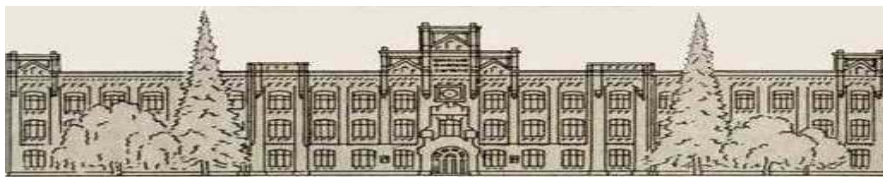


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

**СИНТЕЗ ЦИЛІНДРИЧНОГО
ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ
З ВИКОРИСТАННЯМ ПРОГРАМНОГО
МОДУЛЯ "PROF Z"**

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до курсового проекту з дисципліни
„ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН”



КИЇВ-НТУУ «КП»-2012

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

**СИНТЕЗ ЦИЛІНДРИЧНОГО
ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ
З ВИКОРИСТАННЯМ ПРОГРАМНОГО
МОДУЛЯ "PROF Z"**

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до курсового проекту з дисципліни
"ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН"

для студентів напряму підготовки
6.050501 "Прикладна механіка"

Рекомендовано Вченою радою механіко-машинобудівного інституту

КИЇВ-НТУУ «КПІ»-2012

Синтез циліндричного евольвентного зачеплення з використанням програмного модуля "PROF Z". Методичні вказівки до курсового проекту з дисципліни "Теорія механізмів і машин" для студентів напряму підготовки 6.050501 "Прикладна механіка" / Укл.: к.т.н., доц. О.П. Заховайко. – К.: НТУУ "КПІ", 2010. – 42 с.

*Гриф надано Вченою радою ММІ
(Протокол №10 від 24.04..2012 р.)"*

Навчальне електронне видання

**СИНТЕЗ ЦИЛІНДРИЧНОГО ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ
З ВИКОРИСТАННЯМ ПРОГРАМНОГО МОДУЛЯ "PROF Z"**

Методичні вказівки до курсового проекту
з дисципліни „Теорія механізмів і машин”
для студентів напряму підготовки 6.050501 "Прикладна механіка"

Укладач: *Заховайко Олександр Панасович* канд. техн. наук, доц.

Відповідальний редактор *М.І. Бобир*, д-р техн. наук, проф.

Рецензент: *Ю.М. Данильченко*, д-р техн. наук, проф.

За редакцією укладача

ВСТУП

Студенти механічних спеціальностей виконують курсовий проект з дисципліни “Теорія механізмів і машин”, в якому проводять аналіз і синтез різних плоских механізмів. Одним з розділів курсового проекту є синтез зубчастої передачі на прикладі плоского циліндричного евольвентного зачеплення. Профілюючи зачеплення, студенти глибше вивчають його особливості, основні параметри, якісні показники. При виконанні курсового проекту перед студентами ставиться завдання поглибленого вивчення спеціальних розділів теорії спряжених профілів, щоб на базі одержаних знань уміти виконувати графічний синтез евольвентних профілів та набути навичок реалізації аналітичних методів синтезу на ЕОМ.

В даних методичних вказівках детально викладена методика оптимального проектування зачеплення з урахуванням показників його якості на ЕОМ, а також наведені короткі відомості з теорії евольвентного зачеплення, вимоги до змісту графічної частини та текстового матеріалу до даного розділу курсового проекту, список літератури.

1. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Евольвентним називається зубчасте зачеплення, в якому використовуються зубці з профілем, виконаним по евольвенті.

1.1. Основні означення

Евольвентою кола називається крива, яку описує будь-яка точка прямої, що перекочується по цьому колу без ковзання (рис. 1.1)

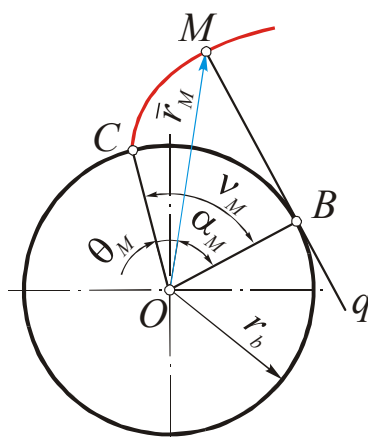


Рис.1.1. Геометричні характеристики евольвенти

Дотична до кола q є нормаллю до евольвенти, а точка дотику B – центром кривини евольвенти в точці M . Таким чином, коло – це геометричне місце центрів кривин евольвенти, тобто еволюта. В зубчастих колесах еволюту називають *основним колом*, радіус якого r_b .

Виходячи з властивостей евольвенти, $\cup CB = MB$. Кут ν_M між радіусами OC і OB , проведеними в граничну точку C евольвенти і в точку B дотику твірної прямої q з основним колом, називається *кутом розгорнення евольвенти* в точці M . В точці C $\nu_M = 0$.

Кут α_M між радіусами OB і OM називається *кутом профілю в точці M* . З прямокутного трикутника OBM :

$$\alpha_M = \arccos(r_b / r_M), \quad (1.1)$$

де r_M – радіус евольвенти в точці M .

Кут $\theta_M = \nu_M - \alpha_M$ називається *евольвентним кутом*. З ΔOBM , враховуючи, що $\cup CB = MB$, маємо

$$\operatorname{tg} \alpha_M = \frac{MB}{OB} = \frac{\cup CB}{OB} = \frac{r_b \nu_M}{r_b} = \nu_M = \theta_M + \alpha_M.$$

Звідси

$$\theta_M = \operatorname{tg} \alpha_M - \alpha_M = \operatorname{inv} \alpha_M \quad (1.2)$$

Залежність $\theta_M = \operatorname{inv} \alpha_M$ називається *евольвентною функцією*. Маючи дану функцію і враховуючи (1.1), отримуємо залежність між r_M і θ_M , яка виражається через радіус основного кола r_b . Отже, щоб знайти координати точки евольвентного профілю, досить знати радіус основного кола r_b .

В зубчастому зачепленні евольвентні профілі зубців спряжені. Оскільки нормаль до евольвенти дотикається до основного кола, спільна нормаль до профілів в точці їх дотику одночасно дотикається до основних кіл в точках N_1 і N_2 (рис. 1.2). Вона ж, згідно з основною теоремою зачеплення, проходить через полюс P . При обертанні круглих коліс положення цієї нормалі не змінюється. В процесі зачеплення точка контакту K переміщується вздовж лінії $N_1 N_2$, яка називається лінією зачеплення. Кут між лінією зачеплення і перпендикуляром $x-x$ до лінії центрів $O_1 O_2$ називається *кутом зачеплення* α_w . Він дорівнює куту тиску в полюсі зачеплення і характеризує напрямок сили, яка діє з боку одного колеса на інше.

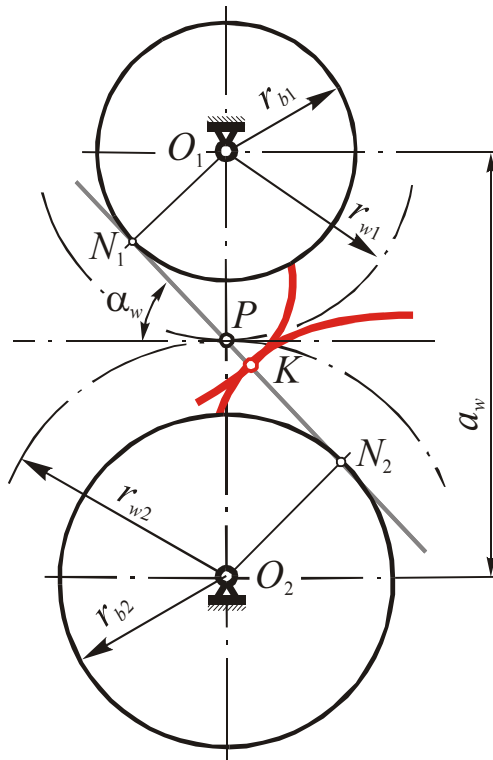


Рис.1.2. Зачеплення евольвентних профілів

Кола, що проходять через полюс P , називаються *початковими*. В процесі зачеплення вони перекочуються без ковзання, тобто є *центроїдами* у відносному русі. Згідно з основною теоремою зачеплення

$$i_{12} = \frac{O_2P}{O_1P} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}}.$$

З трикутника O_1N_1P і O_2N_2P маємо

$$\frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} = i_{12},$$

тобто передатне відношення однозначно визначається відношенням радіусів основних кіл. Це означає, що при зміні міжосьової відстані a_w , а отже й радіусів початкових кіл r_{w2} та r_{w1} і кута зачеплення α_w , передатне відношення i_{12} залишається незмінним. Ця властивість евольвентного зачеплення свідчить, що в разі похибки розташування осей коліс зі збереженням їх паралельності передатне відношення залишається незмінним.

В зубчастих колесах однойменні профілі зубців розташовані на відстані кроку вздовж основного кола p_b і, виходячи з основних властивостей евольвенти, еквідистантні (рис. 1.3): $p_b = \cup C C_1$.

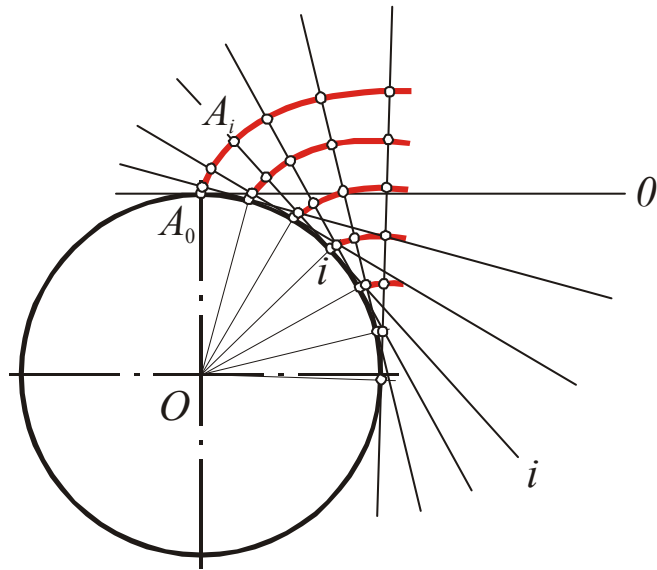


Рис.1.3. Еквідистантні евольвентні криві

Якщо кількість зубців z , то

$$p_b = \frac{2\pi r_b}{z} \quad (1.3)$$

Кола радіусів r_a і r_f (рис. 1.4) називаються відповідно *колом вершин* та *колом западин*.

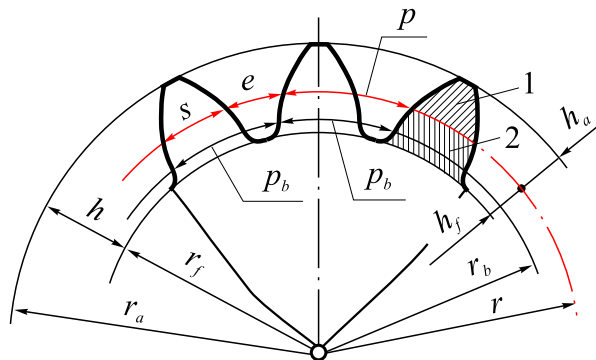


Рис.1.4. Основні розміри колеса

Згідно з (1.3) крок вздовж дуги кола довільного радіуса $p = 2\pi r_b / z$. Звідси $r = \frac{p}{2\pi} z$. У загальному випадку це число ірраціональне.

