

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ**  
**«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ**  
**імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**  
**Механіко-машинобудівний інститут**  
**Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів**

До захисту допущено:  
Завідувач кафедри  
\_\_\_\_\_ Сергій ПИСКУНОВ  
(підпис)  
« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2021 р.

**Дипломна робота**  
**на здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня бакалавра**  
**за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»**  
**спеціальності 131 «Прикладна механіка»**  
**на тему: «Проектування двоступінчастого циліндрично-конічного редуктора**  
**удосконаленої установки 1246Р для випробувань матеріалів на розтяг при**  
**високих температурах»**

Виконав: студент IV курсу групи МП-71 Білецький Микола Валерійович \_\_\_\_\_  
(підпис)

Керівник: д.т.н., проф. Пискунов Сергій Олегович \_\_\_\_\_  
(підпис)

Консультант з деталей машин: к.т.н., доц. Лавренко Ярослав Іванович \_\_\_\_\_  
(підпис)

Консультант з теорії мех. і машин: к.т.н., доц. Захочайко Олександр Панасович \_\_\_\_\_  
(підпис)

Консультант з будівельної механіки: д.т.н., проф. Пискунов Сергій Олегович \_\_\_\_\_  
(підпис)

Консультант з теорії пружності: д.т.н., проф. Бабенко Андрій Єлісейович \_\_\_\_\_  
(підпис)

Консультант з чисельних методів: д.т.н., проф. Рудаков Костянтин Миколайович \_\_\_\_\_  
(підпис)

Консультант з теорії коливань: д.т.н., проф. Боронко Олег Олександрович \_\_\_\_\_  
(підпис)

Рецензент: д.т.н., проф. Данильченко Юрій Михайлович \_\_\_\_\_  
(підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень  
з праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент (-ка) \_\_\_\_\_  
(підпис)

Київ – 2021 рік

**Національний технічний університет України**  
**«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**  
**Механіко-машинобудівний інститут**  
**Динаміки і міцності машин та опору матеріалів**

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_ Сергій ПИСКУНОВ  
(підпис)

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 р.

### ЗАВДАННЯ

на дипломну роботу студенту

**Білецькому Миколі Валерійовичу**

1. Тема роботи «Проектування двоступінчастого циліндрично-конічного редуктора удосконаленої установки 1246Р для випробувань матеріалів на розтяг при високих температурах», керівник роботи Пискунов Сергій Олегович, д.т.н., проф., затверджені наказом по університету від 18.05.2021 р. № 1203-с.
2. Термін подання студентом роботи 08.06.2021 р.
3. Вихідні дані до роботи Установка 1246Р для механічних високотемпературних випробувань матеріалів на розтяг, максимальна осьова сила на захваті – 80 кН, швидкість робочого ходу активного захвата – 12 мм/хв.
4. Зміст роботи Вибір двигуна, розрахунок і проектування передач, валів та підшипників редуктора, розрахунок корегованого евольвентного зачеплення циліндричної передачі редуктора, розрахунок кільцевої ступінчатої пластини, розв'язання вісесиметричної задачі методами теорії пружності, чисельний розрахунок напружено-деформованого стану випробувального зразка, визначення власних частот та форм коливань валу, оригінальна частина.
5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням презентацій тощо) 11 слайдів у презентації, записка містить 111 сторінок, 41 ілюстрацію, 17 таблиць, додаток та 13 джерел використаної літератури.

## 6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Деталі машин	Лавренко Я.І., доц.		
Теорія механізмів і машин	Заховайко О.П., доц..		
Будівельна механіка	Пискунов С.О., проф.		
Теорія пружності	Бабенко. А.Є., проф.		
Чисельні методи	Рудаков К.М., проф.		
Теорія коливань	Боронко О.О., проф.		

7. Дата видачі завдання 01.10.2020 р.

## Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури	01.12.2020 р.	
2	Виконання 1-2 розділів	01.02.2021 р.	
3	Виконання 3-4 розділів	01.04.2021 р.	
4	Виконання 5-7 розділів	01.06.2021 р.	
5	Передзахист	08.06.2021 р.	
6	Захист дипломної роботи	15.06.2021 р.	

Студент

Микола БІЛЕЦЬКИЙ

Керівник

Сергій ПИСКУНОВ

## Анотація

Дана бакалаврська робота присвячена удосконаленню привода випробувальної установки 1246Р для високотемпературних випробувань матеріалів на розтяг в умовах вакууму, згідно з заданих умов.

В роботі проведено проектування приводу установки шляхом підбору відповідних вузлів за вказаними вихідними умовами. Розраховані необхідні елементи приводу, за допомогою програмного забезпечення PROF-Z було оптимізовано циліндричну зубчасту передачу за показниками якості зачеплення для збільшення її ресурсу використання. Ступінчасту плиту, на яку встановлюється дана установка було розраховано на міцність і жорсткість. Методами теорії пружності розв'язано вісесиметричну задачу для конструктивного елемента в вигляді конуса при його стисканні вздовж його осі. Використовуючи ідею методу скінченних елементів та програмний комплекс Femap визначено напружено-деформований стан випробувального зразка при його розтязі для перевірки правильності його вибору і проектування. Визначено власні частоти та форми коливань проміжного валу редуктора класичними методами теорії коливань. В останньому розділі було перевірено можливість використання методу сил та «методу двох розрахунків» при розрахунку статично-невизначених кільцевих ступінчатих пластин. По кожному розділу були зроблені висновки.

Записка містить 111 сторінок, 41 рисунок, 17 таблиць, додаток.

Ключові слова: *випробувальна установка, редуктор, двигун, циліндрична передача, конічна передача, передача гвинт-гайка, проміжний вал, підшипники, корегування, показники якості зачеплення, кільцева ступінчата пластина, зразок, напружено-деформований стан, опорна плита, коливання, власні частоти, власні форми, метод сил.*

Робота складається з текстової та графічної частини, містить додаток зі специфікаціями до креслень.

## Abstract

This bachelor work is devoted to the improvement of the drive unit of the testing machine 1246P for the high-temperature tensile testing of materials.

The work included designing the drive unit via selection of corresponding nodes based on the input conditions. The required elements of the drive were designed and calculated. With the help of the PROF-Z software the cylindrical gear transmission was optimized according to the indicators of gear quality to increase its service life. The strength and rigidity of the step plate, on which this installation is installed, was calculated. With the help of the methods of elasticity theory solve an axisymmetric problem for a structural element in the form of a cone when it is compressed along its axis. Using the idea of the finite element method and the Femap software package, the stress-strain state of the test specimen during the tensile test was determined to verify the correctness of its selection and design. The natural frequencies and forms of oscillations of the intermediate shaft of the gearbox are determined via classical methods of the theory of oscillations. In the last section, the possibility of using the force method and the “method of two calculations” for analysis of statically indeterminate annular step plates was verified. Conclusions were formulated on each section.

The note contains 111 pages, 41 figures, 17 tables, an application.

Keywords: *testing machine, reducer, motor, cylindrical transmission, bevel transmission, screw-nut transmission, intermediate shaft, bearings, adjustment, gear quality indicators, annular step plate, sample, stress-strain state, base plate, oscillations, natural frequencies, natural frequencies, natural, force method.*

The work consists of a text and graphic part, contains an application with drawings` specifications.

## Зміст

1.	Проектування і розрахунок привода випробувальної установки 1246P .....	9
1.1.	Опис прототипу та кінематична схема привода.....	9
1.2.	Розрахунок передачі гвинт-гайка.....	10
1.2.1.	Вибір матеріалу.....	11
1.2.2.	Проектний розрахунок передачі гвинт-гайка.....	11
1.2.3.	Визначення розмірів гайки.....	12
1.3.	Вибір електродвигуна привода .....	13
1.4.	Кінематичний і силовий розрахунок привода .....	15
1.5.	Розрахунок косозубої циліндричної зубчастої передачі .....	17
1.5.1.	Вибір матеріалу і способу термообробки.....	17
1.5.2.	Параметри навантаження зубчастої передачі .....	17
1.5.3.	Визначення допустимих напружень .....	18
1.5.4.	Проектний розрахунок передачі.....	20
1.5.5.	Обчислення попередніх параметрів передачі .....	21
1.5.6.	Розрахунок поверхонь зубців на контактну витривалість.....	21
1.5.7.	Розрахунок зубців на витривалість при згині .....	22
1.5.8.	Розрахунок параметрів зубчастої передачі .....	23
1.5.9.	Розрахунок сил у зачепленні передачі.....	24
1.6.	Розрахунок конічної прямозубої передачі .....	24
1.6.1.	Вибір матеріалу і способу термообробки.....	25
1.6.2.	Параметри навантаження зубчастої передачі .....	25
1.6.3.	Визначення допустимих напружень .....	25
1.6.4.	Розрахунок зовнішнього діаметра конічної шестерні.....	27
1.6.5.	Обчислення попередніх значень параметрів конічної передачі .....	28
1.6.6.	Розрахунок поверхонь зубців на контактну витривалість.....	29
1.6.7.	Розрахунок зубців на витривалість при згині .....	30
1.6.8.	Розрахунок параметрів конічної передачі .....	31
1.6.9.	Розрахунок сил у зачепленні передачі.....	32

