

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
УКРАЇНИ “КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

ОПІР МАТЕРІАЛІВ

Курс лекцій для студентів напрямку підготовки 0902

“Інженерна механіка”

спеціальностей:

7.090206 – Обладнання для обробки металів тиском

7.090209 – Гідравлічні і пневматичні машини

Лектор к.т.н., доцент

О.П. Заховайко

Лекція №1

Розділ 1. ВСТУП

Усім реальним тілам притаманні властивості *міцності*, *жорсткості* та *стійкості*, тобто вони здатні сприймати зовнішні навантаження без зміни свого механічного стану, що могло би привести до порушення нормальної роботи конструкції. До таких змін слід віднести повне руйнування тіла, утворення неприпустимо великих тріщин, суттєву зміну розмірів та форми, втрату початкової форми пружної рівноваги (втрату стійкості), пошкодження поверхні і т. ін.

Порушення роботоспроможного стану виробу називають *відмовою*. Відсутність же відмов виробу в процесі роботи називають *міцнісною надійністю*.

Опір матеріалів – це навчальна дисципліна, яка відноситься до загальноінженерних наук, і яка вивчає основи розрахунків міцнісної надійності конструкцій.

В опорі матеріалів, як узагальненні інженерного досвіду створення конструкцій, користуються наближеними методами розрахунків, які опираються на експеримент. Біля його витоків стояли Галілео Галілей, Леонард Ейлер, Жозеф Луї Лагранж, Шарль Кулон, Роберт Гук та інші видатні математики і механіки.

Величезний вклад в розвиток опору матеріалів внесли вітчизняні вчені, такі як перший ректор НТУУ „КПІ” проф. Кирпичов С.Л., один з засновників Національної Академії Наук України проф. Тимошенко С.П., академік НАН України, засновник Інституту проблем міцності НАНУ Писаренко Г.С. Всі вони в різний час працювали на кафедрі опору матеріалів нашого університету.

Формування і становлення опору матеріалів як науки припадає переважно на другу половину XVIII-го і XIX-е століття, коли технічна і промислова революції поставили на порядок денний розробку науково обґрунтованих методів створення надійних і довговічних машин і споруд. Звісно, що люди і до цього створювали різноманітні споруди, механізми, нехай і прості, примітивні, але ж цілком роботоспроможні. Проте в основі їх створення тоді лежав виключно досвід минулих поколінь та інтуїція геніальних самоуків. Прогрес ішов повільно, а досвід набувався в результаті численних катастроф і руйнувань. Адже відомо, що історія техніки – це історія катастроф, і писалася вона таки кров'ю.

Опір матеріалів, як і механіка деформованого твердого тіла в цілому, не стоїть на місці. Якщо від початку становлення і аж до середини XX-го століття основний акцент робився на питаннях міцності будівельних конструкцій і споруд, то за останні десятиліття все більшого значення набули проблеми динаміки, міцності, жорсткості, стійкості, живучості об'єктів машинобудування,

суднобудування, авіаційної, ракетно-космічної техніки, енергетичних машин та ін.

Активне впровадження обчислювальної техніки в інженерну практику сприяло удосконаленню методів розрахунків в опорі матеріалів, застосуванню математичних моделей міцнісної надійності елементів машин та споруд.

Як загально інженерна дисципліна опір матеріалів базується на механіко-математичній підготовці, що забезпечується попередніми курсами: “Вища математика”, “Фізика”, “Теоретична механіка”, “Інформатика”.

Тема 1.1. Основні поняття та гіпотези

Перш, ніж приступити до вивчення методів розрахунків елементів машин і конструкцій на міцність, жорсткість та стійкість, необхідно встановити, які основні гіпотези покладені в основу побудови цих методів, розшифрувати з позицій опору матеріалів деякі поняття і явища, з якими ми стикаємось у повсякденному житті. Тобто слід закласти певний понятійний базис, необхідний для успішного руху вперед.

Перш за все з'ясуємо, що є *об'єктом* і *предметом* вивчення в опорі матеріалів.

Об'єктом вивчення в опорі матеріалів є елемент конструкції, який розглядається як тверде тіло, здатне деформуватися.