Ділильним називається коло, для якого відношення

$$\frac{p}{\pi} = m, \quad (1.4)$$

яке називається *модулем зачеплення*, є числом раціональним. Це коло ділить зуб на *головку 1* і *ніжку 2* (див. рис. 1.4). Ділильні кола коліс, що знаходяться в зачепленні, в окремих випадках можуть проходити через полюс, тобто збігатися з початковими, проте слід враховувати, що вони належать конкретним колесам, а початкові кола з'являються лише в зачепленні.

Модуль вимірюється в міліметрах і вибирається зі стандартного ряду згідно з ГОСТ 9563-60 Через нього виражають всі розміри зубчастого колеса і зубчастого зачеплення.

Якщо ділильний діаметр зубчастого колеса спрямувати до нескінченності, всі його кола перетворяться на прямі, а профіль зубця стане прямим. Маємо зубчасту рейку.

1.2. Способи нарізування зубців коліс

1.2.1. Спосіб копіювання. Як інструмент для виготовлення коліс застосовується модульна фреза, довбальний різець, а для доводки – шліфувальний круг, протяжка. Профіль бічних поверхонь цих інструментів збігається з профілем западини колеса. Після обробки кожної западини заготовка повертається на кут $360^\circ/z$ для обробки наступної.

1.2.2. Спосіб обкатки. Як інструмент тут застосовують інструментальну рейку або твірне колесо – довбач, які входять у *верстатне зачеплення* з заготовкою. При роботі верстата заготовці та інструменту надають рухи один відносно одного, які відтворюють процес зачеплення, при цьому центроїда нарізованого колеса перекочується без ковзання по центроїді інструменту. Різальні леза інструменту утворюють *вихідний твірний контур* (ВТК). На рис. 1.5 показаний ВТК рейки. Всі розміри його стандартизовані. Згідно з ГОСТ 13755-81 $h_a^* = 1$; $c^* = 0,25$; $\rho_f = 0,36m$; $\alpha = 20^\circ$.

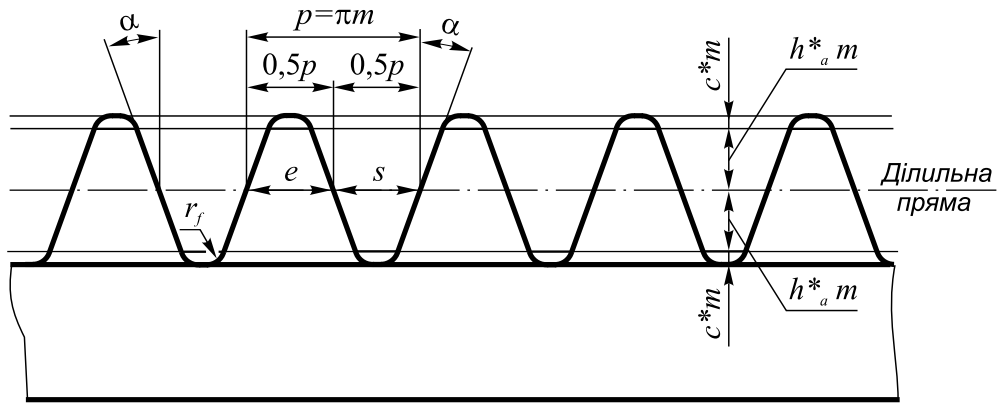


Рис.1.5. Вихідний твірний контур рейки

Лінія $n-n$ називається ділильною прямою рейки. На ділильній прямій рейки ширина западини дорівнює товщині зубця рейки.

Якщо у верстатному зачепленні ділильна пряма ВТК дотикається ділильного кола колеса, має місце нульова установка інструменту; якщо перетинає – від’ємна; якщо віддалена від нього – додатна. Відстань між ділильною прямою і ділильним колом називається *зміщенням* і виражається через модуль:

$$\chi = xm \quad (1.5)$$

де x – коефіцієнт зміщення (за нульової установки $x = 0$; за додатної – $x > 0$; за від’ємної – $x < 0$).

Пряма ВТК рейки, що перекочується ділильним колом колеса без ковзання, називається *верстатно-початковою прямою*. За нульової установки верстатно-початкова і ділильна прямі збігаються.

Як б зміщення не було задане, крок вздовж ділильного кола колеса є величиною незмінною: $p = \pi m$. Всі колеса, нарізані одним і тим-самим інструментом, незалежно від їх діаметра, мають однаковий модуль. Колеса з однаковим модулем утворюють правильне зачеплення (без бічного зазору, а точніше з гарантованим максимально допустимим бічним зазором) незалежно від коефіцієнтів зміщення, з яким ці колеса були виготовлені.

1.3. Визначення геометричних розмірів елементів передачі

Оскільки умовою складання двох зубчастих коліс є відсутність зазорів в зачепленні, в аналітичному вигляді ця умова запишеться так:

$$p_w = s_{w1} + s_{w2}, \quad (1.6)$$

де p_w – крок зачеплення вздовж початкового кола;

$$p_w = \frac{2\pi r_{w1}}{z_1} = \frac{2\pi r_{w2}}{z_2};$$

r_{w1} , r_{w2} – радіуси початкових кіл відповідно шестерні і колеса; s_{w1} , s_{w2} – товщини зубців вздовж початкового кола відповідно шестерні та колеса.

При нарізанні зубців коліс з додатнім зміщенням ($x_1 > 0$; $x_2 > 0$)

$$\chi_1 = x_1 m; \quad \chi_2 = x_2 m. \quad (1.8)$$

Товщина зубця вздовж ділильного кола (рис. 1.6)

$$s = \frac{\pi m}{2} + 2\Delta s. \quad (1.9)$$

З простої геометричної побудови легко одержати:

$$\Delta s = \chi \operatorname{tg} \alpha = x m \operatorname{tg} \alpha, \quad (1.10)$$

де α – профільний кут прямолінійної частини зубця рейки ($\alpha = 20^\circ$).

Остаточно

$$s_1 = m \left(\frac{\pi}{2} + \delta_1 \right); \quad s_2 = m \left(\frac{\pi}{2} + \delta_2 \right), \quad (1.11)$$

де δ_1 , δ_2 – коефіцієнти, які характеризують збільшення товщини зубця:

$$\delta_1 = 2x_1 \operatorname{tg} \alpha; \quad \delta_2 = 2x_2 \operatorname{tg} \alpha.$$

Радіуси ділильних кіл зубчастих коліс

$$r_1 = \frac{mz_1}{2}; \quad r_2 = \frac{mz_2}{2}. \quad (1.12)$$

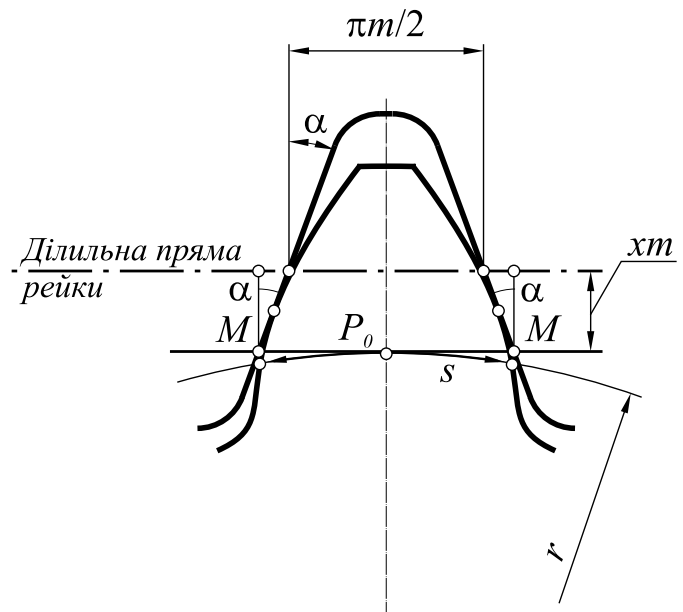


Рис.1.6. Схема верстатного зачеплення

Решта розмірів зовнішнього евольвентного зачеплення можна знайти, якщо відомий фактичний кут зачеплення. Для його визначення використовують основну властивість евольвенти (рис. 1.7):

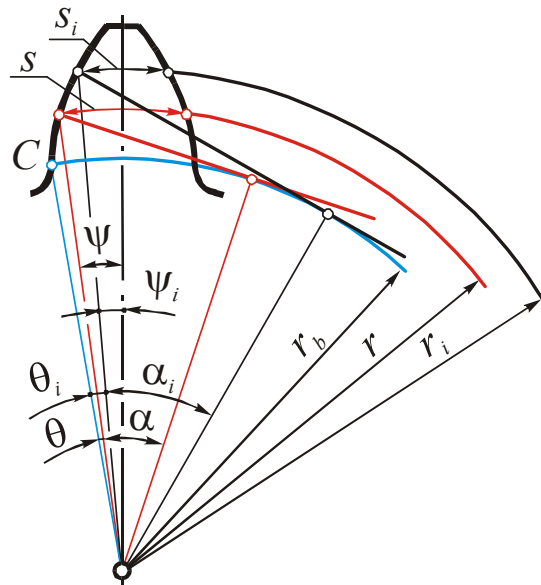


Рис.1.7. Схема визначення фактичного кута зачеплення

$$\psi_i + \theta_i = \psi + \theta, \quad (1.13)$$

де θ_i, θ – відповідно евольвентні кути ($\theta_i = \text{inv}\alpha_i; \theta = \text{inv}\alpha$); ψ_i, ψ – центральні кути:

$$\psi_i = \frac{S_i}{2r_i}; \quad \psi = \frac{S}{2r}. \quad (1.14)$$

S_i, S – товщини зубців вздовж ділильного та довільного кола відповідно. Після підстановки в (1.13) матимемо

$$s_i = s(r_i/r) - 2r_i(\text{inv}\alpha_i - \text{inv}\alpha). \quad (1.15)$$

Отже, згідно з (1.15), товщини зубців вздовж початкових кіл

$$s_{w1} = s_1(r_{w1}/r_1) - 2r_{w1}(\theta_w - \theta_1) = r_{w1} \left[\frac{\pi}{z_1} + 2 \left(\frac{\delta_1}{z_1} \right) - 2(\theta_w - \theta_1) \right] = \frac{P_w}{2};$$

$$s_{w2} = s_2(r_{w2}/r_2) - 2r_{w2}(\theta_w - \theta_2) = r_{w2} \left[\frac{\pi}{z_2} + 2 \left(\frac{\delta_2}{z_2} \right) - 2(\theta_w - \theta_1) \right] = \frac{P_w}{2}. \quad (1.16)$$

Підставимо (1.16) в (1.6) з урахуванням (1.7):

$$r_{w1} \left[\frac{\pi}{z_1} + 2 \left(\frac{\delta_1}{z_1} \right) - 2(\theta_w - \theta_1) \right] + r_{w2} \left[\frac{\pi}{z_2} + 2 \left(\frac{\delta_2}{z_2} \right) - 2(\theta_w - \theta_2) \right] = \frac{2\pi r_{w1}}{z_1} = \frac{2\pi r_{w2}}{z_2}. \quad (1.17)$$

Враховуючи $i_{12} = r_{w2}/r_{w1} = r_2/r_1 = z_2/z_1$ і замінюючи в (1.17) $r_{w1} = r_{w2}(z_1/z_2)$ або $r_{w2} = r_{w1}(z_2/z_1)$, після відповідних перетворень отримаємо

$$2\pi + 2(\delta_1 + \delta_2) - 2(z_1 + z_2)\text{inv}\alpha_w + 2(z_1 + z_2)\text{inv}\alpha = 2\pi. \quad (1.18)$$

Звідси, враховуючи (1.15), визначаємо інволюту кута проектного зачеплення:

$$\text{inv}\alpha_w = \text{inv}\alpha + \frac{\delta_1 + \delta_2}{z_1 + z_2} = \text{inv}\alpha + 2 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \text{tg}\alpha = \theta_w; \quad (1.19)$$

$$\theta_w = \text{inv}\alpha_w = \text{inv}\alpha + 2 \left(\frac{x_\Sigma}{z_\Sigma} \right) \text{tg}\alpha; \quad (1.20)$$

$$x_\Sigma = x_1 + x_2; \quad (1.21)$$

$$z_\Sigma = z_1 + z_2; \quad (1.22)$$

$$\text{inv}\alpha = \text{tg}\alpha - \alpha. \quad (1.23)$$

Визначивши з (1.19) – (1.23) значення α_w , легко можна знайти всі необхідні розміри передачі.