1.7. Проектний розрахунок і конструювання швидкохідного вала .....	32
1.8. Розрахунок проміжного вала.....	33
1.8.1. Проектний розрахунок і конструювання вала .....	33
1.8.2. Перевірка статичної міцності вала .....	34
1.8.3. Розрахунок вала на витривалість.....	37
1.8.4. Розрахунок валу на жорсткість.....	39
1.9. Обґрунтування вибору підшипників на проміжному валу .....	40
1.9.1. Розрахунок довговічності підшипника .....	41
1.10. Проектний розрахунок і конструювання тихохідного вала .....	42
2. Корегування евольвентного зачеплення циліндричних зубчастих коліс .....	43
2.1. Мета корегування .....	43
2.2. Вибір коефіцієнтів зміщення.....	43
2.2.1. Визначення параметрів некорегованої передачі.....	44
2.2.2. Розрахунок параметрів зкорегованої передачі.....	47
3. Розрахунок круглї ступінчатої пластини .....	53
3.1. Постановка задачі .....	53
3.2. Перший розрахунок .....	56
3.3. Другий розрахунок .....	57
3.4. Визначення параметрів стану пластини.....	58
4. Розрахунок конструктивного елемента методами теорії пружності .....	63
4.1. Теоретичні відомості до фізичного змісту задачі .....	63
4.2. Розв'язок рівнянь Нав'є в переміщеннях для вісесиметричної задачі в сферичних координатах.....	67
4.2.1. Розв'язок рівнянь Нав'є для задачі стискання конуса .....	68
4.3. Розрахунки і побудови епюр .....	70
5. Чисельні розрахунки напружено-деформованого стану випробувального зразка .....	73
5.1. Вибір виду зразка та розрахунок його геометрії.....	73
5.2. Постановка крайової задачі теорії пружності.....	74

5.3. Застосування методу скінченних елементів для розв’язку отриманої задачі теорії пружності.....	76
5.4. Створення скінченно-елементної моделі випробувального зразка для реалізації розв’язку МСЕ.....	78
5.5. Результати розрахунків та їх аналіз.....	79
6. Розрахунок власних частот і форм коливань системи з двома ступенями вільності .....	81
6.1. Крутильні коливання системи з двома ступенями вільності .....	81
6.2. Визначення власних частот і форм згинних коливань методом сил.....	86
6.2.1. Визначення першої власної частоти методом Релея .....	90
6.2.2. Визначення першої власної частоти методом Донкерлі .....	92
7. Використання методу сил для розрахунку статично-невизначених кільцевих ступінчатих пластин.....	94
7.1. Розрахунок на основі розв’язку диференційного рівняння вісесиметричного згину кільцевих пластин .....	95
7.2. Розрахунок пластини за методом сил.....	97
7.2.1. Вантажний стан .....	97
7.2.2. Одиничний стан.....	99
7.2.3. Розрахунок пластини із визначеною реакцією опори .....	101
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	105
ДОДАТКИ.....	107



# 1. ПРОЕКТУВАННЯ І РОЗРАХУНОК ПРИВОДА ВИПРОБУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ 1246Р

## 1.1. ОПИС ПРОТОТИПУ ТА КІНЕМАТИЧНА СХЕМА ПРИВОДА

Тип випробувальної машини 1246Р використовується для високотемпературних випробувань зразків на розтяг в умовах вакууму.

Технічні характеристики машини, які необхідно реалізувати:

- максимальна осьова сила - 80 кН;
- швидкість навантаження, мм/хв - 12;
- діапазон температур випробувань, °С - 20...2000 ;
- вид навантаження - механічний привод.

Головною задачею розділу є проектування двоступінчастого циліндрично-конічного редуктора, який входить в схему приводу. Редуктор передає оберти від електродвигуна на черв'ячну передачу, яка в свою чергу передає оберти за допомогою стопорної гайки на передачу гвинт-гайка. Гвинт приводить в рух захвати і тим самим відбувається розтяг зразка. Вимірювання результатів реалізується за рахунок датчиків переміщень і сили. Сам зразок під час випробування перебуває в вакуумній печі. Ескіз установки див. Рисунок 1.2.

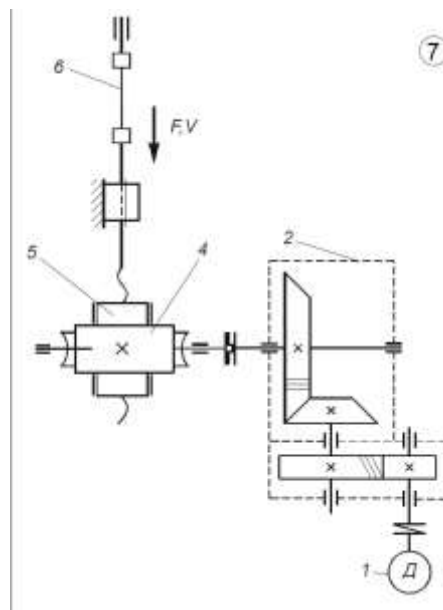


Рисунок 1.1 Кінематична схема приводу: 1- двигун, 2 – редуктор; 4 – черв'ячна передача; 5 – гвинт; 6 – зразок.

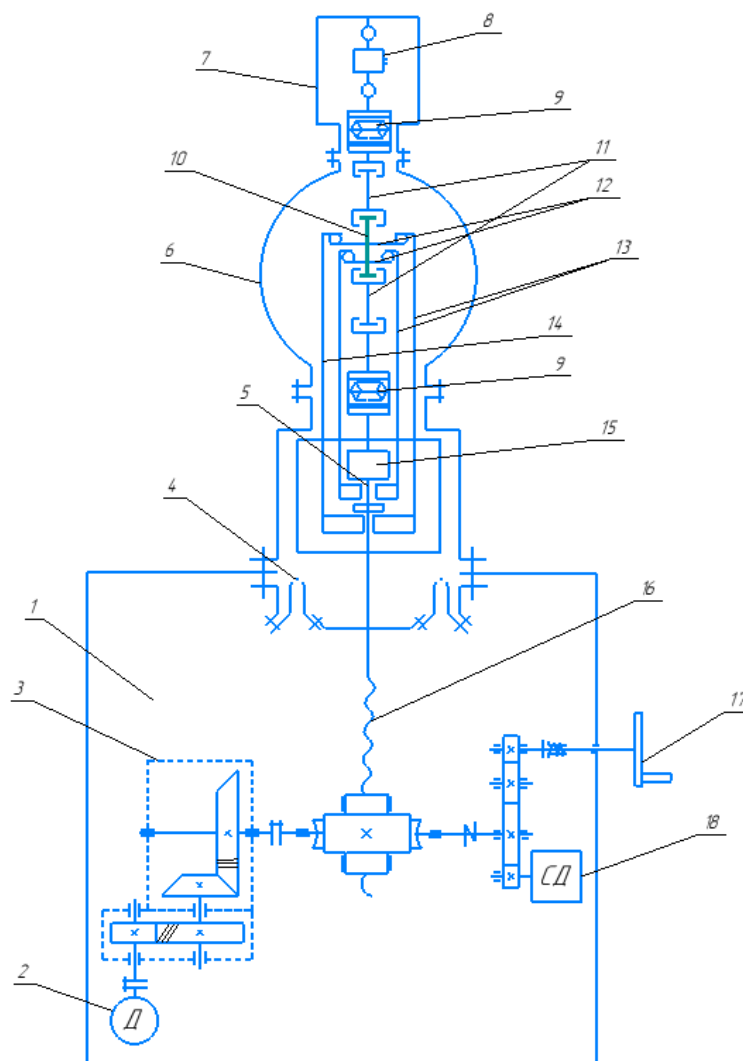


Рисунок 1.2 Ескіз установки: 1 – привод активного захвата; 2 – реверсивний двигун; 3 – редуктор; 4 – вакуумне ущільнення; 5 – вимірювач деформації; 6 – піч; 7 – силівимірювач; 8- датчик сили; 9 – термоізоляційна прокладка; 10 – зразок; 11 – захвати; 12 – поперечини; 13 – система тяг; 14 – термоізоляційні прокладки; 15– датчик переміщень; 16 – гвинт; 17 – маховик; 18 – сельсіндатчик;

## 1.2. РОЗРАХУНОК ПЕРЕДАЧІ ГВИНТ-ГАЙКА

Перед етапом вибору електродвигуна для силового приводу установки, необхідно провести проектний розрахунок передачі гвинт-гайка (див. Рисунок 1.3). Максимальна осьова сила, що має забезпечуватися передачею  $F_a = 80$  кН, а швидкість переміщення рухомого захвату  $V = 12$  мм/хв. Обираємо трапецеїдальна різьбу та максимальне переміщення передачі – 0,5 м.

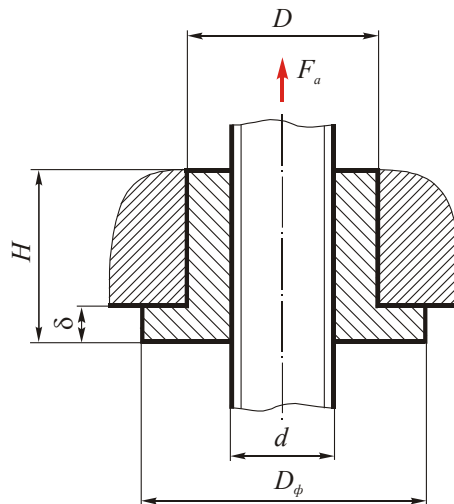


Рисунок 1.3 Схема передачі гвинт-гайка

### 1.2.1. ВИБІР МАТЕРІАЛУ.

Виготовлення передачі вибираємо наступні матеріали: гвинт зі сталі 40X (закалювання), для якої границя міцності  $\sigma_B=1000$  МПа; границя текучості  $\sigma_T = 800$  МПа; модуль пружності  $E=2,1 \cdot 10^5$  МПа; гайка з бронзи Бр010Ф1, для якої  $\sigma_B=230$  МПа;  $\sigma_T=140$  МПа [3].