Цей елемент конструкції має бути міцним, жорстким та стійким.

Під міцністю розуміють здатність конструкції та її елементів витримувати навантаження, не руйнуючись.

Під жорсткістю розуміють здатність конструкції та її елементів під дією навантаження деформуватись в заданих межах.

Під стійкістю розуміють здатність конструкції та її елементів під дією навантаження зберігати початкову форму пружної рівноваги.

Щоб відповісти на питання, чи витримає конструкція задане навантаження, тобто, чи буде забезпечена її міцнісна надійність, потрібно вміти аналізувати напружено-деформований стан кожного елемента конструкції.

Предметом вивчення в опорі матеріалів є напружено-деформований стан тіла.

Якщо в теоретичній механіці об'єктом вивчення є абсолютно тверде тіло, коли мова про фізико-механічні властивості матеріалу тіла взагалі не йде, то в опорі матеріалів ці властивості виходять на перший план. Отже виникає потреба сформулювати основні гіпотези щодо матеріалу тіла та його деформацій. Ці гіпотези такі [1].

1. Гіпотеза про суцільність матеріалу.

Матеріал тіла розглядається як суцільне середовище. Атомістична теорія про дискретну будову матеріалу не береться до уваги.

2. Гіпотеза про однорідність та ізотропність.

Матеріал тіла вважається однорідним, тобто в будь-якій точці тіла його властивості однакові. Ізотропним вважається матеріал, властивості якого в даній точці однакові в будь-якому напрямку.

3. Гіпотеза про малість деформацій.

Вважається, що деформації тіла у порівнянні з його розмірами малі.

4. Гіпотеза про ідеальну пружність матеріалу.

Під пружністю розуміють здатність тіла відновлювати свої попередні розміри та форму після зняття навантаження.

В основі теорії опору матеріалів лежить закон Гука про лінійну залежність між деформаціями і зусиллями в тілі. Матеріали, що підлягають закону Гука, називають *лінійно пружними*.

На підставі гіпотез про малість деформацій та лінійну пружність матеріалу для більшості задач опору матеріалів справедливим є *принцип суперпозиції* або *принцип незалежності дії сил*.

Напруження і деформації в будь-якій точці тіла, спричинені дією системи сил, дорівнюють сумі напружень (деформацій), викликаних дією кожної сили зокрема, незалежно від порядку їх прикладання.

Антонімом до поняття пружності є *пластичність*.

Під пластичністю розуміють здатність тіла після зняття навантаження зберігати частину набутої при навантаженні деформації.

Отже пружна деформація – це зникаюча деформація, а пластична – це залишкова деформація.

Перелічені гіпотези дозволяють з прийнятною точністю вирішувати задачі міцнісної надійності конструкцій. Проте одних цих гіпотез ще недостатньо для розв'язання задач опору матеріалів. Мова далі йтиме про розрахункову схему. Правильно вибрана розрахункова схема – це запорука отримання достовірного результату і свідчення грамотності та професійності інженера.

Тема 1.2. Поняття про розрахункову схему

Всі реальні тіла, що нас оточують, характеризуються великою різноманітністю форм та властивостей і множина їх нескінченна. Спроби врахувати ці властивості у повному об'ємі в розрахунках тіла на міцність, жорсткість та стійкість є нереальними. Тому при проведенні таких розрахунків користуються так званими *розрахунковими схемами*.

Під розрахунковою схемою розуміють умовне зображення об'єкта, якому присвоюють тільки ті властивості, які є суттєвими з точки зору умов навантаження, зовнішнього середовища і, що найважливіше, вибраних запасів міцності, жорсткості та стійкості, пов'язаних з необхідною точністю розрахунків.

При складанні розрахункових схем в опорі матеріалів слід максимально коректно визначитись з моделюванням форми тіл, умовами їх закріплення, схемою та характером діючих навантажень, властивостями матеріалу.

Зупинимось на цих аспектах детальніше.

1.2.1. Основні моделі форми тіл

Серед усієї різноманітності геометричних форм твердих тіл насправді можна виділити лише три основні моделі: стержень, оболонка чи пластина, масивне тіло.