1. Радіуси основних кіл

$$r_{b1} = r_1 \cos\alpha; \quad r_{b2} = r_2 \cos\alpha. \quad (1.24)$$

2. Радіуси початкових кіл

$$r_{w1} = \frac{r_{b1}}{\cos \alpha_w} = \frac{mz_1 \cos \alpha}{2 \cos \alpha_w};$$

$$r_{w2} = \frac{r_{b2}}{\cos \alpha_w} = \frac{mz_2 \cos \alpha}{2 \cos \alpha_w}. \quad (1.25)$$

3. Радіуси кіл западин. Пряма вершин інструментальної рейки є дотичною до кола западин зубчастого колеса. Отже, радіуси кіл западин

$$r_{f1} = r_1 - m(h_a^* + c^* - x_1);$$

$$r_{f2} = r_2 - m(h_a^* + c^* - x_2), \quad (1.26)$$

де h_a^* – коефіцієнт висоти зубця (згідно зі стандартом $h_a^* = 1$); $c^* = 0,25$ – коефіцієнт радіального зазору; $c^* m = C$ – радіальний зазор.

4. Міжосьова відстань

$$a_w = r_{w1} + r_{w2} = \frac{mz_{\Sigma} \cos \alpha}{2 \cos \alpha_w} \quad (1.27)$$

або

$$a_w = a + ym, \quad (1.28)$$

де

$$a = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{mz_{\Sigma}}{2}; \quad (1.29)$$

y – *сприйманий коефіцієнт зміщення*, який характеризує зміну міжосьової відстані у нерівнозміщеному зачепленні ($x_1 \neq x_2$); ym – відстань між ділильними колами в проектованому зачепленні.

З (1.28)

$$y = \frac{1}{m}(a_w - a). \quad (1.30)$$

Підставивши в (1.30) значення a_w і a , знайдемо

$$y = \frac{z_{\Sigma}}{2} \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} - 1 \right). \quad (1.31)$$

Сприйманий коефіцієнт зміщення у не дорівнює сумарному зміщенню x_{Σ} . Якщо $x_{\Sigma} = y$, отримуємо великий бічний зазор. Щоб запобігти цьому і робиться зворотне зміщення. Тому слід покласти, що $x_{\Sigma} - y = \Delta y$ або $x_1 + x_2 = y + \Delta y$, де Δy - зрівнювальний коефіцієнт зміщення.

Отже

$$\Delta y = x_{\Sigma} - \frac{z_{\Sigma}}{2} \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} - 1 \right). \quad (1.32)$$

5. Радіуси кіл вершин

$$r_{a1} = m \left(\frac{z_1}{2} + h_a^* + x_1 - \Delta y \right);$$

$$r_{a2} = m \left(\frac{z_2}{2} + h_a^* + x_2 - \Delta y \right). \quad (1.33)$$

Для зачеплення без зміщення розміри обчислюють за формулами, одержаними зі співвідношень (1.12), (1.13):

$$p_w = \pi m; \quad (1.34)$$

$$r_{w1} = r_1 = \frac{mz_1}{2}; \quad r_{w2} = r_2 = \frac{mz_2}{2} \quad (1.35)$$

$$s_{w1} = s_{w2} = \frac{p_w}{2}; \quad (1.36)$$

$$r_{f1} = \frac{m}{2}(z_1 - 2,5); \quad r_{f2} = \frac{m}{2}(z_2 - 2,5); \quad (1.37)$$

$$a = a_w = \frac{m}{2}(z_1 - z_2); \quad (1.38)$$

$$r_{a1} = \frac{m}{2}(z_1 + 2); \quad r_{a2} = \frac{m}{2}(z_2 + 2). \quad (1.39)$$

Для косозубого зачеплення ($\beta \neq 0$) в розрахункові формули (1.12) – (1.39) підставляють параметри вихідного контуру в торцевому перерізі:

$$m_t = \frac{m}{\cos \beta}; \quad (1.40)$$

$$h_{at}^* = h_a^* \cos \beta; \quad (1.41)$$

$$c_t^* = c^* \cos \beta; \quad (1.42)$$

$$\alpha_t = \arctg(\operatorname{tg} \alpha / \cos \beta); \quad (1.43)$$

$$x_{t1} = x_1 \cos \beta; \quad x_{t2} = x_2 \cos \beta. \quad (1.44)$$

1.4. Визначення координат точок профілю зубця

В основі аналітичних методів синтезу спряжених профілів лежить графічний метод, запропонований Ф. Рело. Розглянемо його застосування для побудови профілю зубця в евольвентному зачепленні.

При нарізанні зубців евольвентна частина профілю QG формується прямолінійною ділянкою K_2K_3 (рис. 1.8) профілю зубчастої рейки, а перехідна крива GF – ділянкою K_1K_2 , яка є колом радіуса $\rho_t^* m$.

Шуканий профіль зубця колеса знаходиться шляхом послідовного виконання трьох етапів.

Перший етап. Визначають положення полюса зачеплення P . Потім на профілі рейки вибирають довільну точку K і знаходять переміщення рейки $r\varphi$ та відповідно кут повороту колеса ϕ , за яких ця точка входить у контакт зі спряженим профілем. Кут ϕ визначають з рівняння зачеплення

$$\vec{V}_r \cdot \vec{n} = 0 \quad (1.45)$$

де V_r – швидкість точки у відносному русі поверхонь контакту; \vec{n} – одиничний вектор спільної нормалі в точці контакту.

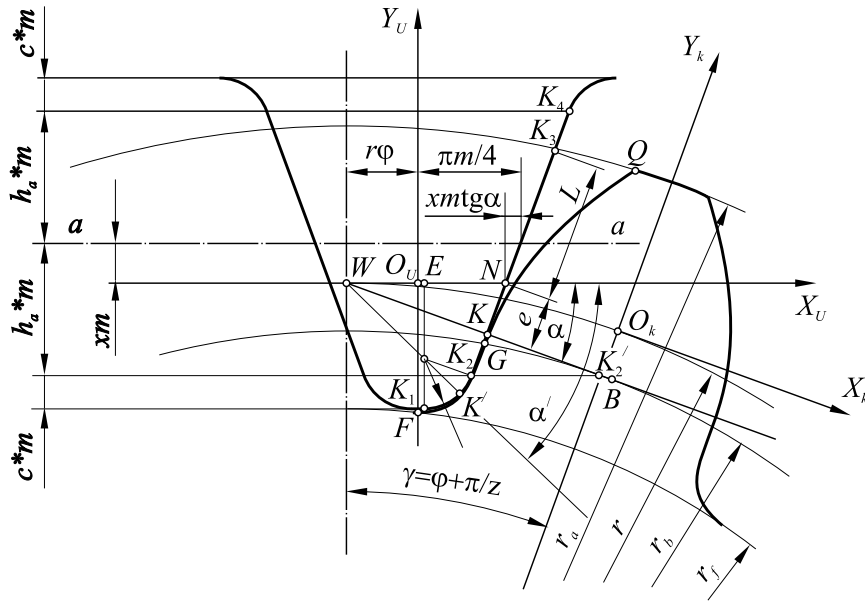


Рис.1.9. Визначення координат точок профілю зубця

З рівняння (1.45) визначають кут φ для таких точок: F – початку перехідної ділянки; G – граничної точки; Q – крайньої точки евольвентного профілю.

$$\varphi_F = -\frac{X_A}{r};$$

$$\varphi_G = -\frac{\left(\frac{Y_A}{\operatorname{tg}\alpha} + X_A\right)}{r};$$

$$\varphi_G = \frac{2x}{z} - \sqrt{\frac{1 + [4(h_a^* + x)(z + h_a^* + x)]}{(z^2 \sin^2 \alpha + 1)\operatorname{tg}\alpha}} - \frac{\pi}{2z},$$

де X_A, Y_A – координати центру кривини ділянки K_1K_2 в системі координат, що пов'язана з зубцем рейки (X_u, Y_u).

Другий етап. Обчислюють координати точки K в системі координат, що пов'язана з зубцем рейки (X_u збігається з центральною у відносному русі,

а Y_U – з віссю симетрії зубця). Якщо точка K проходить вздовж лінії K_1K_2 , окресленої дугою кола радіуса $\rho_f^* m$ (тобто $\varphi_F \leq \varphi \leq \varphi_B$), то її координати

$$X_n = X_A + \rho_f^* m \cos \alpha'; \quad Y_n = Y_A - \rho_f^* m \sin \alpha',$$

де $\alpha' = \arctg \left[-\frac{Y_A}{(x_A + r\varphi)} \right]$, а координати точки А

$$X_A = m \left(\frac{\pi}{4} - h_a^* \operatorname{tg} \alpha - \rho_f^* \cos \alpha \right)$$

$$Y_A = -m(h_a^* - x) + \rho_f^* m \sin \alpha$$

Для прямолінійної ділянки профілю рейки (тобто $\varphi_G \leq \varphi \leq \varphi_Q$)

$$X_n = \frac{\pi m}{4} - x m \operatorname{tg} \alpha - e \sin \alpha$$

$$Y_n = -e \cos \alpha$$

де $e = \left(r\varphi + \frac{\pi m}{4} - x m \operatorname{tg} \alpha \right) \sin \alpha$.

Якщо профілюється косозубе зачеплення, необхідно використовувати відповідні торцеві величини.

Третій етап. Обчислюють координати точки K у системі координат, що пов'язана з зубцем колеса. В цій системі вісь x_k збігається з дотичною до ділильного кола, а вісь y_k – з віссю симетрії зубця. Для деякого довільного кута φ кут повороту від осей x_u, y_u до осей x_k, y_k $\gamma = \varphi + \frac{\pi}{2}$. Тоді формули перетворення координат мають вигляд

$$\begin{aligned} x_k &= x_n \cos \gamma - y_n \sin \gamma - r(\sin \gamma - \varphi \cos \gamma) \\ y_k &= x_n \sin \gamma + y_n \cos \gamma + r(\cos \gamma - 1 + \varphi \sin \gamma) \end{aligned}$$

Цей метод був реалізований у програмному модулі PROF Z. Координати точок профілю зубця у декартовій системі координат з початком в центрі обертання колеса виводиться на друк у вигляді таблиці.

2. ПРОФІЛЮВАННЯ ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ ЗА ДАНИМИ, ОТРИМАНИМИ З ВИКОРИСТАННЯМ ПРОГРАМНОГО МОДУЛЯ «PROF Z»

Розглянемо приклад синтезу евольвентного зачеплення, коли колеса нарізані без зміщення.