### 1.2.2. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК ПЕРЕДАЧІ ГВИНТ-ГАЙКА.

З умови стійкості різьби проти спрацювання середній діаметр різьби гвинта

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{F_a}{\pi \cdot \psi_H \cdot \psi_h \cdot [p]}} \quad (1.1)$$

де  $F_a$  – осьове навантаження на передачу (у даному випадку це осьова сила на зразку);

$\psi_H = H/d_2$  – коефіцієнт висоти гайки, який для нероз’ємної гайки обираємо рівним 1,2 ... 2; [3]  $\psi_h = h/P$  – коефіцієнт висоти робочого профілю різьби ( $h$  – висота робочого профілю різьби,  $P$  – крок), який для трапецеїдальної різьби дорівнює 0,5;  $[p]$  – допустимий тиск між робочими поверхнями різьби гвинта і гайки.

Приймаючи значення коефіцієнтів  $\psi_H=1,5$ ;  $\psi_h=0,5$ ;  $[p]=13,5$  МПа [3], одержимо з (1.1):

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{80 \cdot 10^3}{\pi \cdot 1,5 \cdot 0,5 \cdot 13,5}} = 50,15 \text{ мм}$$

За ГОСТ 24737-81 підбираємо трапецеїдальну різьбу з найближчими параметрами – Трап 55×8.

Для гвинта наступні параметри: середній діаметр  $d_2 = 51$  мм; зовнішній діаметр  $d = 55$  мм; внутрішній діаметр  $d_1 = 46$  мм; крок  $P = 8$  мм; висота робочого профілю  $h = 4$  мм.

Для гайки: зовнішній діаметр  $d' = 56$  мм; внутрішній діаметр  $d'_1 = 47$  мм.

Розрахункова висота гайки за формулою:

$$H = \psi_H d_2 = 1,5 \cdot 51 = 76,5 \text{ мм} \quad (1.2)$$

Округляємо до більшого значення  $H = 77$  мм.

Число витків у гайці

$$z_b = \frac{H}{P} = \frac{77}{8} = 9,625 \quad (1.3)$$

$$z_b \leq z_{max} = 12$$

Кут підйому витків різьби при цьому:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{P}{\pi d_2} = \frac{8}{\pi \cdot 51} = 0,0499; \psi = 2,86^\circ \quad (1.4)$$

Зведений кут тертя у різьбі при коефіцієнті тертя  $f = 0,1$  та куті нахилу робочої сторони профілю різьби  $\delta = 15^\circ$

$$\operatorname{tg} \varphi' = f / \cos \delta = 0,1 / \cos 15^\circ = 0,1035; \varphi' = 5,91^\circ.$$

Оскільки кут  $\varphi' > \psi$ , умова самогальмування різьбової пари виконується.

### 1.2.3. ВИЗНАЧЕННЯ РОЗМІРІВ ГАЙКИ.

Окрім висоти гайки  $H$  необхідно знати зовнішній діаметр гайки  $D$ , діаметр фланця  $D_f$  та товщину опорного фланця  $\delta$ .

Зовнішній діаметр гайки визначаємо за умовою міцності корпусу гайки на розтяг при урахуванні коефіцієнта впливу закручування гайки моментом пари сил тертя в різьбі  $\beta = 1,3$  [3] .

Допустимі напруження на розтяг для бронзи  $[\sigma] = \frac{140}{3,5} = 40$  МПа.

Тоді зовнішній діаметр гайки [3]:

$$D \geq \sqrt{\frac{4\beta F_a}{\pi[\sigma]} + (d')^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,3 \cdot 80 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 40} + (56)^2} = 80,29 \text{ мм}; \quad (1.5)$$

Приймаємо більше значення діаметра  $D = 81$  мм.

Діаметр фланця знаходимо з умови міцності на зминання його опорної поверхні. Допустиме напруження для пари бронза-сталь  $[\sigma]_{зм} = 35 \cdot 45$  МПа [3]:

$$D_\phi \geq \sqrt{\frac{4F_a}{\pi[\sigma]_{зм}} + (D)^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 80 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 35} + (81)^2} = 97,32 \text{ мм}; \quad (1.6)$$

Округляємо діаметр до стандартного  $D_\phi = 98$  мм.

Щоб розподіл осьового навантаження між витками різьби був більш рівномірним, висоту фланця гайки беремо в межах  $\delta = (0,25 \dots 0,3)H$ .

Приймаємо  $\delta = 0,25 \cdot 77 = 19,25 = 20$  мм. Перевіримо фланець на зріз через дотичні напруження зрізу:

$$\tau_{зр} = \frac{F_a}{\pi D \delta} = \frac{80 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 81 \cdot 20} = 15,72 \text{ МПа} < [\tau_{зр}] = 25 \text{ МПа} \quad (1.7)$$

Визначаємо ККД передачі гвинт-гайка [3]:

$$\eta = 0,95 \frac{tg\psi}{tg(\psi + \varphi')} \quad (1.8)$$

$$\eta = 0,95 \cdot \frac{0,04993}{tg(2,86 + 5,91)} = 0,308$$

### 1.3. ВИБІР ЕЛЕКТРОДВИГУНА ПРИВОДУ

Вибір двигуна відбувається за рахунок визначення номінальної потужності на валу двигуна, кількістю його обертів та встановленим коефіцієнтом корисної дії силового приводу установки (ККД).

Розраховуємо номінальну потужність на валу двигуна:

$$P_H = F \cdot V; \quad (1.9)$$

$$P_H = 80000 \cdot \frac{12 \cdot 10^{-3}}{60} = 16 \text{ Вт};$$

Знайдемо сумарне ККД приводу, як добуток всіх його компонент:

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4 \eta_5^k, \quad (1.10)$$

де  $\eta_1$  – ККД прямозубої конічної зубчастої передачі

$\eta_2$  – ККД косозубої циліндричної передачі

$\eta_3$  – ККД черв'ячної передачі

$\eta_4$  – ККД передачі гвинт-гайка

$\eta_5$  – ККД однієї пари підшипників

$k$  – кількість пар підшипників

$$\eta = 0,965 \cdot 0,975 \cdot 0,5 \cdot 0,308 \cdot 0,99^3 = 0,1376;$$

Визначаємо загальне орієнтовне передатне відношення приводу:

$$i' = i'_1 i'_2 i'_3, \quad (1.11)$$

де  $i_1$  – передатне відношення косозубої циліндричної передачі

$i_2$  – передатне відношення прямозубої конічної передачі

$i_3$  – передатне відношення черв'ячної передачі

$$i' = 4 \cdot 5 \cdot 45 = 900;$$

Орієнтовна частота обертання валу двигуна (1.12) та гвинта (1.13):

$$n'_{дв} = n i'; \quad (1.12)$$

$$n = \frac{V}{P \cdot z} = \frac{12}{8 \cdot 1} = 1,5; \quad (1.13)$$

де  $P$  – крок різьби гвинт – гайки,  $z$  – кількість заходів різьби

$$n'_{дв} = 900 \cdot 1,5 = 1350 \text{ хв}^{-1};$$

Визначаємо необхідну реальну потужність електродвигуна

$$P_1 = \frac{P_H}{\eta}; \quad (1.14)$$

$$P_1 = \frac{16}{0,1376} = 116,3 \text{ Вт};$$

Обираємо електродвигун 4А56А4У3 з параметрами [3]:

$P = 120 \text{ Вт}$ ;  $n_{дв} = 1375 \text{ хв}^{-1}$ ; діаметр валу двигуна під муфту 9 мм.