Стержень – це тіло, один розмір якого – довжина, значно перевищує два інших.

Стержні можуть бути прямими і криволінійними, плоскими і просторовими, з постійним або змінним перерізом. Це найпоширеніша форма елемента конструкції в техніці та будівництві. Вали, осі, колони, рейки, балки – все це стержні, і перелік прикладів можна продовжувати довго.

Оболонка – це тіло, один розмір якого – товщина, набагато менший від двох інших.

В сучасному машинобудуванні оболонкові конструкції дуже поширені. Вони міцні і досить технологічні. До оболонок належать корпуси суден, фюзеляжі та крила літаків, обшивки ракет, різноманітні резервуари та ємності, котли і т.п.

За формою оболонки бувають замкнені і незамкнені, осесиметричні і довільної форми. Якщо серединна поверхня оболонки (яка є геометричним місцем точок, рівновіддалених від граничних поверхонь оболонки) – площина, то отримуємо *пластину*.

Методами опору матеріалів можна розрахувати дуже вузький клас оболонок. Розробкою методів розрахунку оболонок і пластин займається спеціальна галузь механіки деформованого твердого тіла – будівельна механіка.

Якщо всі три розміри тіла одного порядку, то маємо масивне тіло.

1.2.2 Способи закріплення елементів конструкцій. Схематизація опор

Всі елементи машин і конструкцій певним чином взаємодіють між собою утворюючи нерухомі з'єднання та кінематичні пари. Тобто на кожен елемент накладаються ті чи інші механічні в'язі, які обмежують його рухи. Ці в'язі можуть бути як абсолютно жорсткими, так і податливими.

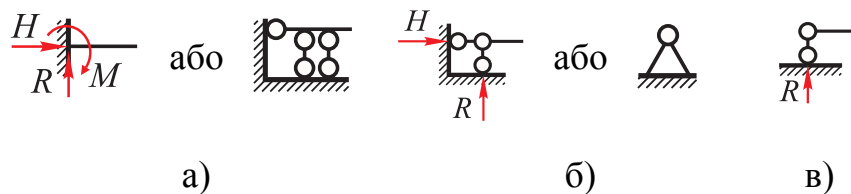
Надалі елементи, з допомогою яких тіла фіксуються у просторі, називатимемо *опорами*. Кожна опора накладає на тіло певну кількість в'язей. Найчастіше в задачах опору матеріалів мають справу з абсолютно жорсткими в'язями. Насправді таких в'язей в природі не існує, просто їх податливість, у порівнянні з деформаціями тіла, нехтовно мала.

Розглянемо найпоширеніші типи опор.

а) Жорстке защемлення.

Така опора не допускає жодних рухів тіла в точці закріплення. На рис. 1.1. а показана схема жорсткого защемлення в площині. Спроба руху під дією навантаження викликає реакцію з боку кожної в'язі, а саме – дві реактивні сили (як протидія спробі поступального зміщення) і реактивний момент (як протидія спробі повороту тіла в опорі).

Таким чином жорстке защемлення для плоскої системи сил дає три реакції.



**Рис. 1.1. Схеми опор: а – жорстке защемлення;
б – нерухомий шарнір; в – рухомий шарнір**

б) Нерухомий шарнір.

Така опора допускає можливість вільного обертання тіла відносно осі шарніра, обмежуючи при цьому можливість поступального зміщення у будь-якому напрямку. Тобто виникають дві реакції (рис. 1.1 б).

в) Рухомий шарнір.

В площині така опора накладає обмеження лише на поступальний рух в одному напрямку (рис. 1.1 в), тобто виникає одна реакція.

Наведені схеми опор стосуються плоских систем. Проте використаний принцип накладання в'язей на тіло, що обмежують рухи в певних напрямках, дозволяє схематизувати будь-які опори, в тому числі і просторові.

Щоб проілюструвати, як на практиці вибирають схеми опор для реальних об'єктів при створенні розрахункових схем, розглянемо вал редуктора, закріплений за допомогою підшипників у корпусі (рис. 1.2 а).