Приклад 1. Вихідні дані: $m = 8$ мм; $z_1 = 20$ мм; $z_2 = 40$ мм; $x_1 = x_2 = 0$; $\beta = 0$.

Синтез проводимо в такому порядку.

2.1. Визначення геометричних розмірів передачі

Використавши формули з розділу 1, обчислимо:

– крок вздовж ділительного кола

$$p = p_w = \pi m = 25,133 \text{ мм};$$

– радіуси ділительних (початкових) кіл

$$r_1 = r_{w1} = \frac{mz_1}{2} = \frac{8 \cdot 20}{2} = 80 \text{ мм};$$

$$r_2 = r_{w2} = \frac{mz_2}{2} = \frac{8 \cdot 40}{2} = 160 \text{ мм};$$

– радіуси основних кіл

$$r_{b1} = r_1 \cos \alpha = 80 \cdot 0,9397 = 75,176 \text{ мм};$$

$$r_{b2} = r_2 \cos \alpha = 160 \cdot 0,9397 = 150,352 \text{ мм};$$

– товщина зубця вздовж ділительного (початкового) кола

$$s_1 = s_{w1} = s_2 = s_{w2} = \frac{p_w}{2} = \frac{25,133}{2} = 12,566 \text{ мм};$$

– радіуси кіл западин

$$r_{f1} = \frac{m}{2}(z_1 - 2,5) = \frac{8}{2}(20 - 2,5) = 70 \text{ мм};$$

$$r_{f2} = \frac{m}{2}(z_2 - 2,5) = \frac{8}{2}(40 - 2,5) = 150 \text{ мм};$$

- радіуси кіл вершин зубців

$$r_{a1} = \frac{m}{2}(z_1 + 2) = \frac{8}{2}(20 + 2) = 88 \text{ мм};$$

$$r_{a2} = \frac{m}{2}(z_2 + 2) = \frac{8}{2}(40 + 2) = 168 \text{ мм};$$

- міжосьова відстань

$$a = a_w = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{8}{2}(20 + 40) = 240 \text{ мм};$$

2.2. Графічні побудови

Вибравши раціональним чином положення центру першого колеса O_1 , проводять лінію центрів O_1O_2 (рис. 2.1). Вибираючи масштаб побудови, слід головну увагу звернути на зачеплення профілів в межах лінії зачеплення. Тому центр другого колеса O_2 може розташовуватись і поза межами креслення.

З центрів O_1 і O_2 проводять кола, радіуси яких були визначені в розрахунках:

- основні кола;
- початкові кола, які дотикаються в полюсі P (в нашому прикладі збігаються з ділильними);
- кола вершин і кола западин, відстань між якими визначає величину радіального зазору.

Через полюс P проводять пряму, дотичну до основних кіл в точках N_1 і N_2 , яка є *теоретичною лінією зачеплення*. Кут, який вона утворює з віссю, перпендикулярною до лінії центрів O_1O_2 в точці P , є кут зачеплення α , і при $x_1 = x_2 = 0$ $\alpha = 20^\circ$.

Перетин лінії зачеплення N_1N_2 з колами вершин коліс в точках B_1 і B_2 визначає границі активної лінії зачеплення.

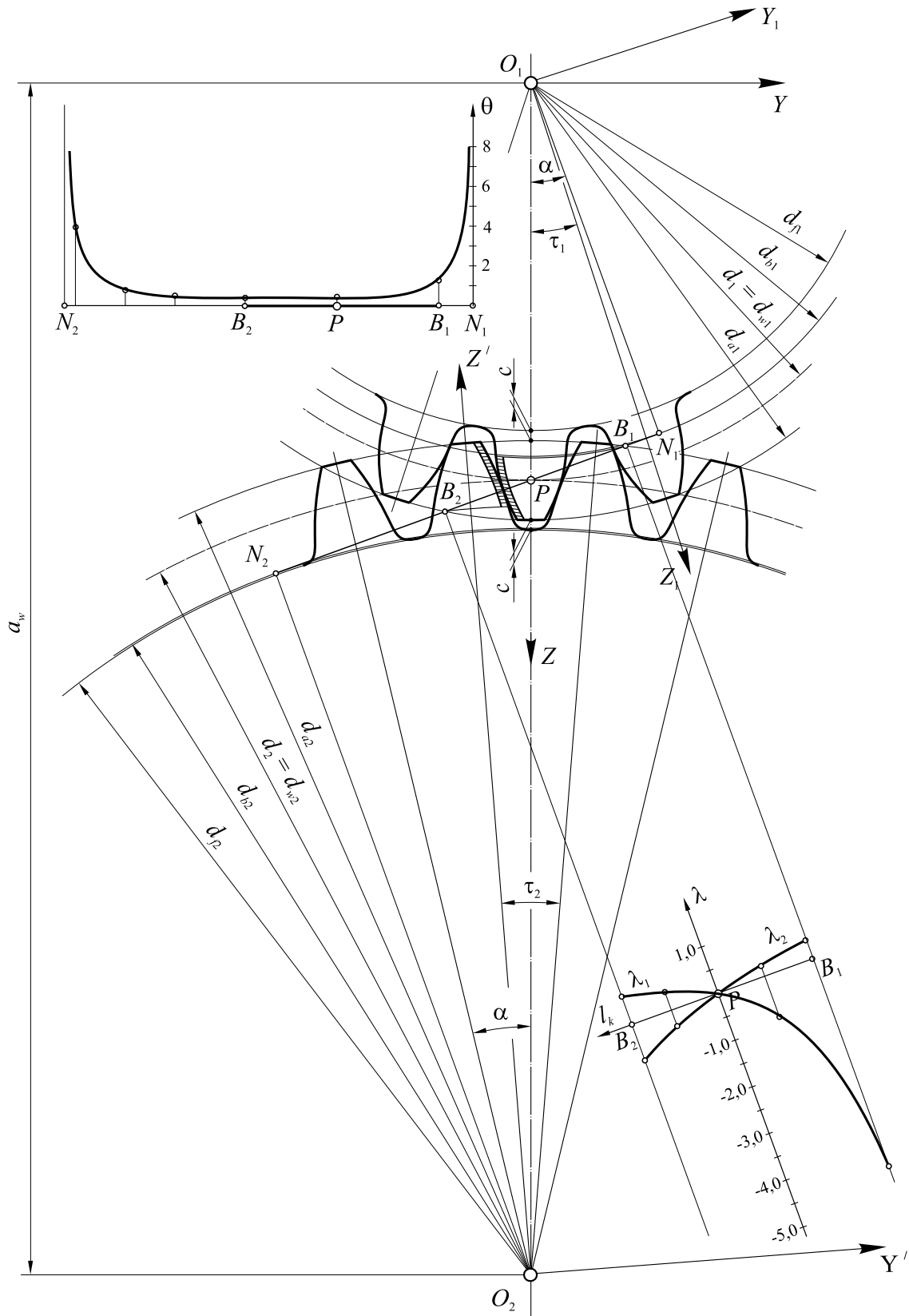


Рис.2.1. Зачеплення з колесами, нарізаними без зміщення

Пара зубців коліс в точці B_1 входить у зачеплення, а в точці B_2 – виходить з нього. У ГОСТ 16531-83 застосовують такі позначення: g_f – довжина лінії зачеплення N_1N_2 ; g_a – довжина активної лінії зачеплення; g – довжина запольюсної частини PB_2 активної лінії зачеплення.

Після накреслення кіл та лінії зачеплення будують контури профілів зубців.

Ввівши у програму PROF Z вихідні дані, отримують координати точок контурів зубців коліс в декартових координатах $Y-Z$ (табл. 2.1). Координатну вісь Z суміщають з лінією центрів O_1O_2 , розташувавши початок координат в центрі першого колеса O_1 . Користуючись даними табл. 2.1, на креслення наносять точки контуру зубця першого колеса, через які проводять профіль зубця. Повертаючи вісь Z на кут $\tau_2 = 360^\circ/z_1 = 360^\circ/20 = 18^\circ$, отримують вісь симетрії другого зубця Z_1 і в координатних осях Y_1-Z_1 креслять контур його профілю. Аналогічно отримують профілі ще 1 – 2 зубців (всього має бути накреслено 3 – 4 зубця).

Для другого колеса лінія центрів O_1O_2 в даному випадку збігається з віссю симетрії западини. Контур профілю першого зубця будують в координатах $Y'-Z'$ з початком координат в точці O_2 , при цьому вісь Z' складає з лінією O_1O_2 кут $0,5\tau_2$, де $\tau_2 = 360^\circ/z_2 = 360^\circ/40 = 9^\circ$. Контури профілів решти зубців креслять, повертаючи почергово вісь Z' на кут τ_2 .

Таблиця 2.1. Координати точок профілів зубців

Шестерня				Колесо			
№	Елементи зубця	хк	ук	№	Елементи зубця	хк	ук
1	Перехідна ділянка	10.50528	69.20695	1	Перехідна ділянка	11.28769	149.57440
2	"-	8.68990	70.03687	2	"-	9.63414	150.15970
3	"-	7.70769	71.26482	3	"-	8.72218	151.06630
4	"-	7.24454	72.47437	4	"-	8.26892	151.89050
5	"-	7.04484	73.68327	5	"-	8.01669	152.64180
6	"-	7.02059	74.95215	6	"-	7.86507	153.37950
7	Евольвентна ділянка	7.02470	75.16894	7	Евольвентна ділянка	7.75328	154.05190
8	"-	7.01797	75.50412	8	"-	7.61567	154.78530
9	"-	6.99100	75.95702	9	"-	7.44968	155.57900
10	"-	6.93446	76.52634	10	"-	7.25277	156.43190

11	-"	6.83908	77.21026	11	-"	7.02239	157.34320
12	-"	6.69570	78.00643	12	-"	6.75607	158.31180
13	-"	6.49530	78.91193	13	-"	6.45133	159.33660
14	-"	6.22902	79.92329	14	-"	6.10574	160.41640
15	-"	5.88818	81.03655	15	-"	5.71690	161.54980
16	-"	5.46433	82.24720	16	-"	5.28243	162.73560
17	-"	4.94928	83.55022	17	-"	4.80003	163.97230
18	-"	4.33507	84.94012	18	-"	4.26739	165.25840
19	-"	3.61410	86.41090	19	-"	3.68228	166.59230
20	-"	2.77906	87.95612	20	-"	3.04249	167.97240

На контурах зубців ведучого і веденого коліс виділяють активні профілі, для чого з точок B_1 і B_2 радіусами O_1B_1 і O_2B_2 проводять дуги до перетину з відповідними контурами. На рис. 2.1 активні профілі виділені штрихуванням.

3. ПОКАЗНИКИ ЯКОСТІ ЗАЧЕПЛЕННЯ

3.1. Коефіцієнт перекриття

Показники якості зачеплення визначаються такими характеристиками зачеплення спряжених коліс як:

- коефіцієнт перекриття,
- коефіцієнт питомого ковзання,
- коефіцієнт питомого тиску.