#### 1.4. КІНЕМАТИЧНИЙ І СИЛОВИЙ РОЗРАХУНОК ПРИВОДА

Обравши двигун уточнимо загальне передатне відношення привода

$$i = \frac{n_{\text{дв}}}{n} = \frac{1375}{1,5} = 916,67; \quad (1.15)$$

Відхилення від орієнтовного передатного відношення (1.11) становить 1,85%. Корегуємо передатні відношення швидкохідної, тихохідної та черв'ячної передачі редуктора і розраховуємо остаточне передатне відношення привода (1.16):

$$\begin{aligned} i_1 &= 3,5; \quad i_2 = 4,5; \quad i_3 = 58; \\ i &= 3,5 \cdot 4,5 \cdot 58 = 913,5; \end{aligned} \quad (1.16)$$

Визначаємо кутові швидкості усіх валів привода:

$$\omega_1 = \omega_{\text{дв}} = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 \cdot 1375}{30} = 144 \text{ с}^{-1}; \quad (1.17)$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{i_1} = \frac{144}{3,5} = 41,14 \text{ с}^{-1}; \quad (1.18)$$

$$\omega_3 = \frac{\omega_2}{i_2} = \frac{41,14}{4,5} = 9,14 \text{ с}^{-1}; \quad (1.19)$$

Знайдемо потужності на кожному з валів привода:

$$P_k = P_{k-1} \eta_{k-1}; \quad (1.20)$$

$$P_1 = 120 \text{ Вт};$$

$$P_2 = 120 \cdot 0,975 \cdot 0,99 = 115,83 \text{ Вт};$$

$$P_3 = 115,83 \cdot 0,965 \cdot 0,99 \cdot 0,99 = 109,55 \text{ Вт};$$

Знайдемо крутні моменти на всіх валах привода:

$$T_i = \frac{P_i}{\omega_i}; \quad (1.21)$$

$$T_1 = \frac{120}{144} = 0,8334 \text{ Нм};$$

$$T_2 = \frac{115,83}{41,1} = 2,82 \text{ Нм};$$

$$T_3 = \frac{109,55}{9,1} = 11,98 \text{ Нм};$$

Знайдені величини ККД, передатних відношень, кутових швидкостей, обертів та моментів на валах передач заносимо у відповідну Таблиця 1.1

Таблиця 1.1 Кінематичні та силові характеристики привода установки

	Вали		
	I	II	III
Передачі	Косозуба циліндрична	Прямозуба конічна	Черв'ячна
$\eta$	0,975	0,965	0,5
$u$	3,5	4,5	58
$\omega, c^{-1}$	144	41,1	9,1
$n, об/хв$	1375	392,86	87,30
$T, Н \cdot м$	0,84	2,82	11,98
$P, Вт$	120	115,83	109,55



## 1.5. РОЗРАХУНОК КОСОЗУБОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ЗУБЧАСТОЇ ПЕРЕДАЧІ

Циліндрична передача приводу знаходиться всередині редуктора і є швидкохідною за умовою завдання. Схему передачі наведено на Рисунок 1.4.

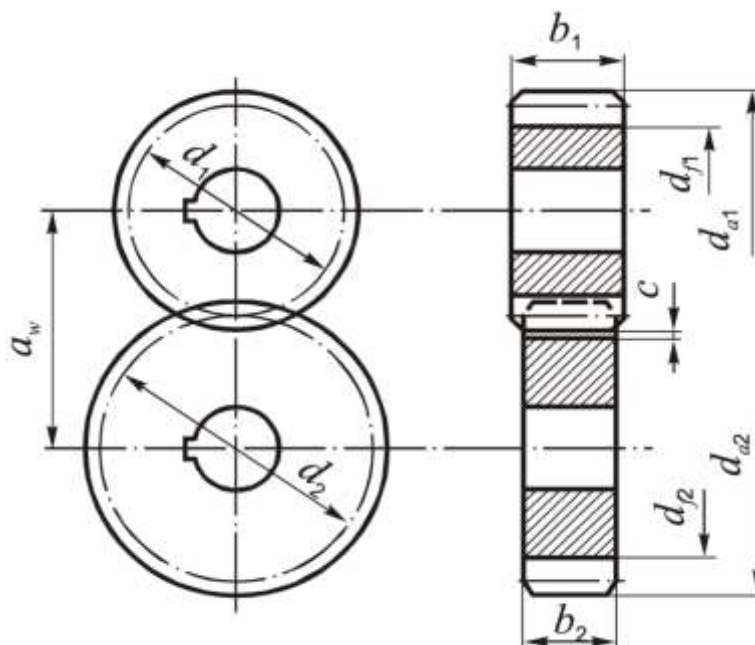


Рисунок 1.4 Схема косозубої циліндричної передачі

### 1.5.1. ВИБІР МАТЕРІАЛУ І СПОСОБУ ТЕРМООБРОБКИ

Для виготовлення шестерні та зубчатого колеса вибираємо матеріал сталь 45Х із термообробкою – поліпшення, для зубчатого колеса – сталь 45. Для шестерні твердість поверхні зубців  $H_1 = 230 \text{ HB}$ ;  $\sigma_{B1} = 850 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_{T1} = 650 \text{ МПа}$ , для колеса  $H_2 = 210 \text{ HB}$ ;  $\sigma_{B1} = 600 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_{T1} = 340 \text{ МПа}$  [1]

### 1.5.2. ПАРАМЕТРИ НАВАНТАЖЕННЯ ЗУБЧАСТОЇ ПЕРЕДАЧІ

Знайдемо максимальний обертовий момент з Таблиця 1.1 при короткочасному перевантаженні до 200% :

$$T_{2max} = 2,2 \cdot T_2 = 2,2 \cdot 2,82 = 6,204 \text{ Нм}; \quad (1.22)$$

Граничне число циклів навантаження на контактну втому і згин зубців шестерні і колеса обираємо в джерелі [1], спираючись на механічні характеристики матеріалу:

$$N_{Hlim1} = 1,2 \cdot 10^7 \text{ циклів; для HB= 230}$$

$$N_{Hlim2} = 1 \cdot 10^7 \text{ циклів; для HB= 210}$$

$$N_{Flim1} = N_{Flim2} = 4 \cdot 10^6 \text{ циклів;}$$

Вирахуємо еквівалентні числа циклів навантаження для розрахунків на контактну втому  $N_{HE}$  і втому при згині  $N_{FE}$  з врахуванням коефіцієнтів інтенсивності  $K_{HE} = 0,18$  та  $K_{FE} = 0,065$  для режиму навантаження, знайдених за допомогою таблиць [1], довговічність передачі приймаємо  $L = 20000$  год.:

$$N_{HE} = 60n \cdot L_h \cdot K_{HE} \quad (1.23)$$

$$N_{FE} = 60n \cdot L_h \cdot K_{FE} \quad (1.24)$$

$$N_{HE1} = 60 \cdot 1375 \cdot 20000 \cdot 0,18 = 2,97 \cdot 10^8 \text{ циклів;}$$

$$N_{HE2} = 60 \cdot 392,86 \cdot 20000 \cdot 0,18 = 8,49 \cdot 10^7 \text{ циклів;}$$

$$N_{FE1} = 60 \cdot 0,065 \cdot 1375 \cdot 20000 = 1,07 \cdot 10^8 \text{ циклів;}$$

$$N_{FE2} = 60 \cdot 392,86 \cdot 20000 \cdot 0,065 = 3,06 \cdot 10^7 \text{ циклів;}$$

### 1.5.3. ВИЗНАЧЕННЯ ДОПУСТИМИХ НАПРУЖЕНЬ

Границя контактної витривалості зубців шестерні і колеса визначається формулами:

$$\sigma_{Hlim1} = 2 \cdot H_1 + 70 = 2 \cdot 230 + 70 = 530 \text{ МПа;} \quad (1.25)$$

$$\sigma_{Hlim2} = 2 \cdot H_2 + 70 = 2 \cdot 210 + 70 = 490 \text{ МПа;} \quad (1.26)$$

Так як величина  $N_{HE1} > N_{Hlim1}$ , то коефіцієнт довговічності для зубців шестерні та колеса можна знайти за наступним співвідношенням [1]:

$$Z_{N1} = \sqrt[20]{\frac{N_{Hlim1}}{N_{HE1}}} = \sqrt[20]{\frac{1,2 \cdot 10^7}{2,97 \cdot 10^8}} = 0,85; \quad (1.27)$$

Для  $N_{HE2} > N_{Hlim2}$  так само отримаємо:

$$Z_{N2} = \sqrt[20]{\frac{N_{Hlim2}}{N_{HE2}}} = \sqrt[20]{\frac{1,0 \cdot 10^7}{8,49 \cdot 10^7}} = 0,90; \quad (1.28)$$

Шорсткість поверхонь зубців приймаємо  $R_a=1,25\dots0,63$ . [1] Тоді коефіцієнт  $Z_R=0,9$ . Колеса з однорідною структурою мають коефіцієнт запасу  $s_H=1,1$  [1]. Розраховуємо допустимі контактні напруження:

$$[\sigma]_H = \frac{\sigma_{Hlim} \cdot Z_R \cdot Z_N}{s_H}; \quad (1.29)$$

$$[\sigma]_{H1} = \frac{530 \cdot 0,9 \cdot 0,85}{1,1} = 369,36 \text{ МПа};$$

$$[\sigma]_{H2} = \frac{560 \cdot 0,9 \cdot 0,90}{1,1} = 360,26 \text{ МПа};$$

Так як твердість поверхні зубців нижча за 350 НВ, то розрахункове допустиме контактне напруження знаходиться за наступною формулою,:

$$[\sigma]_{HP} = 0,45([\sigma]_{H1} + [\sigma]_{H2}) = 0,45 \cdot (369,36 + 360,26) = 328,33 \text{ МПа}; \quad (1.30)$$

Перевіряємо умову для циліндричних коліс [1]:

$$[\sigma]_{HP} \leq 1,25[\sigma]_{H2} \leq 1,23 \cdot 360,26 \leq 450,3 \text{ МПа}; \quad (1.31)$$

Умова виконується.