Тут підшипники є реальними опорами вала. З наведеного рисунка видно, що одна опора вала – ліва, не зафіксована відносно корпусу в напрямку осі вала, в той час як права – зафіксована. Така конструкція опор дозволяє компенсувати теплове розширення вала, не навантажуючи його у поздовжньому напрямку. Отже, розглядаючи вал з опорами, як просторову конструкцію, робимо висновок, що ліва рухома опора виключає будь-який поступальний рух цього перерізу вала у поперечному напрямку, тобто виникає дві реакції, наприклад, горизонтальна і

вертикальна. Права опора дає, зрозуміло, три реакції, оскільки тут неможливий також поступальний рух у напрямку осі вала.

Що стосується можливості повороту перерізів вала в опорах, то, крім очевидного вільного обертання вала відносно його осі, конструкція підшипників дозволяє внутрішньому кільцю вільно повертатись на деякий кут відносно зовнішнього і в осьових перерізах. Величина цього кута повороту незначна і визначається типом підшипника. Отже підшипники можна розглядати в певних межах як шарнірні опори, в яких не виникають реактивні моменти. При цьому, ліва опора є рухомим шарніром, а права – нерухомим.

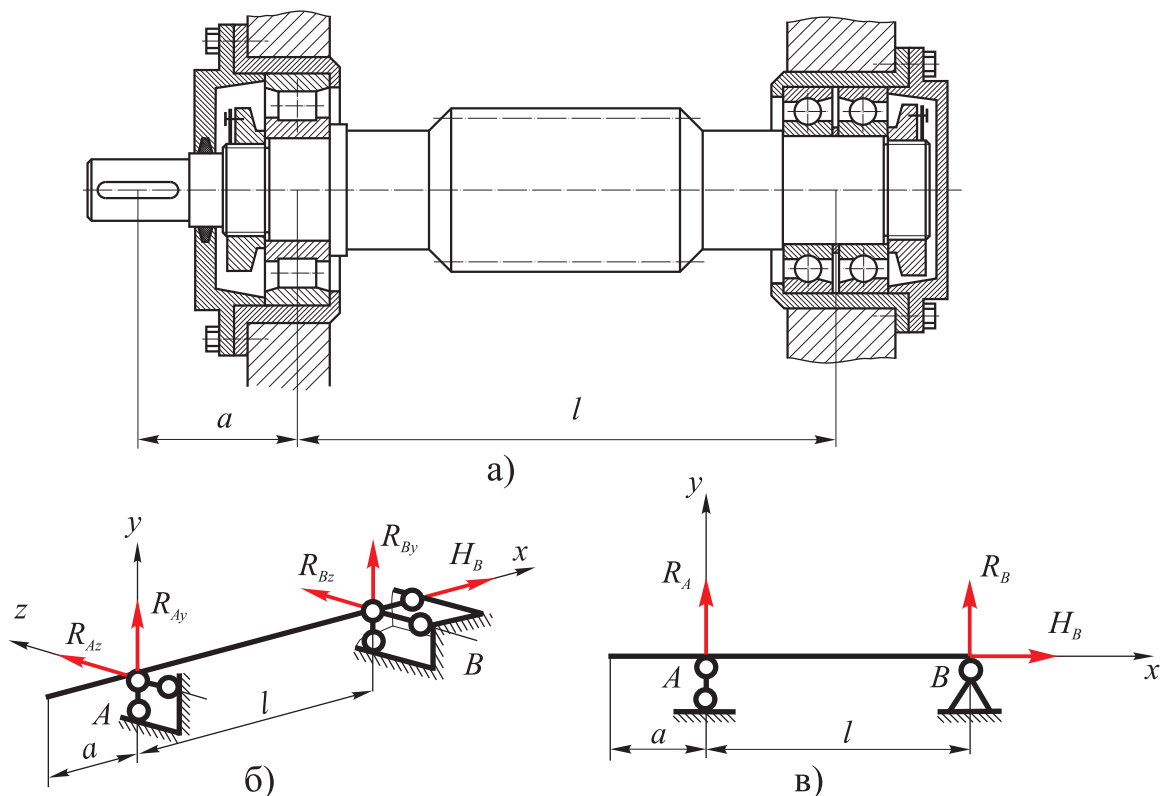


Рис. 1.2 Схематизація опор вала редуктора: а – вал з опорами; б – схема опор вала для просторової системи; в – схема опор вала для плоскої системи

Для просторової системи схема опор вала представлена на рис. 1.2 б, а для плоскої – на рис. 1.2 в.