Для того, щоб зачеплення було неперервним, потрібно аби у момент закінчення зачеплення однієї пари зубців в контакті перебувала ще хоча б одна пара. З моменту входження пари зубців у зачеплення в точці B_1 до моменту виходу в точці B_2 (див. рис.2.1) колеса повернуться на деякі кути $\varphi_{\alpha 1}$ і $\varphi_{\alpha 2}$, що називаються *кутами торцевого перекриття*. Зачеплення буде неперервним, якщо для кожного колеса цей кут буде більшим від кутового кроку $\tau = 2\pi/z$. Відношення кута торцевого перекриття колеса до його кутового кроку називається коефіцієнтом торцевого перекриття:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\varphi_{\alpha 1}}{\tau_1} = \frac{\varphi_{\alpha 2}}{\tau_2} \quad (3.1)$$

або через довжину активної лінії зачеплення і крок вздовж основного кола

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{g_{\alpha}}{p_b}, \quad (3.2)$$

де

$$p_b = \pi m \cos \alpha. \quad (3.3)$$

На практиці коефіцієнт перекриття, як правило, визначають за формулою

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{z_1(\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w) + z_2(\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w)}{2\pi}, \quad (3.4)$$

де α_{a1} і α_{a2} – кути профілю вздовж кола вершин:

$$\alpha_{a1} = \arccos\left(\frac{r_{b1}}{r_{a1}}\right); \quad \alpha_{a2} = \arccos\left(\frac{r_{b2}}{r_{a2}}\right); \quad (3.5)$$

α_w – кут зачеплення: для прямозубого зачеплення він визначається за формулою (1.20), а для косозубого – за формулою

$$\operatorname{inv} \alpha_{tw} = \operatorname{inv} \alpha_t + \frac{2x_{\Sigma}}{z_{\Sigma}} \operatorname{tg} \alpha, \quad (3.6)$$

де α_t – профільний кут у торцевому перерізі рейки (див. формулу (1.43))

Таблиця 3.1. Допустимі значення коефіцієнта торцевого перекриття

Параметри шорсткості зубців		Ступінь точності				
		5-й	6-й	7-й	8-й	9-й
R_a		0,63	1,25	2,5	–	–
R_z		–	–	–	20	40
ε_{α}	$\beta=0$	1,3	1,25-1,3	1,2-1,3	1,1-1,2	1,1-1,05
	$\beta \neq 0$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

Для косозубого зачеплення вводиться також коефіцієнт осьового перекриття як відношення робочої ширини зубчастого вінця до осьового кроку:

$$\varepsilon_{\beta} = \frac{btg\beta}{p_t}. \quad (3.7)$$

Допустимі значення коефіцієнта торцевого перекриття вибирають залежно від ступеня точності коліс (табл. 3.1 [2]).

Слід мати на увазі, що коефіцієнт перекриття ε_{α} зменшується зі збільшенням коефіцієнтів зміщення x_1 і x_2 .

3.2. Коефіцієнт питомого ковзання

Цей коефіцієнт характеризує ступінь ковзання зубців коліс у процесі зачеплення і визначається як відношення швидкості ковзання в точці K контакту профілів $\vec{V}_{\text{ковз}} = \vec{V}_{K1} - \vec{V}_{K2}$ до тангенціальної \vec{V}_K^{τ} швидкості точки K на профілі в момент контакту:

$$\lambda_1 = \frac{V_{\text{ковз}}}{V_{K1}^{\tau}}; \quad \lambda_2 = \frac{V_{\text{ковз}}}{V_{K2}^{\tau}}. \quad (3.8)$$

Розрахункові формули мають такий вигляд:

$$\begin{cases} \lambda_1 = \left(1 + \frac{1}{u_{12}}\right) \frac{l_K}{l_K + l_{P1}}; \\ \lambda_2 = \left(1 + \frac{1}{u_{12}}\right) \frac{l_K}{l_K - l_{P2}}, \end{cases} \quad (3.9)$$

де l_K – алгебраїчна величина, яка виражає відстань від полюса зачеплення P до поточного положення точки K контакту пари зубців (див. рис. 2.1); l_{P1} , l_{P2} – абсолютні значення довжин відрізків відповідно PN_1 and PN_2 .

У табл. 3.2 наведені значення коефіцієнтів питомого ковзання λ_1 і λ_2 залежно від положення точки K на активній лінії зачеплення для прикладу, розглянутого у розділі 2. На рис. 2.1 зображені діаграми зміни цих коефіцієнтів. Для розглянутого зачеплення $l_{P1} = 27,4$ мм; $l_{P2} = 54,7$ мм.

Таблиця 3.2. Коефіцієнти питомого ковзання

$l_K, \text{мм}$	$l_K = -PB_1 = -20,5$	-10	0	10	$l_K = PB_2 = 18,5$
λ_1	-4,43	-0,86	0	0,4	0,61
λ_2	0,41	0,23	0	-0,33	-0,76

Коефіцієнт питомого ковзання має найбільші значення λ_1 (точка B_1) і λ_2 (точка B_2). Коефіцієнти питомого ковзання залежать від коефіцієнтів зміщення.

3.3. Коефіцієнт питомого тиску

Цей коефіцієнт враховує вплив кривини профілів зубців на контактні напруження, обчислювані за формулою Герца:

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{F E_{3\phi}}{b \rho_{3\phi}}}, \quad (3.10)$$

де F – сила в зачепленні; b – ширина зубця; $E_{3\phi}$ – зведений модуль пружності матеріалів коліс

$$E_{3\phi} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2};$$

ρ – зведений радіус кривини профілів зубців у точці контакту

$$\frac{1}{\rho_{3\phi}} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}.$$

В загальному випадку (див. рис. 2.1)

$$\frac{1}{\rho_{3\phi}} = \frac{N_1N_2}{N_1K \cdot KN_2} \quad (3.11)$$

Коефіцієнт питомого тиску визначається за формулою

$$\vartheta = \frac{m}{\rho_{3\phi}} = \frac{m \cdot N_1N_2}{N_1K \cdot KN_2} \quad (3.12)$$

Діаграма зміни коефіцієнта питомого тиску для розглянутого прикладу зображена на рис. 2.1. У табл. 3.3 наведені значення цього коефіцієнта для кількох положень точки K вздовж лінії зачеплення.

Таблиця 3.3. Коефіцієнт питомого тиску

$N_1K, \text{ мм}$	0	$N_1B_1=$ $=6,86$	$N_1P=$ $=27,36$	$N_1B_2=$ $=45,86$	60	70	80	$N_1N_2=$ $=82,06$
θ	∞	1,27	0,44	0,39	0,50	0,78	3,95	∞

Коефіцієнт питомого тиску зменшується зі збільшенням коефіцієнтів зміщення x_1 і x_2 .

4. ВИБІР КОЕФІЦІЄНТІВ ЗМІЩЕННЯ

При виборі коефіцієнтів зміщення в першу чергу мають виконуватись такі умови: відсутність підрізання зубців та загострення їх вершин, неперервність зачеплення. Якщо ці умови дотримані, остаточно вибирають коефіцієнти зміщення x_1 та x_2 таким чином, щоб залежні від них якісні показники зачеплення мали оптимальні значення.

Як відомо, коефіцієнт зміщення впливає на форму зубця. За деякого від'ємного значення коефіцієнта зміщення відбувається підрізання ніжки зубця, а за додатного – можливе загострення головки. Подібні форми зубця неприпустимі, тому значення обмежують границями

$$x_{\min} \leq x \leq x_{\Delta}, \quad (4.1)$$

де x_{\min} – найменший коефіцієнт зміщення вихідного контуру, за якого підрізання зубця відсутнє; x_{Δ} – найбільший коефіцієнт зміщення вихідного контуру, за якого відсутнє загострення зубця.

Для прямозубих коліс найменший коефіцієнт зміщення, за якого відсутнє підрізання при заданій кількості зубців z ,

$$x = \frac{17 - z}{17}. \quad (4.2)$$

Загострення зубця характеризується відношенням товщини зубця у вершиш s_a до розрахункового модуля зачеплення m :

$$s_a^* = \frac{s_a}{m}, \quad (4.3)$$

де s_a^* – коефіцієнт товщини зубця.

Граничні значення s_a^* визначаються структурою матеріалу і видом термообробки:

- незагартовані колеса з однорідною структурою матеріалу..... $s_a^* \geq 3$;
- колеса з поверхневим зміцненням зубців..... $s_a^* \geq 4$;
- нормалізація, покращення..... $s_a^* \geq 0,25 \dots 0,3$;
- цементація, азотування..... $s_a^* \geq 0,3 \dots 0,4$;
- загартування..... $s_a^* \geq 0,4 \dots 0,5$.

Цими рекомендаціями слід керуватися для вибору максимальних значень коефіцієнтів зміщення x_Δ .

Вибираючи коефіцієнти зміщення при проектуванні передач загального призначення, можна керуватися рекомендаціями, наведеними в табл.4.1, 4.2 [2], – це оптимальні значення коефіцієнтів зміщення як результат узагальнення накопиченого досвіду проектування та експлуатації таких передач.

Таблиця 4.1. Коефіцієнти зміщення для силових передач за вільного вибору міжосьової відстані

z_1 та z_2	x_1	x_2
$z_{1,2} \geq 30$	0	0
$z_1 = 14 \dots 20$ $z_2 \geq 50$	0,3	-0,3
$z_1 = 10 \dots 30$ $z_2 \leq 30$	0,5	0,5
$z_1 = 10 \dots 30$ $z_2 \geq 32$	0,5	0
$z_1 = 5 \dots 9$ $z_2 \leq 30$	$x_1 = 0,03(30 - z_1)$	$x_2 = 0,03(30 - z_2)$

Таблиця 4.2. Коефіцієнти зміщення для силових і кінематичних передач за заданої міжосьової відстані

x_{Σ}	z_1 та z_2	x_1	x_2
0	$z_1 \geq 21$ $z_2 = 14 \dots 20; u_2 \geq 3,5$	0 0,3	0 -0,3
0...0,5	$z_1 \geq 19; z_2 \geq 21$ $z_1 = z_2 \leq 20$	$x_1 = x_{\Sigma}$ 0,5	0 0,5
0,5...1,0	$z_1 = z_2 \leq 10$ $z_1 \geq 11; z_2 \geq z_{\min} + 2$	$x_1 = 0,5x_{\Sigma}$ 0,5	$x_2 = 0,5x_{\Sigma}$ $x_2 = x_{\Sigma} = 0,5$

Для відповідальних передач, в яких до надійності та експлуатаційного ресурсу ставляться підвищені вимоги, коефіцієнти зміщення слід вибрати обов'язково з урахуванням якісних показників проєктованого зачеплення. Це завдання досить складне, оскільки необхідно оптимізувати відразу кілька параметрів. З допомогою ЕОМ розв'язати його відносно просто.

Розглянемо основні етапи розв'язання задачі з визначення оптимальних коефіцієнтів зміщення за вільного вибору міжосьової відстані.

1. На основі вихідних даних (див. табл. 4.1) вибирають коефіцієнти зміщення одного з коліс, наприклад другого.
2. Варіюючи значення коефіцієнтів зміщення першого колеса в заданих межах, для кожного його значення визначають основні показники якості зачеплення.
3. Отримані значення або зводять до таблиці, або подають у вигляді діаграм. Аналізуючи результати обчислень, вибирають оптимальні значення коефіцієнтів зміщення x_1 і x_2 .

На рис 4.1 зображена схема алгоритму обчислень параметрів зубчастої передачі. З методикою вибору оптимальних значень коефіцієнтів зміщення за вільного вибору міжосьової відстані ознайомимось на конкретному прикладі.

Приклад 2. Вихідні дані: $m = 16$ мм; $z_1 = 12$ мм; $z_2 = 18$ мм; $\beta = 0$; термообробка коліс – загартування.

Вільний вибір міжосьової відстані. Керуючись рекомендаціями, наведеними в табл. 4.1, вибираємо коефіцієнт зміщення колеса $x_2=0,5$. Результати обчислень показників якості зачеплення для різних значень x_1 наведені в табл. 4.3.