Граничні значення напружень на витривалість при згині:

$$\sigma_{Flimb1} = 1,75H_1 = 1,75 \cdot 230 = 402,5 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{Flimb2} = 1,75H_2 = 1,75 \cdot 210 = 367,5 \text{ МПа};$$

Оскільки величини  $N_{FE1}$ ,  $N_{FE2}$  більші за граничні  $N_{Flim1} = N_{Flim2}$ , то коефіцієнт довговічності для зубців шестерні і колеса обираємо  $Y_{N1} = Y_{N2} = 1$ ; коефіцієнт запасу  $S_F = 1,8$ ; коефіцієнт, що враховує зміну напрямку навантажень  $Y_A = 0,8$ , для реверсивної передачі [1]; тоді допустимі напруження на витривалість при згині зубців:

$$[\sigma]_{F1} = \frac{\sigma_{Flimb1} \cdot Y_{N1} \cdot Y_A \cdot Y_{X1}}{S_F} = \frac{402,5 \cdot 1 \cdot 0,8 \cdot 1,05}{1,8} = 187,44 \text{ МПа}; \quad (1.32)$$

$$[\sigma]_{F2} = \frac{\sigma_{Flimb2} \cdot Y_{N2} \cdot Y_A \cdot Y_{X2}}{S_F} = \frac{367,5 \cdot 1 \cdot 0,8 \cdot 1,04}{1,8} = 170,22 \text{ МПа}; \quad (1.33)$$

Допустиме граничне контактне навантаження за умов перевантаження :

$$[\sigma]_{Hmax1} \leq 2,8\sigma_{T1} = 2,8 \cdot 650 = 1820 \text{ МПа.}$$

$$[\sigma]_{Hmax2} \leq 2,8\sigma_{T2} = 2,8 \cdot 340 = 952 \text{ МПа.}$$

Допустимі граничні напруження на згин зубців шестерні і колеса передачі при перевантаженні [1]:

$$[\sigma]_{F1max} = 2,7 \cdot H_1 = 2,7 \cdot 230 = 621 \text{ МПа};$$

$$[\sigma]_{F2max} = 2,7 \cdot H_2 = 2,7 \cdot 210 = 567 \text{ МПа}.$$

#### 1.5.4. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК ПЕРЕДАЧІ

Попередньо обираємо коефіцієнт ширини вінця рівним  $\psi_{bd} = 0,7$ . Коефіцієнти  $K_{H\beta} = 1,03$ ;  $K_d = 67,5 \text{ МПа}^{1/3}$  - в залежності від  $\psi_{bd}$  і  $HV < 350$  для косозубого зачеплення. [1]

Розрахунковий діаметр шестерні [1]:

$$d'_1 = K_d \cdot \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot K_{H\beta} \cdot (u + 1) \cdot 10^3}{u \cdot \psi_{bd} \cdot \sigma_{HP}^2}}; \quad (1.34)$$

$$d'_1 = 67,5 \cdot \sqrt[3]{\frac{0,83 \cdot 1,03 \cdot (3,5 + 1) \cdot 10^3}{3,5 \cdot 0,7 \cdot 328,33^2}} = 16,51 \text{ мм}$$

Ширина зубчастих вінців колеса:

$$b_2 = \psi_{bd} \cdot d'_1 = 0,7 \cdot 16,51 = 12 \text{ мм}; \quad (1.35)$$

Розрахункова міжосьова відстань :

$$a'_\omega = \frac{d'_1(u + 1)}{2} = \frac{16,51 \cdot (3,5 + 1)}{2} = 37,14 \text{ мм}; \quad (1.36)$$

Міжосьову відстань приймаємо рівною  $a_\omega = 40 \text{ мм}$ ; Кут нахилу зубців попередньо задаємо  $\beta = 13^\circ$ ; Число зубців шестерні  $z_1 = 17$ .

Тоді модуль зачеплення за обраними характеристиками дорівнює:

$$m'_n = \frac{d'_1 \cdot \cos\beta}{z_1} = \frac{16,51 \cdot 0,974}{17} = 0,95 \text{ мм}; \quad (1.37)$$

Керуючись стандартним рядом модулів зубців обираємо:  $m_n = 1 \text{ мм}$ .

Визначаємо сумарну кількість зубців передачі [1]:

$$z_\Sigma = \frac{2a_\omega \cdot \cos\beta}{m_n} = \frac{2 \cdot 40 \cdot 0,974}{1} = 77,92 = 78 \text{ мм} \quad (1.38)$$

Тоді кількість зубців колеса передачі  $z_2 = z_\Sigma - z_1 = 78 - 17 = 61$ .

Дійсне передатне відношення дорівнює  $u_d = \frac{z_2}{z_1} = 3,59$ . Для нього перераховуємо кут нахилу зубців  $\beta$  при обраному модулі  $m_n = 1$ :

$$\cos\beta = \frac{m(z_1 + z_2)}{2a_\omega} = \frac{1 \cdot 78}{2 \cdot 40} = 0,975; \quad (1.39)$$

Звідки кут  $\beta = 12,84^\circ$  мм.

### 1.5.5. ОБЧИСЛЕННЯ ПОПЕРЕДНІХ ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕДАЧІ

Ділильні діаметри шестерні та колеса:

$$d_{w1} = \frac{m_n \cdot z_1}{\cos\beta} = \frac{1 \cdot 17}{0,975} = 17,44 \text{ мм}; \quad (1.40)$$

$$d_{w2} = \frac{m_n \cdot z_2}{\cos\beta} = \frac{1 \cdot 61}{0,975} = 62,56 \text{ мм}. \quad (1.41)$$

Ширина зубчастих вінців (1.35):

$$b_2 = 12 \text{ мм};$$

$$b_1 = b_2 + 2 \text{ мм} = 14 \text{ мм}.$$

Колова швидкість зубчастих коліс:

$$V = 0,5 \cdot \omega_2 \cdot d_1 = 0,5 \cdot 144 \cdot 16,51 \cdot 10^{-3} = 1,26 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad (1.42)$$

Вибираємо ступінь точності  $n_{СТ} = 9$  для всіх показників точності зубчастих коліс і передачі [1]. Коефіцієнт торцевого перекриття:

$$\varepsilon_\alpha = \left[ 1,88 - 3,2 \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right] \cos\beta = \left[ 1,88 - 3,2 \left( \frac{1}{17} + \frac{1}{61} \right) \right] \cdot 0,975 = 1,60; \quad (1.43)$$

Колова сила у зачепленні коліс:

$$F_t = \frac{2 \cdot T_1}{d_{w1}} = \frac{2 \cdot 0,84 \cdot 10^3}{17,44} = 95,60 \text{ Н}. \quad (1.44)$$

### 1.5.6. РОЗРАХУНОК ПОВЕРХОНЬ ЗУБЦІВ НА КОНТАКТНУ ВИТРИВАЛІСТЬ

Для розрахунку попередньо визначимо такі коефіцієнти :

- коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів зубчастих коліс

$$Z_E = 190 \text{ МПа}^{1/2}, \text{ оскільки колесо і шестерня виготовлені із сталі [1];}$$

- коефіцієнт форми спряжених поверхонь зубців  $Z_H = 2,45 \cdot \sqrt{\cos\beta} = 2,42$  [1]

- коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній для прямозубих передач [2]

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1.60}} = 0,79; \quad (1.45)$$

- коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження між зубцями в залежності від колової швидкості та ступеня точності для косозубих передач  $K_{H\alpha} = 1,13$ ;
- коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження по ширині вінця  $K_{H\beta} = 1,03$ ;
- коефіцієнт, який враховує динамічне навантаження зубців в залежності від колової швидкості, твердості зубців колеса та ступеня точності за [2, табл.23.3] рівний  $K_{HV} = 1,02$ .

Після визначення всіх коефіцієнтів питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ht} = \frac{F_t}{b_2} K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{HV} = \frac{95,60}{12} \cdot 1,13 \cdot 1,03 \cdot 1,02 = 9,46 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}; \quad (1.46)$$

Розрахункові контактні напруження обчислюємо за формулою:

$$\sigma_H = Z_E Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_1} \cdot \frac{u+1}{u}}; \quad (1.47)$$

$$\sigma_H = 190 \cdot 2,42 \cdot 0,79 \sqrt{\frac{9,46}{17,44} \cdot \frac{3,59+1}{3,59}} = 302,79 \text{ МПа};$$

Стійкість зубців проти втомного викришування їхніх поверхонь забезпечується, через виконання умови:  $\sigma_H = 302,79 \text{ МПа} < [\sigma]_{HP} = 328,33 \text{ МПа}$ .

В момент перевантаження максимальне контактне напруження зубців:

$$\sigma_{H1max} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{1max}}{T_1}} = 302,79 \cdot \sqrt{2,2} = 449,1 \text{ МПа} < [\sigma]_{Hmax1} \quad (1.48)$$

Контактна міцність зубців при перевантаженні також забезпечується

### 1.5.7. РОЗРАХУНОК ЗУБЦІВ НА ВИТРИВАЛІСТЬ ПРИ ЗГІНІ

Для розрахунку зубців на стійкість до згину попередньо необхідно визначити наступні коефіцієнти [1,2]:

- коефіцієнти форми зубців  $Y_{F1} = 4,19$ ;  $Y_{F2} = 3,73$  [2, табл..23.5];

- коефіцієнт перекриття зубців  $Y_\varepsilon = 0,63$ ;
- коефіцієнт нахилу зубців для прямозубих передач  $Y_\beta = 0,89$ ;
- коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження між зубцями за ГОСТ 21354-87 (для косозубих передач при ступені точності  $n=9$ )  $K_{F\alpha} = 1,35$ ;
- коефіцієнт нерівномірності розподілення навантаження по ширині зубчастих вінців за  $K_{F\beta} = 1,02$  [1];
- коефіцієнт динамічного навантаження зубців в залежності від колової швидкості, твердості зубців колеса та ступеня точності за [2, табл.23.4]  $K_{FV} = 1,04$ .

Питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ft} = \frac{F_t}{b_2} K_{F\alpha} K_{F\beta} K_{FV} = \frac{95,60}{12} \cdot 1,35 \cdot 1,02 \cdot 1,04 = 11,41 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}; \quad (1.49)$$

Так як  $\frac{[\sigma]_{F1}}{Y_{F1}} < \frac{[\sigma]_{F2}}{Y_{F2}}$  подальший розрахунок робимо для шестерні [1]

Розрахункове напруження згину у зубцях шестерні та колеса:

$$\sigma_{F1} = Y_{F1} Y_\varepsilon Y_\beta \frac{\omega_{Ft}}{m_n} = 4,19 \cdot 0,63 \cdot 0,89 \cdot \frac{11,41}{1} = 26,71 \text{ МПа}; \quad (1.50)$$

Стійкість зубців до руйнування при згині забезпечується умовою:

$$\sigma_{F1} = 26,71 \text{ МПа} < [\sigma]_{F1} = 187,44 \text{ МПа}$$

При перевантаженні передачі втомна міцність на згин також забезпечується [1]:

$$\sigma_{F1max} = \sigma_{F1} \frac{T_{1max}}{T_1} = 26,71 \cdot 2,2 = 58,76 \text{ МПа}; < [\sigma]_{F1max} = 621 \text{ МПа} \quad (1.51)$$

### 1.5.8. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ЗУБЧАТОЇ ПЕРЕДАЧІ

1) Розміри елементів зубців:

а) висота головки зубця:

$$h_a = m_n = 1 \text{ мм};$$

б) висота ніжки зубця:

$$h_f = 1,25m_n = 1,25 \cdot 1 = 1,25 \text{ мм};$$

в) кут профілю зубців призначаємо:  $\alpha_n = 20^\circ$ .

2) Розміри вінців зубчастих коліс:

а) ділильні діаметри  $d_1 = 17,44$  мм;  $d_2 = 62,56$  мм;

б) діаметри вершин зубців:

$$d_{\alpha 1} = \frac{m_n(z_1 + 2)}{\cos\beta} = 1 \cdot \frac{17 + 2}{0,975} = 19,49 \text{ мм}; \quad (1.52)$$

$$d_{\alpha 2} = \frac{m_n(z_2 + 2)}{\cos\beta} = 1 \cdot \frac{61 + 2}{0,975} = 64,62 \text{ мм}; \quad (1.53)$$

в) діаметри впадин:

$$d_{f1} = d_1 - 2,5m_n = 17,44 - 2,5 \cdot 1 = 14,87 \text{ мм}; \quad (1.54)$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,5m_n = 62,56 - 2,5 \cdot 1 = 60 \text{ мм}; \quad (1.55)$$

### 1.5.9. РОЗРАХУНОК СИЛ У ЗАЧЕПЛЕННІ ПЕРЕДАЧІ

Колові сили розраховуються за формулами (1.44):

$$F_{t1} = 95,6 \text{ Н};$$

$$F_{t2} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot T_{2y}}{d_2} = \frac{2000 \cdot 2,89}{62,56} = 92,27 \text{ Н}, \quad (1.56)$$

$$\text{де } T_{2y} = \frac{T_2 \cdot u_d}{u} = \frac{2,82 \cdot 3,59}{3,5} = 2,89 \text{ Нм}.$$

Радіальні сили в зачепленні для шестерні і колеса:

$$F_{r1} = \frac{F_{t1} \cdot \operatorname{tg}\alpha_n}{\cos\beta} = \frac{95,60 \cdot \operatorname{tg}20^\circ}{0,975} = 35,69 \text{ Н} \quad (1.57)$$

$$F_{r2} = \frac{F_{t2} \cdot \operatorname{tg}\alpha_n}{\cos\beta} = \frac{92,27 \cdot \operatorname{tg}20^\circ}{0,975} = 34,45 \text{ Н} \quad (1.58)$$

Осьові сили:

$$F_{a1} = F_{t1} \cdot \operatorname{tg}\beta = 95,6 \cdot \operatorname{tg}12,84^\circ = 21,79 \text{ Н}; \quad (1.59)$$

$$F_{a2} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg}\beta = 92,27 \cdot \operatorname{tg}12,84^\circ = 21,03 \text{ Н} \quad (1.60)$$

### 1.6. РОЗРАХУНОК КОНІЧНОЇ ПРЯМОЗУБОЇ ПЕРЕДАЧІ

Конічна прямозуба передача в приводі є тихохідною передачею. Вона передає обертовий момент безпосередньо на зовнішню черв'ячну передачу привода. Схему передачі наведено на Рисунок 1.5



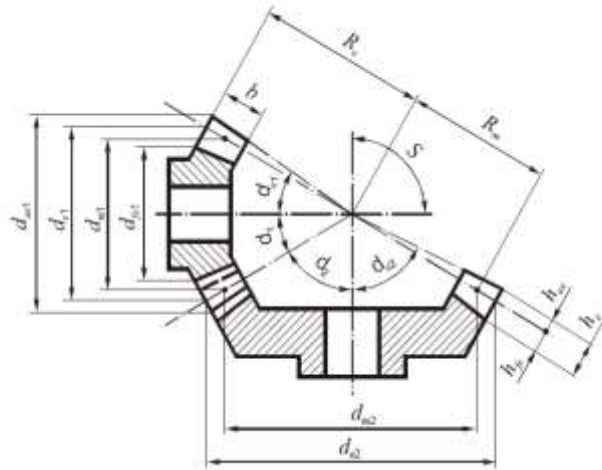


Рисунок 1.5 Схема конічної прямозубої передачі

### 1.6.1. ВИБІР МАТЕРІАЛУ І СПОСОБУ ТЕРМООБРОБКИ

Для виготовлення конічної шестерні та колеса вибираємо такі ж самі матеріали, як і для циліндричної передачі в розділі 1.5.1.

### 1.6.2. ПАРАМЕТРИ НАВАНТАЖЕННЯ ЗУБЧАСТОЇ ПЕРЕДАЧІ

Базове число циклів навантаження на контактну втому та згин зубців шестерні і колеса беремо такими ж, як і в розділі 1.5.2 для циліндричної передачі.

Виразуємо еквівалентні числа циклів навантаження для розрахунків на контактну втому  $N_{HE}$  і втому при згині  $N_{FE}$  з врахуванням коефіцієнтів інтенсивності  $K_{HE}=0,18$  та  $K_{FE}=0,065$  для режиму навантаження, знайдених з допомогою таблиць [1 табл.3.2.3],  $L=20000$  год., довговічність передачі (1.23)-(1.24):

$$N_{HE1} = 60 \cdot 392,86 \cdot 20000 \cdot 0,18 = 8,49 \cdot 10^7 \text{ циклів};$$

$$N_{HE2} = 60 \cdot 87,3 \cdot 20000 \cdot 0,18 = 1,89 \cdot 10^7 \text{ циклів};$$

$$N_{FE1} = 60 \cdot 0,065 \cdot 392,86 \cdot 20000 = 3,06 \cdot 10^7 \text{ циклів};$$

$$N_{FE2} = 60 \cdot 87,3 \cdot 20000 \cdot 0,065 = 6,81 \cdot 10^6 \text{ циклів};$$

### 1.6.3. ВИЗНАЧЕННЯ ДОПУСТИМИХ НАПРУЖЕНЬ

Визначення допустимих напружень на контактну витривалість та витривалість при згині зубців для конічної передачі майже ідентичне до розділу

1.5.3 циліндричної передачі. Наприклад, границю контактної витривалості зубців шестерні і колеса залишаємо такою ж, як в Розділі 1.5.3.

$$\sigma_{Hlim1} = 530 \text{ МПа}; \quad \sigma_{Hlim2} = 490 \text{ МПа};$$

Оскільки  $N_{HE1} > N_{Hlim1}$ ;  $N_{HE2} > N_{Hlim2}$  то коефіцієнти довговічності для зубців шестерні та колеса також розраховуємо згідно формул (1.27)-(1.28):

$$Z_{N1} = \sqrt[20]{\frac{1,2 \cdot 10^7}{8,49 \cdot 10^7}} = 0,91; \quad Z_{N2} = \sqrt[20]{\frac{1,0 \cdot 10^7}{1,89 \cdot 10^7}} = 0,97; \quad (1.61)$$

Приймаємо шорсткість поверхонь зубців  $R_a=1,25 \dots 0,63$ ; коефіцієнт  $Z_R=0,9$  [1]. Для коліс з однорідною структурою коефіцієнт запасу  $s_H=1,1$ .

Допустимі контактні напруження знаходимо за формулою (1.29):

$$[\sigma]_{H1} = \frac{530 \cdot 0,9 \cdot 0,91}{1,1} = 393,23 \text{ МПа};$$

$$[\sigma]_{H2} = \frac{560 \cdot 0,9 \cdot 0,97}{1,1} = 388,39 \text{ МПа};$$

Розрахункове допустиме контактне напруження розраховується, як і для циліндричної передачі за формулою (1.30):

$$[\sigma]_{HP} = 0,45 \cdot (393,23 + 388,39) = 351,73 \text{ МПа};$$

Перевіримо умову для конічної передачі:

$$[\sigma]_{HP} \leq 1,15[\sigma]_{H2} \leq 1,15 \cdot 388,39 \leq 446,6 \text{ МПа};$$

Умова виконується.

