$$3n = 2p_5.$$

Таким чином, на відміну від кінематичного аналізу, *кінестатичне дослідження механізму потрібно починати з останньої приєднаної групи Ассура*.

### 6.1.2. Плани сил структурної групи

При кінестатичному дослідженні механізму заданими являються такі параметри: розміри і вага ланок, положення центрів мас, моменти інерції мас, рушійні сили і сили опору.

Рівняння кінетостатики легко розв'язати графічно, використовуючи плани сил (векторні багатокутники) для окремих структурних груп механізму.

Цей метод має, з одного боку, хорошу наочність, а з іншого, враховуючи, що розрахункові схеми, навантаження, які діють на ланки, відомі, зазвичай, лише дуже приблизно, – точність простих графічних побудов виявляється достатньою.

**Послідовність кінетостатичного дослідження структурної групи методом планів сил.**



## **Тема 6.2. КІНЕТОСТАТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ**

### **6.2.1. Силовий розрахунок типових механізмів методом планів сил**

Розглянемо методику проведення кінетостатичного дослідження механізмів на прикладі кривошипно-коромислового механізму.

**Приклад 6.1.** Визначити тиски в кінематичних парах  $A$ ,  $B$  і  $O_1$  чотириланкового шарнірно-важільного механізму, кінематична схема якого зображена на рис. 6.2. Маса ланок та силу  $P$  вважати заданими. Прийняти, що  $\omega_1 = Const$ .

**Рис. 6.2** Силовий розрахунок чотириланкового шарнірно-важільного механізму: а – кінематична схема; б – план швидкостей; в – план прискорень; г– група Ассура; д – план сил



### 6.2.2. Кінетостатичний розрахунок початкової ланки

Розглянемо початковий механізм, який включає стояк і ланку 1 кривошипно-коромислового механізму (див. приклад 1, рис. 6.2). Прикладемо до кривошипа діючі на нього сили. В точці  $A$  прикладемо силу  $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$ . Тут сила  $\bar{R}_{12}$  є реакцією з боку ланки 2, з'єднаної з початковим механізмом і являє собою рівнодійну всіх сил, прикладених до ланок механізму. Після силового аналізу структурних груп сила  $\bar{R}_{12}$  відома.

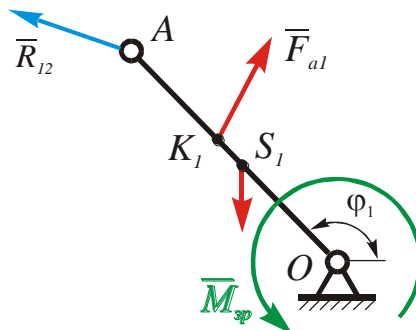


Рис. 6.3 Початковий механізм

Невідомими є реакції в шарнірі  $O$  і рушійний момент, прикладений до початкової (вхідної) ланки. Цей момент змінний і для даного моменту часу та заданих умов він розглядається як *урівноважувальний*. Тобто в даний момент

часу він урівноважує всі сили, що діють на ланки механізму, включаючи сили інерції, крім реакцій в кінематичних парах (вони взаємно зрівноважені).

Запишемо рівняння рівноваги кривошипа:

$$\sum M_0 = M_{зр} + M_0(\bar{G}_1) + M_0(\bar{F}_{a_1}) + M_0(\bar{R}_{12}) = 0 \quad (6.4)$$

Визначаючи  $M_{зр}$  для різних положень за цикл руху механізму, будують діаграми  $M_{зр} - \varphi$ , за якою знаходять, наприклад, найбільш несприятливі положення вхідної ланки:  $M_{зр} = M_{зр \max}$ .

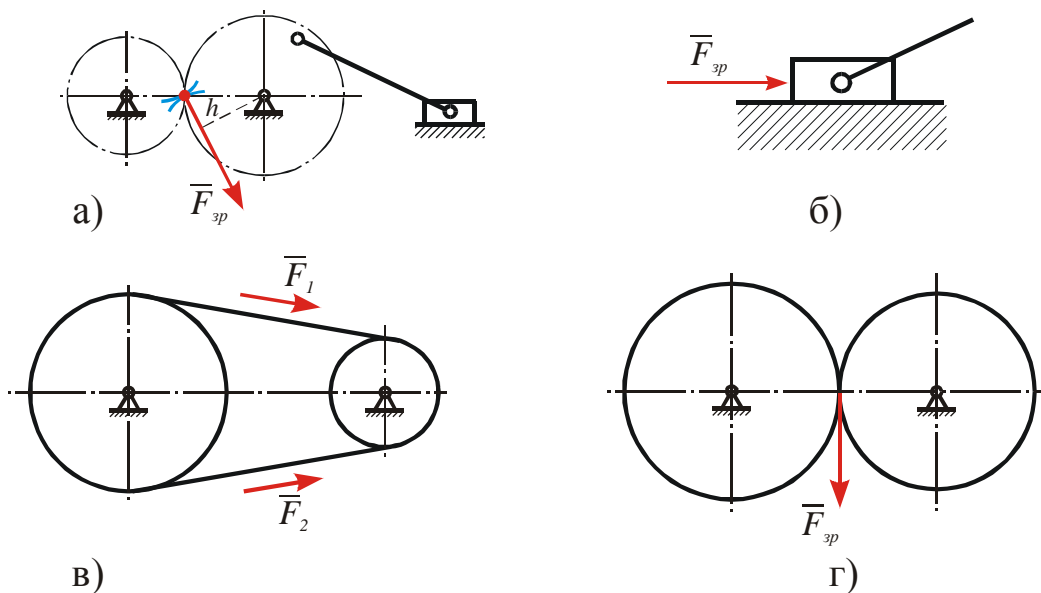
Отже, якщо кривошип – ведуча ланка, то  $M_{зр}$  є моментом рушійних сил; якщо ця ланка ведена – то є моментом сил опору.