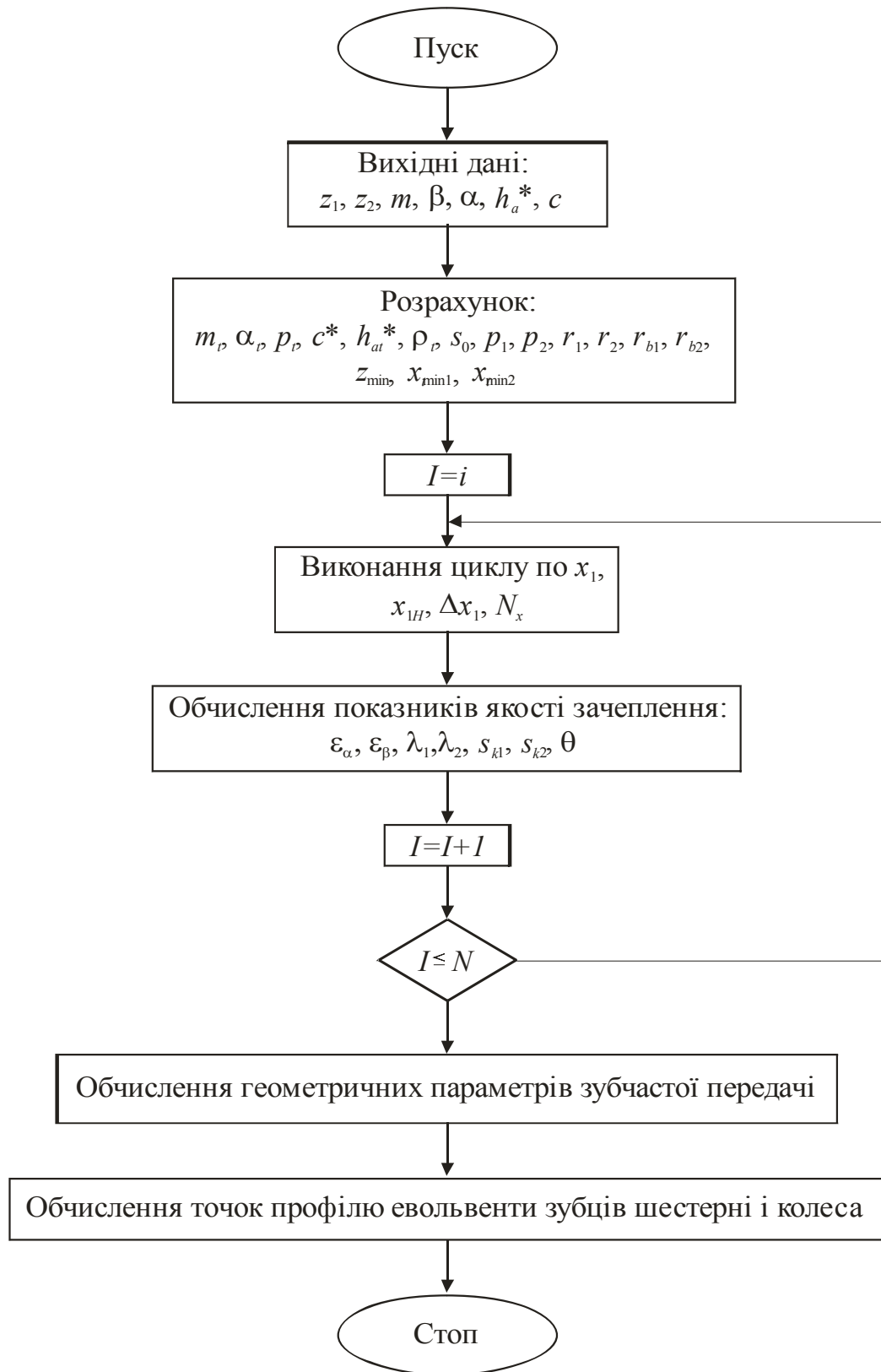


Рис.4.1. Схема алгоритму обчислень параметрів зубчастої передачі

Таблиця 4.3. Результати обчислень показників якості зачеплення (крок 1)

Вихідні дані:

Кількість зубців шестерні $z_1 = 12$
 Кількість зубців колеса $z_2 = 18$
 Модуль зачеплення $m = 16.000$
 Кут нахилу лінії зубця (град) $\beta = 0.000$

x1	x2	sk1	sk2	ea	lam1	lam2	teta
.000	.500	.685	.506	1.314	20.514	1.130	.658
.100	.500	.657	.531	1.284	8.731	1.144	.638
.200	.500	.628	.558	1.253	5.320	1.157	.620
.300	.500	.599	.588	1.223	3.692	1.170	.604
.400	.500	.569	.619	1.192	2.735	1.182	.589
.500	.500	.539	.652	1.162	2.103	1.194	.575
.600	.500	.508	.687	1.131	1.653	1.205	.563
.700	.500	.477	.723	1.100	1.316	1.216	.551
.800	.500	.446	.760	1.069	1.053	1.227	.540
.900	.500	.414	.797	1.037	.841	1.237	.530
1.000	.500	.382	.836	1.006	.668	1.248	.521

$x_{min1} = .294$ $x_{min2} = -.059$

Вирівнювання коефіцієнтів питомого ковзання λ_1 та λ_2 на ніжках зубців відбувається при $x_1 = 0,7$. Це значення коефіцієнта зміщення можна було б узяти як розрахункове, оскільки в цьому випадку знос зубців обох коліс був би найбільш рівномірним. Однак коефіцієнт торцевого перекриття $\varepsilon_\alpha = 1,1$, що може бути недостатнім.

Таблиця 4.4. Рекомендовані ступені точності зубчастих коліс

Ступінь точності (не менше)	Галузь застосування
6-й (високоточні)	Високоточні передачі, механізми точного кінематичного зв'язку (ділильні, відлікові і т.
7-й (точні)	Передачі за підвищених швидкостей та помірних навантажень або за підвищених навантажень та помірних швидкостей
8-й (середньої точності)	Передачі загального машинобудування, які не вимагають особливої точності
9-й (пониженої точності)	Тихохідні передачі з пониженими вимогами до точності

Враховуючи рекомендації, наведені в табл. 4.4, для проєктованих нами коліс призначаємо 8-й ступінь точності. Тоді, згідно з табл.3.1, $[\varepsilon_\alpha] = 1,15$. Тобто $\varepsilon_\alpha = 1,1 < [\varepsilon_\alpha] = 1,15$, що є неприпустимим. Тому беремо $x_2 = 0,4$ і повторюємо обчислення. Результати обчислень наведені в табл. 4.5.

Таблиця 4.5. Результати обчислень показників якості зачеплення (крок 2)

x1	x2	sk1	sk2	ea	lam1	lam2	teta
.000	.400	.664	.539	1.344	30.703	1.351	.680
.100	.400	.632	.560	1.313	9.994	1.355	.658
.200	.400	.599	.584	1.281	5.700	1.359	.638
.300	.400	.566	.610	1.250	3.836	1.364	.620
.400	.400	.533	.639	1.218	2.790	1.369	.604
.500	.400	.499	.669	1.186	2.118	1.374	.589
.600	.400	.465	.701	1.155	1.649	1.380	.575
.700	.400	.431	.735	1.123	1.301	1.386	.563
.800	.400	.397	.769	1.091	1.033	1.392	.551
.900	.400	.362	.805	1.059	.818	1.398	.540
1.000	.400	.327	.841	1.026	.643	1.405	.530

xmin1 = .294 xmin2 = -.059

При $x_1 = 0,7$ λ_1 і λ_2 мають близькі значення, але коефіцієнт $\varepsilon_\alpha = 1,1243 < [\varepsilon_\alpha] = 1,15$. Знову повторюємо обчислення, взявши $x_2 = 0,35$ (табл. 4.6).

Таблиця 4.6. Результати обчислень показників якості зачеплення (крок 3)

x1	x2	sk1	sk2	ea	lam1	lam2	teta
.000	.350	.655	.556	1.360	41.982	1.485	.693
.100	.350	.621	.575	1.327	10.843	1.480	.669
.200	.350	.586	.597	1.295	5.930	1.478	.648
.300	.350	.551	.622	1.263	3.920	1.477	.629
.400	.350	.516	.649	1.231	2.822	1.477	.612
.500	.350	.480	.678	1.199	2.127	1.478	.596
.600	.350	.445	.708	1.166	1.647	1.480	.582
.700	.350	.409	.741	1.134	1.294	1.482	.569
.800	.350	.373	.774	1.102	1.022	1.485	.557
.900	.350	.336	.808	1.069	.806	1.489	.546
1.000	.350	.300	.844	1.037	.630	1.492	.535

xmin1 = .294 xmin2 = -.059

Як видно з табл. 4.6, оптимальне значення x_1 лежить в інтервалі від 0,6 до 0,7. Зберігаючи прийняте значення $x_2 = 0,35$, задаємо вказаний інтервал зміни x_1 , щоб точніше вибрати значення цього коефіцієнта зміщення. У табл. 4.7 та 4.8 наведені результати обчислень показників якості.

Таблиця 4.7. Результати обчислень показників якості зачеплення (крок 4)

x1	x2	sk1	sk2	ea	lam1	lam2	teta
.600	.350	.445	.708	1.166	1.647	1.480	.582
.610	.350	.441	.712	1.163	1.607	1.480	.581
.620	.350	.438	.715	1.160	1.568	1.480	.579
.630	.350	.434	.718	1.157	1.530	1.480	.578
.640	.350	.430	.721	1.154	1.493	1.481	.577
.650	.350	.427	.724	1.150	1.458	1.481	.575
.660	.350	.423	.728	1.147	1.423	1.481	.574
.670	.350	.420	.731	1.144	1.389	1.481	.573
.680	.350	.416	.734	1.141	1.357	1.482	.571
.690	.350	.412	.737	1.137	1.325	1.482	.570
.700	.350	.409	.741	1.134	1.294	1.482	.569

xmin1 = .294 xmin2 = -.059

Таблиця 4.8. Результати обчислень показників якості зачеплення (крок 5)

x1	x2	sk1	sk2	ea	lam1	lam2	teta
.640	.350	.430	.721	1.154	1.493	1.481	.577
.641	.350	.430	.721	1.153	1.490	1.481	.577
.642	.350	.430	.722	1.153	1.486	1.481	.576
.643	.350	.429	.722	1.153	1.483	1.481	.576
.644	.350	.429	.722	1.152	1.479	1.481	.576
.645	.350	.429	.723	1.152	1.476	1.481	.576
.646	.350	.428	.723	1.152	1.472	1.481	.576
.647	.350	.428	.723	1.151	1.468	1.481	.576
.648	.350	.428	.724	1.151	1.465	1.481	.576
.649	.350	.427	.724	1.151	1.461	1.481	.575
.650	.350	.427	.724	1.150	1.458	1.481	.575

xmin1 = .294 xmin2 = -.059

Як видно, при $x_1 = 0,643$ $\lambda_1 \approx \lambda_2$, а $\varepsilon_\alpha = 1,153 > [\varepsilon_\alpha]$.

Таким чином остаточно обираємо $x_1 = 0,643$ і $x_2 = 0,35$. Для цих значень коефіцієнтів зміщення обчислюємо параметри зачеплення шестерні та колеса.