1.2.3. Зовнішні сили та їх класифікація

Одним з найвідповідальніших етапів розробки розрахункової схеми об'єкта є створення схеми його навантаження.

Розглянемо основні види зовнішніх сил, які діють на об'єкти в процесі їх експлуатації.

Зовнішні сили – це сили взаємодії даного елемента конструкції з пов'язаними з ним тілами та з середовищем.

В опорі матеріалів зовнішні сили називають *навантаженнями*.

Навантаження бувають об'ємними та поверхневими.

Об'ємні навантаження. Вони розподілені по об'єму тіла і характеризуються *інтенсивністю* – величиною навантаження, що припадає на одиницю об'єму. До об'ємних навантажень відносяться сили тяжіння, інерції, магнітної та електричної взаємодії.

Поверхневі навантаження. Ці зовнішні сили є результатом безпосередньої контактної взаємодії даного тіла з іншими тілами та з середовищем і прикладаються до зовнішньої поверхні тіла.

Навантаження, що припадає на одиницю площі поверхні тіла, називається *інтенсивністю поверхневого навантаження*. Іntenсивність p вимірюється в Н/м² або паскалях (Па). Приклад такого навантаження наведений на рис. 1.3 а.

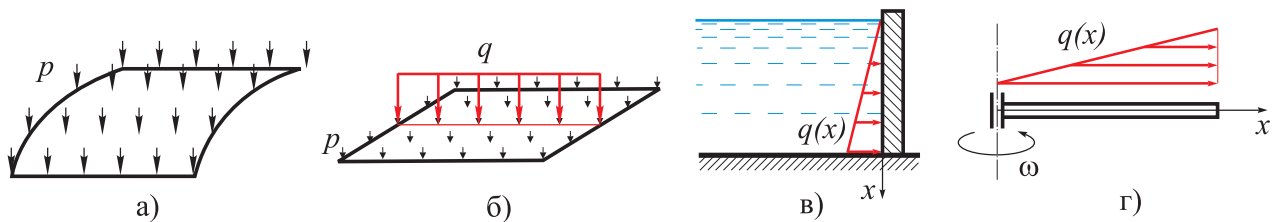


Рис. 1.3 Поверхневі (а) та лінійні (б, в, г) навантаження

Лінійні навантаження. Часто форма тіла та характер розподілу навантаження дозволяє звести його до головної площини, представивши у вигляді *лінійного навантаження* (рис. 1.3 б, в і г). При цьому його інтенсивність вимірюється в Н/м. Лінійне навантаження на схемах подають у вигляді епюр, які відбивають закон зміни його інтенсивності. Якщо навантаження розподіляється рівномірно вздовж лінії розподілу, тобто $q = \text{Const}$, то епюра має вигляд прямокутника (рис. 1.3 б). На рис. 1.3 в показана епюра розподілу гідростатичного тиску стовпа рідини на стінку посудини. Як видно, вона має форму трикутника. Іntenсивність лінійного навантаження в цьому випадку змінна, тобто $q(x) = Var$.

До лінійного можна звести і об'ємне навантаження. Наприклад сили інерції, розподілені в прямому стержні при обертанні в площині його осі (рис. 1.3 г), подані у вигляді лінійного навантаження, що діє вздовж цієї осі.

В наведених прикладах закони розподілу навантаження лінійні. На практиці ж зустрічаються і більш складні – нелінійні – закони. Що стосується рівнодійної лінійного навантаження, то, незалежно від закону його розподілу, правило її визначення одне [1]:

Рівнодійна розподіленого навантаження чисельно дорівнює площі його епюри і прикладена в центрі її ваги

Зосереджені навантаження. Якщо площа розподілу навантаження мала у порівнянні з розмірами поверхні тіла, то розподілене навантаження як правило подають у вигляді його рівнодійної, яку називають *зосередженою силою* F , Н

(рис. 1.4 а). На практиці часто виникають такі умови, коли навантаження зводяться до пари сил і подаються у вигляді зосередженого моменту M , Н·м (рис. 1.4 б, в).