Граничні напруження на витривалість при згині такі ж, як і для циліндричної передачі  $\sigma_{Flimb1} = 402,5 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_{Flimb2} = 367,5 \text{ МПа}$ ;

Згідно з тим, що  $N_{FE1} > N_{Flim1}$ ,  $N_{FE2} > N_{Flim2}$ , коефіцієнт довговічності для зубців шестерні і колеса обираємо рівним  $Y_{N1} = Y_{N2} = 1$  [1]. Коефіцієнт запасу  $S_F = 1,8$ . Коефіцієнт, що враховує зміну напряду навантажень для реверсивної передачі  $Y_A = 0,8$ . Тоді допустимі напруження при згині для колеса і шестерні дорівнюють (1.32):

$$[\sigma]_{F1} = \frac{402,5 \cdot 1 \cdot 0,8 \cdot 1,05}{1,8} = 187,07 \text{ МПа};$$

$$[\sigma]_{F2} = \frac{367,5 \cdot 1 \cdot 0,8 \cdot 1,03}{1,8} = 168,36 \text{ МПа};$$

Допустиме граничне контактне навантаження при перевантаженні, як і для циліндричної, дорівнює:

$$[\sigma]_{Hmax1} \leq 1820 \text{ МПа}; \quad [\sigma]_{Hmax2} \leq 952 \text{ МПа}$$

Граничні допустимі напруження на згин при перевантаженні для зубців шестерні та колеса будуть такими ж, як і для циліндричної передачі в Розділі 1.5.3:

$$[\sigma]_{F1max} = 621 \text{ МПа}; \quad [\sigma]_{F2max} = 567 \text{ МПа}$$

#### 1.6.4. РОЗРАХУНОК ЗОВНІШНЬОГО ДІАМЕТРА КОНІЧНОЇ ШЕСТЕРНІ

Передавальне число передачі згідно Таблиця 1.1 дорівнює  $u=i=4,5$ . Попередньо беремо коефіцієнт ширини зубчастих вінців  $K_{be} = 0,2$ . Обчислюємо коефіцієнт

$$K_{ae} = \frac{K_{be}u}{2 - K_{be}} = \frac{0,2 \cdot 4,5}{2 - 0,2} = 0,50; \quad (1.62)$$

За графіком [1, рис.3.4.5а], в залежності від значення параметра  $K_{ae}$ , визначаємо коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців  $K_{H\beta} = 1,1$ . Для прямозубих передач коефіцієнт  $K_d = 101 \text{ МПа}^{1/3}$ ;  $V_H = 0,85$  – коефіцієнт, що враховує зміну міцності конічної передачі відносно циліндричної [1].

Зовнішній розрахунковий діаметр шестерні визначається з урахуванням допустимої контактної витривалості зубців за формулою:

$$d'_{e1} = K_d \sqrt{\frac{T_1 K_{H\beta} \cdot 10^3}{V_H K_{be} (1 - K_{be}) u [\sigma]_{HP}^2}}; \quad (1.63)$$

$$d'_{e1} = 101 \cdot \sqrt{\frac{2,82 \cdot 1,1 \cdot 10^3}{0,85 \cdot 0,20 \cdot (1 - 0,20) \cdot 4,5 \cdot 351,7^2}} = 34,8 \text{ мм};$$

### 1.6.5. ОБЧИСЛЕННЯ ПОПЕРЕДНІХ ЗНАЧЕНЬ ПАРАМЕТРІВ КОНІЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Вибираємо число зубців шестірні  $z_1 = 17$ , число зубців колеса  $z_2 = uz_1 = 4,5 \cdot 17 = 76,5$ . Округлюємо  $z_2 = 77$ . Тоді дійсне передатне відношення дещо зміниться і буде дорівнювати  $u_d = z_2/z_1 = 4,53$ . Модуль зубців:

$$m_e = \frac{d_{e1min}}{z_1} = \frac{34,8}{17} = 2,05 \text{ мм}; \quad (1.64)$$

Згідно з стандартним рядом беремо  $m_e = 2$  мм.

Зовнішні ділильні діаметри шестірні та колеса:

$$d'_{e1} = m_e z_1 = 2 \cdot 17 = 34 \text{ мм};$$

$$d'_{e2} = m_e z_2 = 2 \cdot 77 = 154 \text{ мм};$$

Зовнішня конусна відстань:

$$R_e = 0,5 m_e \sqrt{z_1^2 + z_2^2} = 0,5 \cdot 2 \cdot \sqrt{17^2 + 77^2} = 78,85 \text{ мм} \quad (1.65)$$

Ширина зубчастих вінців:  $b = b_1 = b_2 = K_{be} R_e = 0,2 \cdot 78,85 = 15,77$  мм

Приймаємо  $b = 16$  мм.

Середня конусна відстань:

$$R_m = R_e - 0,5b = 78,85 - 0,5 \cdot 16 = 70,85 \text{ мм}; \quad (1.66)$$

Середній модуль зубців:

$$m_m = \frac{m_e R_m}{R_e} = \frac{2 \cdot 70,85}{78,85} = 1,8 \text{ мм}; \quad (1.67)$$

Середні ділильні діаметри шестірні та колеса:

$$d_{m1} = m_m z_1 = 1,8 \cdot 17 = 30,55 \text{ мм}$$

$$d_{m2} = m_m z_2 = 1,8 \cdot 77 = 138,38 \text{ мм}$$

Кути при вершинах ділильних конусів шестірні та колеса:

$$\delta_1 = \arctg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arctg\left(\frac{17}{77}\right) = 12,45^\circ; \quad (1.68)$$

$$\delta_2 = 90^\circ - \delta_1 = 90^\circ - 12,45^\circ = 77,55^\circ; \quad (1.69)$$

Колова швидкість зубчастих коліс:

$$V = 0,5\omega_1 d_{m1} = 0,5 \cdot 41,1 \cdot 30,55 \cdot 10^{-3} = 0,63 \frac{\text{М}}{\text{с}} \quad (1.70)$$

За даними [2, табл. 22.2] виберемо 9-й ступінь точності ( $n_{\text{ст}} = 9$ ) для всіх показників точності зубчастих коліс та передачі.

Еквівалентні числа зубців конічних шестерні та колеса для прямозубих:

$$z_{1e} = \frac{z_1}{\cos \delta_1} = \frac{17}{\cos 12,45^\circ} = 17,41; \quad (1.71)$$

$$z_{2e} = \frac{z_2}{\cos \delta_2} = \frac{77}{\cos 77,55^\circ} = 357,2; \quad (1.72)$$

Коефіцієнт торцевого перекриття зубців (1.43):

$$\varepsilon_a = 1,88 - 3,2 \cdot \left( \frac{1}{17} + \frac{1}{77} \right) = 1,65;$$

Колова сила у зачепленні зубчастих коліс дорівнює:

$$F_t = F_{Ht} = F_{Ft} = \frac{2T_1}{d_{m1}} = \frac{2 \cdot 1000 \cdot 2,82}{30,55} = 184,32 \text{ Н}; \quad (1.73)$$

### 1.6.6. РОЗРАХУНОК ПОВЕРХОНЬ ЗУБЦІВ НА КОНТАКТНУ ВИТРИВАЛІСТЬ

Визначаємо питому розрахункову колову силу, попередньо визначивши всі коефіцієнти, по принципу розділу 1.5.6:

$$- Z_M = 190 \text{ МПа}^{1/2}; Z_H = 2,45 [1, \text{с.73}]$$

$$- Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{(4-\varepsilon_a)}{3}} = \sqrt{\frac{4-1,65}{3}} = 0,885;$$

$$- K_{Ha} = 1 \text{ і } K_{HV} = 1,06 \text{ за } [1, \text{табл. 3.3.9}];$$

Тоді згідно з формулою (1.46) питома розрахункова колова сила:

$$\omega_{Ht} = \frac{184,32}{16} \cdot 1 \cdot 1,1 \cdot 1,06 = 13,43 \frac{\text{Н}}{\text{мм}};$$

Розрахункове контактне напруження для конічної передачі дещо відрізняється від циліндричної, і визначається за формулою (1.74):

$$\sigma_H = Z_M Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht} \sqrt{1+u^2}}{V_H \cdot d_{m1} \cdot u}}; \quad (1.74)$$

$$\sigma_{H1} = 190 \cdot 2,45 \cdot 0,885 \cdot \sqrt{\frac{13,43 \cdot \sqrt{1 + 20,52}}{0,85 \cdot 30,55 \cdot 4,53}} = 305,96 \text{ МПа};$$

Стійкість зубців проти втомного викришування їхніх активних поверхонь забезпечується, оскільки розрахункове контактне напруження не перевищує допустиме:  $\sigma_{H1} = 305,96 \text{ МПа} < [\sigma]_{HP} = 351,73 \text{ МПа}$ .