Параметри зачеплення:

Міжосьова відстань	$a_w = 253.467$ мм
Кут зачеплення	$\alpha_w = 27,156^\circ$
Висота зубця	$h = 33.579$ мм
Коефіцієнт торцевого перекриття	$\varepsilon_\alpha = 1.153$
Коефіцієнт тиску в полюсі	$\theta = 0.576$

Параметри шестерні:

Радіус ділительного кола	$r = 96.000$ мм
Радіус початкового кола	$r_w = 101.387$ мм
Радіус кола вершин	$r_a = 119.867$ мм
Радіус кола западин	$r_f = 86.288$ мм
Радіус основного кола	$r_b = 90.210$ мм
Коефіцієнт товщини вздовж кола вершин	$s_a = 0.429$ мм
Коефіцієнт питомого ковзання	$\lambda = 1.483$

Параметри колеса:

Радіус ділительного кола	$r = 144.000$ мм
Радіус початкового кола	$r_w = 152.080$ мм
Радіус кола вершин	$r_a = 163.179$ мм
Радіус кола западин	$r_f = 129.600$ мм
Радіус основного кола	$r_b = 135.316$ мм
Коефіцієнт товщини вздовж кола вершин	$s_a = 0.722$ мм
Коефіцієнт питомого ковзання	$\lambda = 1.481$

Подальший аналіз результатів проводимо за графіками (рис.4.2), побудованими за даними табл. 4.6 для більш широкого інтервалу зміни $0 < x_1 < 1$. Вздовж осі ординат відкладаємо показники якості зачеплення s_a^* , λ , ε_α , θ , вздовж осі абсцис – коефіцієнти зміщення x_1 . Обмеження за підрізанням зубця $x_1 > x_{\min} = 0,294$ визначає ліву границю зони допустимих значень для коефіцієнтів зміщення x_1 . Права границя інтервалу для вибору коефіцієнта зміщення x_1 визначається значенням коефіцієнта торцевого перекриття $[\varepsilon_\alpha] = 1,15$. Взявши для загартування допустимий коефіцієнт загострення зубця $[s_a^*] = 0,4$, бачимо, що границя інтервалу за цим показником лежить праворуч від границі за показником $\varepsilon_\alpha > [\varepsilon_\alpha]$. Коефіцієнт тиску θ має бути якнайменшим.

Враховуючи характер кривої $\theta - x_1$, коефіцієнт θ вибираємо біля правої границі зони допустимих значень x_1 . При цьому, як видно з рисунка, саме тут досягається також виконання умови $\lambda_1 \approx \lambda_2$, за якої, власне, й добирались оптимальні значення коефіцієнтів зміщення коліс передачі.

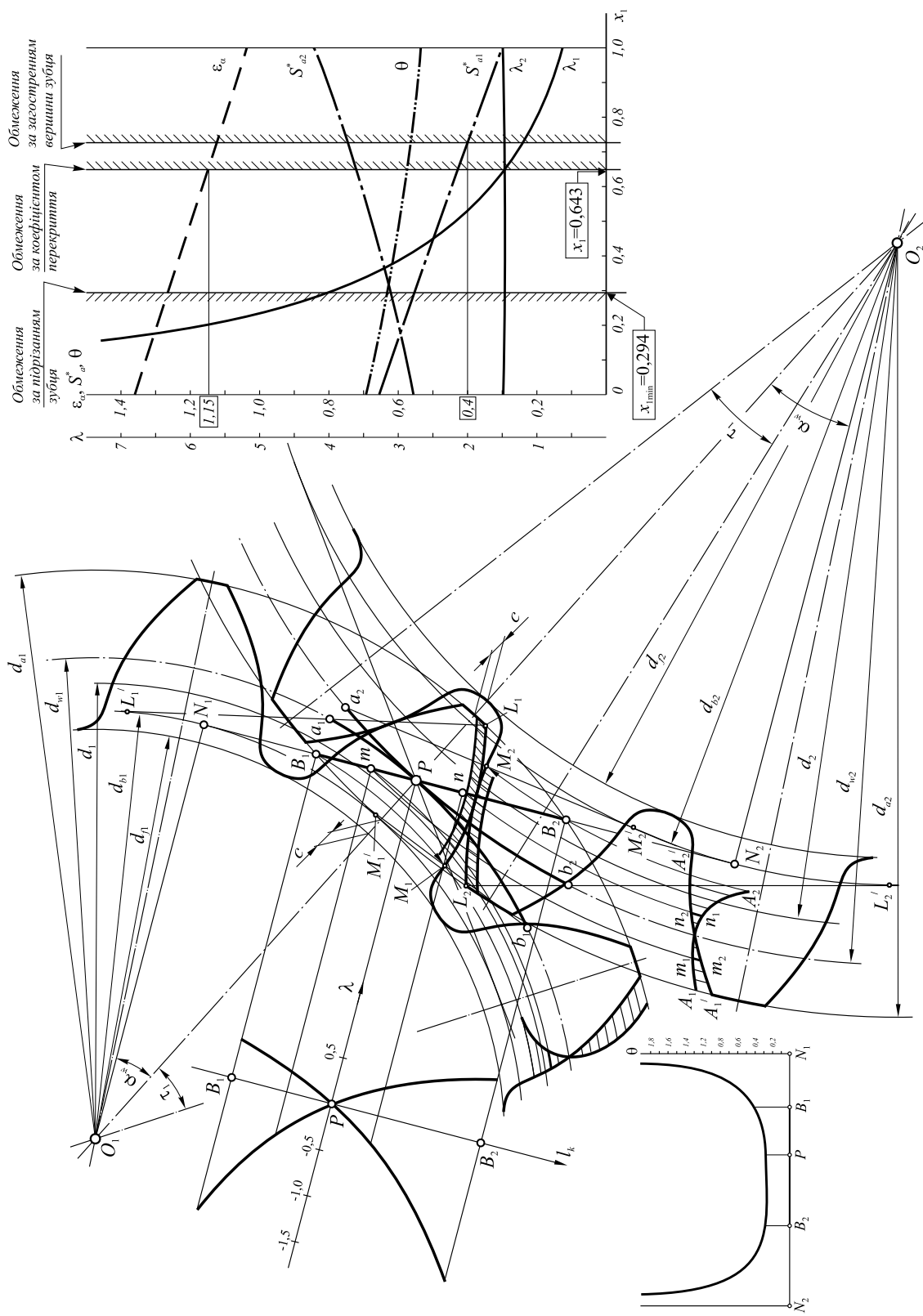


Рис.4.2. Евольвентне зачеплення: приклад виконання листа курсового проекту

Задана міжосьова відстань. При заданій міжосьовій відстані коефіцієнти зміщення визначаються у такому порядку.

1. Розраховують кількість зубців

$$z_1 = \frac{2a_w}{\left[(u+1)m \right]}, \quad (4.4)$$

округлюючи результат обчислень до меншого цілого числа;

$$z_2 = z_1 u. \quad (4.5)$$

Знайдене значення теж округлюють до цілого числа.

2. Визначають:

- ділильну міжосьову відстань

$$a = \frac{m(z_1 + z_2)}{2 \cos \beta}; \quad (4.6)$$

- кут профілю вихідного контуру в торцевому перерізі

$$\alpha_t = \arctg \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta} \right); \quad (4.7)$$

- кут зачеплення

$$\alpha_{wt} = \arccos \left(\frac{a \cos \alpha_t}{a_w} \right); \quad (4.8)$$

- коефіцієнт сумарного зміщення

$$x_\Sigma = x_1 + x_2 = \frac{(z_1 + z_2)(\operatorname{inv} \alpha_{tw} - \operatorname{inv} \alpha_t)}{2 \operatorname{tg} \alpha}. \quad (4.9)$$

За допомогою програми PROF-Z, можна підібрати пару коефіцієнтів зміщення x_1 та x_2 , якщо задана міжосьова відстань. Робота програми аналогічна, лише накладена додаткова умова:

$$x_\Sigma = x_1 + x_2. \quad (4.10)$$

Користуючись даною умовою, знаходимо таку комбінацію x_1 та x_2 , за якої показники якості зачеплення будуть найкращими.

У прикладі 2 як вхідні застосовуються такі параметри: $z_1=12$, $z_2=18$, $m=16$ мм. Вводимо міжосьову відстань $a_w=250$ мм, вважаючи її заданою.

Результати роботи програми наведені в табл. 4.9 – 4.11.

Таблиця 4.9. Результати обчислень показників якості зачеплення за заданої міжосьової відстані (крок 1)

Вихідні дані:

Кількість зубців шестерні $z_1 = 12$
 Кількість зубців колеса $z_2 = 18$
 Модуль зачеплення $m = 16.000$
 Кут нахилу лінії зубця (град) $bet = .000$

x1	x2	sk1	sk2	ea	lam1	lam2	teta
-1.000	1.712	.889	-.362	1.022	-5.311	-.307	.618
-.800	1.512	.917	-.174	1.119	-6.453	-.127	.618
-.600	1.312	.913	.001	1.179	-8.708	.061	.618
-.400	1.112	.880	.161	1.217	-15.269	.270	.618
-.200	.912	.821	.307	1.239	-312.541	.510	.618
.000	.712	.738	.439	1.250	12.795	.793	.618
.200	.512	.631	.555	1.250	5.282	1.137	.618
.400	.312	.503	.656	1.241	2.848	1.568	.618
.600	.112	.353	.742	1.222	1.640	2.129	.618
.800	-.088	.182	.812	1.193	.914	2.893	.618
1.000	-.288	-.010	.864	1.154	.427	4.001	.618
xmin1 = .294	xmin2 = -.059						

Розкриваємо інтервал $x_1 \in (0.4, 0.6)$ (див. табл. 4.10, 4.11).

Таблиця 4.10. Результати обчислень показників якості зачеплення за заданої міжосьової відстані (крок 2)

x1	x2	sk1	sk2	ea	lam1	lam2	teta
.400	.312	.503	.656	1.241	2.848	1.568	.618
.420	.292	.489	.666	1.239	2.692	1.617	.618
.440	.272	.475	.675	1.238	2.546	1.668	.618
.460	.252	.460	.684	1.236	2.408	1.720	.618
.480	.232	.446	.693	1.234	2.279	1.774	.618
.500	.212	.431	.701	1.232	2.157	1.829	.618
.520	.192	.416	.710	1.230	2.042	1.885	.618
.540	.172	.400	.718	1.228	1.933	1.944	.618
.560	.152	.385	.726	1.226	1.830	2.004	.618
.580	.132	.369	.734	1.224	1.733	2.065	.618
.600	.112	.353	.742	1.222	1.640	2.129	.618
xmin1 = .294	xmin2 = -.059						

Таблиця 4.11. Результати обчислень показників якості зацеплення за заданої міжосьової відстані (крок 3)

x1	x2	sk1	sk2	ea	lam1	lam2	teta
.520	.192	.416	.710	1.230	2.042	1.885	.618
.522	.190	.414	.711	1.230	2.031	1.891	.618
.524	.188	.413	.711	1.230	2.020	1.897	.618
.526	.186	.411	.712	1.230	2.009	1.903	.618
.528	.184	.410	.713	1.230	1.998	1.908	.618
.530	.182	.408	.714	1.229	1.987	1.914	.618
.532	.180	.407	.715	1.229	1.976	1.920	.618
.534	.178	.405	.716	1.229	1.965	1.926	.618
.538	.174	.402	.717	1.229	1.944	1.938	.618
.540	.172	.400	.718	1.228	1.933	1.944	.618

xmin1 = .294 xmin2 = -.059

Вибираємо коефіцієнти зміщення $x_1=0,538$ та $x_2=0,174$ і за цими значеннями обчислюємо параметри циліндричного зубчастого з'єднання.