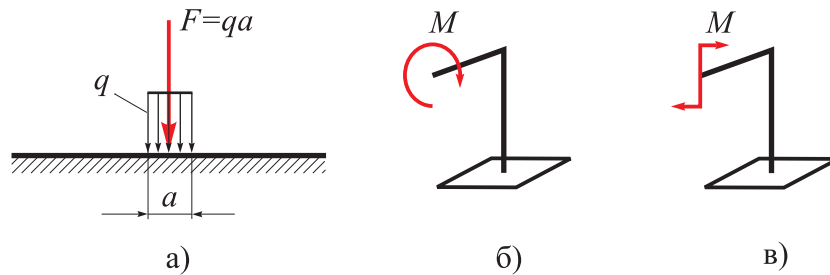


Рис. 1.4 Зосереджені навантаження: а – зосереджена сила; б і в – зосереджені моменти

За характером дії сил у часі їх поділяють на *статичні* і *динамічні*.

Статичні навантаження. Якщо наростання навантаження до свого максимального значення відбувається повільно, і після цього сила залишається незмінною, то має місце статичне навантаження. Характерною його ознакою є те, що можна знехтувати прискореннями точок деформованого тіла, а отже і силами інерції.

Динамічні навантаження. Якщо прискореннями точок деформованого тіла, що виникають при його навантаженні, знехтувати неможливо, то має місце динамічне навантаження. В подальшому розглядатимуться такі види динамічного навантаження, як *ударне*, *миттєво прикладене* і *повторно змінне* або *циклічне*.

Розглянемо приклад складання розрахункової схеми для опорної балки мостового крана (рис. 1.5).

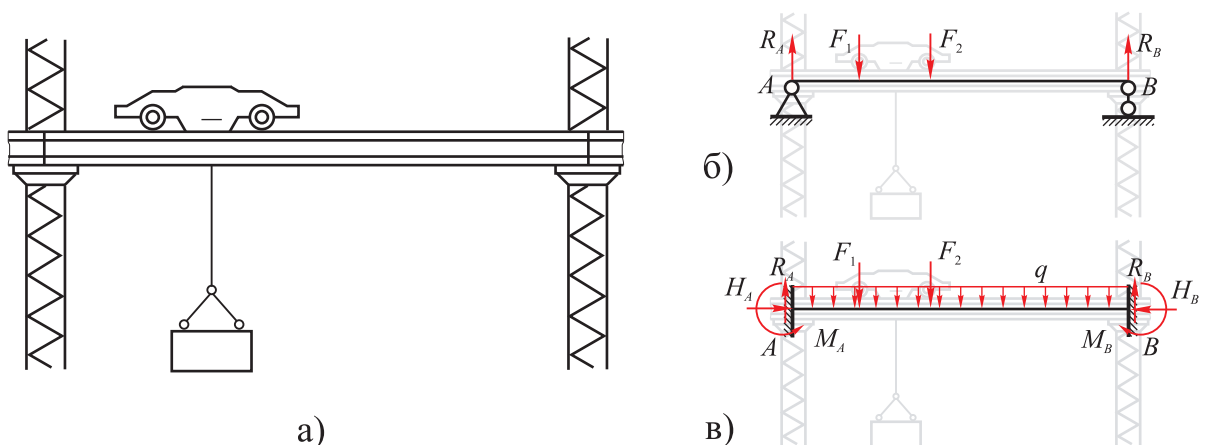


Рис. 1.5 До складання розрахункової схеми опорної балки мостового крана: а – загальний вигляд; б і в – варіанти розрахункової схеми

Тут представлено два можливих варіанти розрахункової схеми. Вони відрізняються як способом закріплення балки на колонах, так і її навантаженням.