Якщо до ведучої ланки момент підводиться або з нього знімається через муфту (безпосередньо через вал, на якому закріплений кривошип), то зовнішнім силовим фактором є невідомий момент  $M_{зр}$ . Якщо ж підвід (або відвід) енергії здійснюється через фрикційну або зубчасту передачу, або підводиться до повзуна, то зовнішнім силовим фактором є урівноважувальна сила  $F_{зр}$  (рис. 6.4 а, б, г).

Для пасової передачі (рис. 6.4 в) маємо дві невідомі  $F_1$  і  $F_2$ , але вони зв'язані формулою Ейлера.

Тобто, в перелічених випадках краще розглядати не урівноважувальний момент  $M_{зр}$ , а урівноважувальну силу  $F_{зр}$ :

$$F_{зр} = \frac{M_{зр}}{h_{зр}} \quad (6.5)$$



**Рис. 6.4** Приклади дії урівноважувальних сил і моментів: а – в зубчастій передачі; б – в повзуні; в – в пасовій передачі; г – у фрикційній передачі;

Для пасової передачі (рис. 6.4 в) маємо дві невідомі  $F_1$  і  $F_2$ , але вони зв'язані формулою Ейлера.

Тобто, в перелічених випадках краще розглядати не урівноважувальний момент  $M_{zp}$ , а урівноважувальну силу  $F_{zp}$ :

$$F_{zp} = \frac{M_{zp}}{h_{zp}} \quad (6.6)$$

Тут  $M_{zp}$  визначається за рівнянням (6);  $h_{zp}$  – дійсне значення плеча сили, а не його масштабне значення, взяте зі схеми.

Розв'язання задачі кінетостатичного дослідження механізму можна здійснити аналітичним методом (як і в кінематичному аналізі). Враховуючи багаторазовість розв'язку за цикл роботи ця задача дуже трудомістка. Наприклад, силовий розрахунок кривошипно-повзункового механізму дизеля, який працює в усталеному режимі, при зміні узагальненої координати  $\Delta\varphi_1 = 5^\circ$  виливається в розв'язання системи з 33-х рівнянь 72 рази кожне. Радикально знімається трудомісткість розрахунку при допомозі ЕОМ.

### 6.2.3. Визначення урівноважувальних сил і моментів методом жорсткого важеля Жуковського

Із викладеного вище неважко зробити висновок, що урівноважувальний момент (сила) є зведений момент або сила, прикладені до цієї ж ланки, але спрямований протилежно до напрямку  $M_{zp}$  ( $F_{zp}$ ).

$$\bar{F}_{zp} = -\bar{F}_{zv} \quad (6.7)$$

$$\bar{M}_{zp} = -\bar{M}_{zv} \quad (6.8)$$

Зведений момент при цьому включає всі сили, прикладені до механізму, включно з силами інерції.

Отже, для визначення урівноважувального моменту (сили) можна користуватися тими ж методами і розрахунковими формулами, що і при визначенні зведених моментів (сил), не проводячи кінетостатичного дослідження всього механізму. (Не потрібно визначати спеціально тиск в кінематичних парах між вхідною або вихідною ланкою і приєднаними до них ланками структурних груп). Нагадаємо, що тиски в шарнірах є внутрішніми силами механізму.

Використаємо для визначення  $M_{zp}$  метод жорсткого важеля Жуковського.

**Приклад 5.2.** Для механізму, зображеного на рис. 6.5, визначимо методом жорсткого важеля Жуковського урівноважувальний момент, прикладений до вхідної ланки 1. Прийняти, що  $\omega_1 = Const$ .



Ступінь його рухливості  $w = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$ . Вхідною ланкою є ланка 1, закон руху якої нам заданий.

На механізм діє задана система зовнішніх сил (див. рис. 6.5а). У загальному випадку механізм як система, яка має одну ступінь вільності, не буде знаходитись в рівновазі. Щоб привести механізм до врівноваженого стану, треба в деякій точці прикласти урівноважувальну силу  $\bar{F}_{zp}$ . За таку точку вибираємо точку А на ланці 1. Задаємо напрямок сили  $\bar{F}_{zp}$ , наприклад перпендикулярно до  $OA$ .

**Рис. 6.5 Силевий розрахунок шестиланкового шарнірно-важільного механізму: а – кінематична схема; б – план швидкостей; в – жорсткий важіль Жуковського**

Викладений метод є загальним для механізмів будь-якого класу.

*При динамічному аналізі, на відміну від кінестатичного, сили до ланки зведення загалом зводяться роздільно. Наприклад, окремо сили опору, сили тертя, рушійні та інші сили. Сили ваги найчастіше зводять разом з рушійними силами. Роздільне зведення дозволяє краще врахувати вплив кожної сили на закон руху механізму.*