Параметри зацеплення:

Міжосьова відстань	$a_w = 250.000$ мм
Кут зацеплення	$\alpha_w = 25.564^\circ$
Висота зубця	$h = 34.615$ мм
Коефіцієнт торцевого перекриття	$\varepsilon_\alpha = 1.229$
Коефіцієнт тиску в полюсі	$\theta = 0.618$

Параметри шестерні:

Радіус ділильного кола	$r = 96.000$ мм
Радіус початкового кола	$r_w = 100.000$ мм
Радіус кола вершин	$r_a = 119.223$ мм
Радіус кола западин	$r_f = 84.608$ мм
Радіус основного кола	$r_b = 90.210$ мм
Коефіцієнт товщини вздовж кола вершин	$s_a = 0.402$ мм
Коефіцієнт питомого ковзання	$\lambda = 1.944$

Параметри колеса:

Радіус ділильного кола	$r = 144.000$ мм
Радіус початкового кола	$r_w = 150.000$ мм
Радіус кола вершин	$r_a = 161.392$ мм
Радіус кола западин	$r_f = 126.777$ мм
Радіус основного кола	$r_b = 135.316$ мм
Коефіцієнт товщини вздовж кола вершин	$s_a = 0.717$ мм
Коефіцієнт питомого ковзання	$\lambda = 1.938$

5. ПОРЯДОК ПРОЕКТУВАННЯ ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЦИЛІНДРИЧНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ

5.1. Ознайомитись з вихідними даними та призначити ступінь точності коліс (див. табл. 4.4).

5.2. Керуючись методикою, яка викладена в розділі 4, вибрати коефіцієнти зміщення коліс x_1 та x_2 . Результати обчислень показників якості зачеплення подати у вигляді таблиць, отриманих з допомогою ЕОМ (див. приклад 2), та в графічній формі (див. рис. 4.2). Накласти всі необхідні обмеження щодо непідрізання зубця, його допустимої товщини у вершині, величини коефіцієнта перекриття, умови наближення значень коефіцієнтів питомого ковзання на ніжках шестерні та колеса та визначити зону допустимих значень коефіцієнтів зміщення. В цій зоні вибрати x_1 та x_2 .

5.3. У пояснювальній записці навести розрахункові формули для визначення параметрів зубчастої передачі (див. розділ 2) і за допомогою програми PROF Z обчислити їх значення для заданих параметрів вихідного контуру та вибраних коефіцієнтів зміщення x_1 та x_2 .

5.4. Накреслити зубчасте зачеплення коліс 1 та 2, користуючись методикою, викладеного в розділі 2.

На рис.4.2 показаний приклад виконання креслення до даного розділу курсового проекту. Координати точок контурів евольвентних профілів зубців коліс для розглянутого прикладу наведеш в табл. 5.1.

Таблиця 5.1. Координати точок профілів зубців шестерні і колеса

Шестерня				Колесо			
№	Елементи зубця	x_k	y_k	№	Елементи зубця	x_k	y_k
1	Перехідна ділянка	21.43775	83.58201	1	Перехідна ділянка	21.59166	127.78820
2	"-	18.18384	85.64837	2	"-	17.90284	129.75910
3	"-	17.04382	87.69927	3	"-	16.41686	132.09240
4	"-	16.72980	89.08628	4	"-	15.89206	133.99450
5	"-	16.67147	90.11256	5	"-	15.73595	135.71220
6	Евольвентна ділянка	16.64645	91.17069	6	Евольвентна ділянка	15.69261	136.66020
7	"-	16.53872	92.51422	7	"-	15.58540	137.86110
8	"-	16.31598	94.13623	8	"-	15.39227	139.31070

9	-"	15.94645	96.02710	9	-"	15.09142	141.00330
10	-"	15.39917	98.17451	10	-"	14.66140	142.93160
11	-"	14.64413	100.56350	11	-"	14.08123	145.08740
12	-"	13.65250	103.17650	12	-"	13.33041	147.46050
13	-"	12.39683	105.99360	13	-"	12.38904	150.03990
14	-"	10.85119	108.99240	14	-"	11.23792	152.81300
15	-"	8.99143	112.14820	15	-"	9.85859	155.76590
16	-"	6.79526	115.43440	16	-"	8.23338	158.88360
17	-"	4.24248	118.82220	17	-"	6.34559	162.14980
18	-"	1.31509	122.28090	18	-"	4.17942	165.54730

5.5. Нанести на креслення основні розміри, вказати теоретичну лінію зачеплення N_1N_2 , активну її частину B_1B_2 , робочі профілі зубців L_1M_1 та L_2M_2 (див. розділ 2). Окрім цього необхідно вказати дуги зачеплення a_1b_1 та a_2b_2 початкових кіл, які перекочуються без ковзання за час зачеплення однієї пари зубців. Точки a_1 , b_1 та a_2 , b_2 лежать на перетині початкових кіл коліс з нормаллями до контурів зубців в точках L_1 , M_1 та L_2 , M_2 відповідно, які обмежують робочі профілі зубців. Нормалі до контурів робочих профілів у вказаних точках проводять як дотичні до основних кіл в точках L'_1 , M'_1 та L'_2 , M'_2 .

5.6. Скласти таблицю параметрів, у якій вказати основні дані (табл. 5.2).

5.7. На кресленні зачеплення (рис. 4.2) виміряти необхідні відрізки, за формулою (4.9) розрахувати коефіцієнти питомого ковзання λ_1 , λ_2 в точках активної лінії зачеплення B_1B_2 та побудувати їх графіки безпосередньо на робочих профілях зубців (див. рис. 4.2). Графік зміни λ_1 , λ_2 вздовж теоретичної лінії зачеплення в прямокутних координатах або подати у пояснювальній записці, або на кресленні (на вимогу керівника проекту).

Для прикладу 2 значення коефіцієнтів питомого ковзання вздовж активної лінії зачеплення наведені в табл. 5.3.

Щоб побудувати на контурах зубців колові діаграми коефіцієнтів питомого ковзання, потрібно виконати дії, техніку виконання яких покажемо на прикладі побудови ординати m_1m_2 колової діаграми A_1A_2 зубця другого колеса (див. рис. 4.2), яка відповідає точці m активної лінії зачеплення, яка в свою чергу відповідає значенню $l_k = -10$ мм (див. табл. 5.3).

Тут $\lambda_2 = 0,21$. Засікаючи дугою радіуса O_1m профіль у точці m_2 , відкладаємо на цій дузі від точки m_2 дугу m_1m_2 , пропорційну λ_2 . Аналогічно знаходять дуги A'_1A_1 , n_1n_2 , A'_2A_2 . Сполучаючи знайдені точки A_1 , m_1 , n_1 , A_2 лекальною кривою, отримуємо колову діаграму для значень коефіцієнтів питомого ковзання λ_2 . Так само побудована діаграма для значень λ_1 .

Таблиця 5.2. Параметри циліндричних коліс

Основні дані	Позначення	Шестерня 1	Колесо 2
Модуль, мм	m	16	16
Кількість зубців	z_1, z_2	12	18
Нормальний вихідний контур	–	За ГОСТ 13755-81	
Коефіцієнт зміщення	x_1, x_2	0,643	0,350
Ступінь точності за ГОСТ1643-81	–	8	8
Кут нахилу зубця, град.	β	0	0
Напрямок нахилу зубця	–	–	–
Довідкові дані			
Ділильний діаметр, мм	d_1, d_2	198,000	288,000
Основний діаметр, мм	d_{b1}, d_{b2}	180,420	270,632
Початковий діаметр, мм	d_{w1}, d_{w2}	202,774	304,160
Діаметр кола западин, мм	d_{f1}, d_{f2}	172,576	259,200
Діаметр кола вершин, мм	d_{a1}, d_{a2}	239,734	326,358
Висота зубця, мм	h	33,579	
Міжосьова відстань, мм	a_w	253,467	
Кут зачеплення, град.	α_w	27,156	
Показники якості зачеплення			
Максимальний коефіцієнт питомого ковзання на ніжці	λ_1, λ_2	-1,483	-1,481
Коефіцієнт товщини зубця по колу вершин	s_{a1}^*, s_{a2}^*	0,429	0,722
Коефіцієнт тиску в полюсі	θ	0,576	
Коефіцієнт торцевого перекриття	ε_α	1,153	

Таблиця 5.3. Коефіцієнти питомого ковзання для зачеплення з кількістю зубців коліс $z_1=12$ і $z_2=18$ ($x_1=0,643$, $x_2=0,350$)

$I_k, \text{мм}$	$PB_1 = -21,78$	-10	0	10	$PB_2 = 32,65$
λ_1	-1,483	-0,459	0	0,296	0,690
λ_2	0,398	0,210	0	-0,280	-1,481

В пояснювальній записці слід навести алгоритм обчислень, докладно описати методику вибору коефіцієнтів зміщення x_1 та x_2 , ілюструючи його роздрукованими таблицями для кожного етапу підбору значень x_1 та x_2 , навести розрахункові формули та зведену таблицю основних параметрів передачі (див. п. 5.6), таблиці координат точок евольвентних профілів, детально описати послідовність усіх побудов, виконаних на кресленні.

Література

1. *Артоболевский И.И.* Теория механизмов и машин: Учеб. для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 640 с.
2. *Попов С.А.* Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин: Учеб. пособие для машиностроит. спец. вузов / Под ред. К.В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1986. – 295 с.: ил.
3. *Левитская О.Н., Левитский Н.И.* Курс теории механизмов и машин: Учебн. Пособие для мех. спец. вузов. – 2-е изд., перераб и доп. – М.: Высш. шк., 1985. – 279 с.: ил.
4. Теория механизмов и механика машин / *Фролов К. В., Попов С.А., Мусатов А. и др.* – Учеб. для вузов: 3-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2001. – 496 с.: ил.

Додаткова література

1. Теорія механізмів і машин/ А.С.Кореняко; Під ред. М.К.Афанасьєва.- К.: Вища шк. Головне вид-во, 1987.- 206с.
2. Теорія механізмів і машин. Курс лекцій для студентів спеціальності „Динаміка і міцність машин”/ О.П. Заховайко. – К.: НТУУ "КПІ", 2010. – 243 с.
3. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з дисципліни „Теорія механізмів і машин” для студентів технічних спеціальностей усіх форм навчання / Уклад.: О.П.Заховайко, О.І. Дубинець. – К.: ІВЦ „Видавництво „Політехніка”, 2002. – 76 с.
4. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин / Кореняко А.С. и др.- "Вища школа", 1970, 332 с.
5. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин :Учебное пособие для вузов. – 2 – е изд. перераб. и доп. – М. :Наука. Гл. ред. физ. –мат. лит. ,1990. – 592 с.
6. Курсове проектування з теорії механізмів і машин: учбовий посібник / Є.І.Крижанівський, Б.Д.Малько, В.М.Сенчікаш та ін.- Івано-Франківськ: 1996.- 357с.

ЗМІСТ

Вступ	3
1. Теоретичні відомості	3
1.1. Основні означення	3
1.2. Способи нарізування зубців коліс	7
1.3. Визначення геометричних розмірів елементів передачі	8
1.4. Визначення координат точок профілю зубця	14
2. Профілювання евольвентного зачеплення за даними, отриманими з використанням програмного модуля «PROF Z»	17
2.1. Визначення геометричних розмірів передачі	17
2.2. Графічні побудови	18
3. Показники якості зачеплення	21
3.1. Коефіцієнт перекриття	21
3.2. Коефіцієнт питомого ковзання	23
3.3. Коефіцієнт питомого тиску	24
4. Вибір коефіцієнтів зміщення	25
5. Порядок проектування евольвентного циліндричного зачеплення ...	37
Література	41