Перший варіант (рис. 1.5 б) буде прийнятним, якщо кріплення дозволяє поворот опорних перерізів балки в певних межах, тобто маємо шарнірне оперття. Навантаження, що складається з ваги вантажу та власної ваги крана, представлене зосередженими силами F_1 і F_2 , прикладеними в точках контакту коліс крана з опорною балкою. До зрівноваженої систему сил доповнюють опорні реакції R_A і R_B .

Якщо балка жорстко закріплена на колонах, – наприклад приварена до них, – то в якості опор слід вибрати жорстке защемлення (рис. 1.5 в). Схема навантаження тут також відрізняється від першого варіанту: враховано власну вагу балки, яка представлена рівномірно розподіленим навантаженням інтенсивністю q , та зросла кількість опорних реакцій до шести.

Оцінюючи адекватність запропонованих розрахункових схем, слід обов'язково врахувати, наскільки податливими є опори балки, і як це може вплинути на точність розрахунків. Найменше проблем виникне у разі, коли ці опори, тобто колони, є абсолютно жорсткими. Якщо таке припущення виявиться надто грубим, то доведеться врахувати їх податливість. Проте колони в свою чергу є лише елементами каркасу споруди, пов'язані з балками перекриття, поясами жорсткості, фундаментом і тими ж опорними балками крана. Тому їх деформації можна визначити лише у складі всієї конструкції споруди, яка, до речі, буде навантажена не лише вагою крану з вантажем та власною вагою елементів конструкції, а й вітровим навантаженням на дах та стіни споруди, вагою шару снігу на покрівлі взимку і т.п. А це вже зовсім інша розрахункова схема.

Таким чином, керуючись викладеними підходами до складання розрахункових схем, можемо приступати до їх побудови для різних механічних систем з метою аналізу напружено-деформованого стану елементів цих систем.

Проте, перш ніж перейти безпосередньо до предмету нашого вивчення, а саме, – аналізу напружено-деформованого стану елементів конструкцій, розглянемо попередньо геометричні характеристики плоских фігур, які нам будуть потрібні для розрахунків на міцність, жорсткість і стійкість.

Питання для самоперевірки знань

1. Що є об'єктом вивчення в опорі матеріалів?
2. Що є предметом вивчення в опорі матеріалів?
3. Що розуміють під поняттями міцності та жорсткості тіла?
4. Що розуміють під поняттями стійкості конструкції та її елементів?
5. Які основні гіпотези щодо матеріалу тіла та його деформацій покладені в основу опору матеріалів?
6. Коли матеріал вважають однорідним?
7. Який матеріал називають ізотропним?
8. Розкрийте поняття суцільності середовища.

9. В чому полягає властивість пружності матеріалу?
10. Які матеріали відносять до лінійно пружних?
11. Які деформації називають пружними, а які – пластичними?
12. У чому полягає суть гіпотези про малість деформацій?
13. Що називають розрахунковою схемою?
14. Які існують основні моделі форми тіл?
15. Чим відрізняється стержень від масивного тіла?
16. Чим відрізняється оболонка від пластини?
17. До яких моделей форми тіл слід віднести свердло, різець, матрицю штампа, трубку маслопроводу, фундамент для встановлення обладнання, корпус ракети?
18. Які в'язі називають абсолютно жорстким?
19. Яка опора називається шарнірною?
20. Скільки в'язей накладає жорстке защемлення на тіло у просторі?
21. Скільки в'язей накладає жорстке защемлення на тіло у площині?
22. До якого типу належить опора, якщо в площині вона накладає на тіло дві в'язі?
23. Скільки реакцій виникає в рухомому шарнірі у площині?
24. Які сили називають зовнішніми?
25. Чим відрізняються об'ємне навантаження від поверхневого?
26. До якого типу навантажень відносять сили гравітаційної взаємодії?
27. Головний вектор сил інерції – це об'ємна, поверхнева чи зосереджена сила?
28. Що називають інтенсивністю поверхневого навантаження?
29. За яких умов поверхнєве навантаження можна звести до лінійного?
30. Чим відрізняються динамічні навантаження від статично прикладених?