Під час перевантаження максимальне контактне напруження дорівнює (1.48):

$$\sigma_{H1max} = 305,96 \cdot \sqrt{2,2} = 453,82 \text{ МПа} < [\sigma]_{Hmax1};$$

Контактна міцність зубців при перевантаженні забезпечується.

### 1.6.7. РОЗРАХУНОК ЗУБЦІВ НА ВИТРИВАЛІСТЬ ПРИ ЗГІНІ

Визначаємо попередньо коефіцієнти, подібно до розділу 1.5.8 [1,2]:

- коефіцієнти форми зубців  $Y_{F1} = 4,25$ ;  $Y_{F2} = 3,75$ ; [2, табл.23.5];
- коефіцієнт перекриття зубців  $Y_\varepsilon$  рівний 1;
- коефіцієнт  $K_{F\alpha} = 1$  за ГОСТ 21354-87;
- $K_{F\beta} = 1,15$  і  $K_{FV} = 1,11$  знаходимо в [1]

Питома розрахункова колова сила (1.49):

$$\omega_{Ft} = \frac{184,32}{16} \cdot 1 \cdot 1,15 \cdot 1,11 = 14,71 \frac{\text{Н}}{\text{мм}};$$

Так як  $\frac{[\sigma]_{F1}}{Y_{F1}} < \frac{[\sigma]_{F2}}{Y_{F2}}$  подальший розрахунок робимо для шестерні [1].

Розрахункове напруження на витривалість при згині у зубцях шестерні кінчної передачі визначимо:

$$\sigma_{F1} = Y_{F1} \frac{\omega_{Ft}}{V_H \cdot m_n} = 4,25 \cdot \frac{14,71}{0,85 \cdot 1,8} = 40,91 \text{ МПа};$$

Стійкість зубців шестерні проти втомного руйнування при згині забезпечується:  $\sigma_{F1} = 40,91 \text{ МПа} < [\sigma]_{F1} = 187,07 \text{ МПа}$ .

Максимальні напруження при згині за умов перевантаження встановлюємо за формулою (1.51):

$$\sigma_{F1max} = 40,91 \cdot 2,2 = 90 \text{ МПа};$$

Міцність зубців на згин при дії максимального навантаження також забезпечується, бо максимальні розрахункові напруження менші, ніж граничні напруження:  $\sigma_{F1max} = 90 \text{ МПа} < [\sigma]_{F1max} = 621 \text{ МПа}$ .

### 1.6.8. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ КОНІЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Визначимо необхідні розміри елементів зубців:

а) висота головки зубця:

$$h_{ae} = m_n = 2 = 2 \text{ мм};$$

б) висота ніжки зубця:

$$h_{fe} = h_{ae} + 0,2m_n = 2 + 0,2 \cdot 2 = 2,04 \text{ мм}; \quad (1.75)$$

в) зовнішня висота зубця

$$h_e = h_{ae1} + h_{fe} = 2 + 2,04 = 4,04 \text{ мм}; \quad (1.76)$$

г) кут профілю зубців:  $\alpha_n = 20^\circ$ .

Розміри вінців зубчастих коліс:

а) зовнішні ділильні діаметри  $d_{e1} = 34 \text{ мм}; d_{e2} = 154 \text{ мм};$

б) діаметри вершин зубців:

$$d_{\alpha e} = d_e + 2m_e \cos \delta; \quad (1.77)$$

$$d_{\alpha e1} = 34 + 2 \cdot 2 \cdot \cos 12,45^\circ = 37,91 \text{ мм};$$

$$d_{\alpha e2} = 154 + 2 \cdot 2 \cdot \cos 77,55^\circ = 154,86 \text{ мм};$$

в) діаметри впадин:

$$d_{fe} = d_e - 2,5m_e \cos \delta; \quad (1.78)$$

$$d_{fe1} = 34 - 2,5 \cdot 2 \cdot \cos 12,45^\circ = 29,31 \text{ мм};$$

$$d_{fe2} = 154 - 2,5 \cdot 2 \cdot \cos 77,55^\circ = 152,97 \text{ мм}.$$

г) кути головки та ніжки зубців:

$$\operatorname{tg}(\theta_a) = \frac{h_{ae2}}{R_e}; \quad (1.79)$$

$$\operatorname{tg}(\theta_a) = \frac{2}{78,85} = 0,0254;$$

$$\operatorname{tg}(\theta_f) = \frac{2,04}{78,85} = 0,0259;$$

Звідси знаходимо кути:  $\theta_a = 1,45^\circ$ ;  $\theta_f = 1,48^\circ$ ;

д) Кути конуса вершин зубців шестірні та колеса:

$$\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_a = 12,45 + 1,45 = 13,90^\circ; \quad (1.80)$$

$$\delta_{a2} = \delta_2 + \theta_a = 77,55 + 1,45 = 79^\circ; \quad (1.81)$$

е) Кути конуса впадин:

$$\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_f = 12,45 - 1,48 = 10,97^\circ; \quad (1.82)$$

$$\delta_{f2} = \delta_2 - \theta_f = 77,55 - 1,48 = 76,07^\circ; \quad (1.83)$$

### 1.6.9. РОЗРАХУНОК СИЛ У ЗАЧЕПЛЕННІ ПЕРЕДАЧІ

Визначаємо колові сили, що діють на колесо та шестерню за формулою (1.73) і (1.57):

$$F_{t1} = 184,32 \text{ Н};$$

$$T_{2y} = \frac{11,98 \cdot 4,53}{4,5} = 12,06 \text{ Нм};$$

$$F_{t2} = \frac{2000 \cdot 12,06}{138,38} = 174,33 \text{ Н};$$

Радіальні сили, що діють на шестерню та на колесо:

$$F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha_n \cos \delta; \quad (1.84)$$

$$F_{r1} = 184,32 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \cos 12,45^\circ = 65,51 \text{ Н};$$

$$F_{r2} = 174,33 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \sin 12,45^\circ = 13,68 \text{ Н};$$

і осьові сили на шестерні та колесі:

$$F_{a1} = F_{t1} \operatorname{tg} \alpha_n \sin \delta_1 = 184,32 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \sin 12,45^\circ = 14,46 \text{ Н}; \quad (1.85)$$

$$F_{a2} = F_{t2} \operatorname{tg} \alpha_n \cos \delta_1 = 184,32 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \cos 12,45^\circ = 61,96 \text{ Н}; \quad (1.86)$$

## 1.7. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ ШВИДКОХІДНОГО ВАЛА

Так як швидкохідний вал – це вал-шестерня, то матеріал для його виготовлення має відповідати матеріалу для циліндричної шестерні, тобто Сталь 45Х, механічні характеристики для якої були визначені в Розділі 1.5.1. Додатково розглянемо граничне допустиме значення дотичних напружень  $[\tau] = 25 \text{ МПа}$  [1].



З умови міцності на чисте кручення визначимо мінімальний допустимий діаметр валу, тобто діаметр вихідного кінця:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}}; \quad (1.87)$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 833,4}{\pi \cdot 25}} = 5,50 \text{ мм};$$

З конструктивних міркувань діаметр  $d = 9$  мм; діаметр під підшипники  $d_{\text{п}} = 12$  мм. Довжини ділянок вибираємо за рекомендаціями [1] під час компоновки редуктора. Отримали:

$$L_1 = 42,3 \text{ мм}; L_2 = 27 \text{ мм}; L_3 = 23 \text{ мм}.$$

Повна довжина всього валу дорівнюватиме:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 = 42,3 + 27 + 23 = 92,3 \text{ мм};$$

Для опор валу застосовуємо кулькові радіальні однорядні підшипники особливо легкої серії 101 за ГОСТ 8338-75.

## 1.8. РОЗРАХУНОК ПРОМІЖНОГО ВАЛА

### 1.8.1. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ ВАЛА

Матеріал валу обираємо наступний: Ст 5, для якої  $\sigma_B = 540$  МПа;  $\sigma_T = 320$  МПа;  $[\tau] = 25$  МПа,  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

З умови міцності на чисте кручення визначимо мінімальний допустимий діаметр валу - це діаметр вихідного кінця (1.87):

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2820}{\pi \cdot 25}} = 8,31 \text{ мм};$$

З конструктивних міркувань беремо  $d = 15$  мм.

$d_{\text{п}} = 15$  мм - діаметр під підшипники. Під циліндричне колесо беремо діаметр 18 мм. Довжини ділянок встановлюємо за рекомендаціями [1] під час компоновки редуктора. Отримали:

$$L_1 = 26,5 \text{ мм}; L_2 = 23,5 \text{ мм}; L_3 = 21,73 \text{ мм}$$

Повна довжина всього валу дорівнюватиме:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 = 26,5 + 23,5 + 21,73 = 71,73 \text{ мм}$$

### 1.8.2. ПЕРЕВІРКА СТАТИЧНОЇ МІЦНОСТІ ВАЛА

Для перевірки валу на міцність прикладаємо всі сили, що діють в передачах:

$$F_{t1} = 92,27 \text{ Н}, F_{t2} = 184,32 \text{ Н} - \text{колові сили};$$

$$F_{r1} = 34,45 \text{ Н}, F_{r2} = 65,51 \text{ Н} - \text{радіальні сили};$$

$$F_{a1} = 21,03 \text{ Н}, F_{a2} = 14,46 \text{ Н} - \text{осьові сили}.$$

Розрахункова схема швидкохідного валу наведена на Рисунок 1.6.

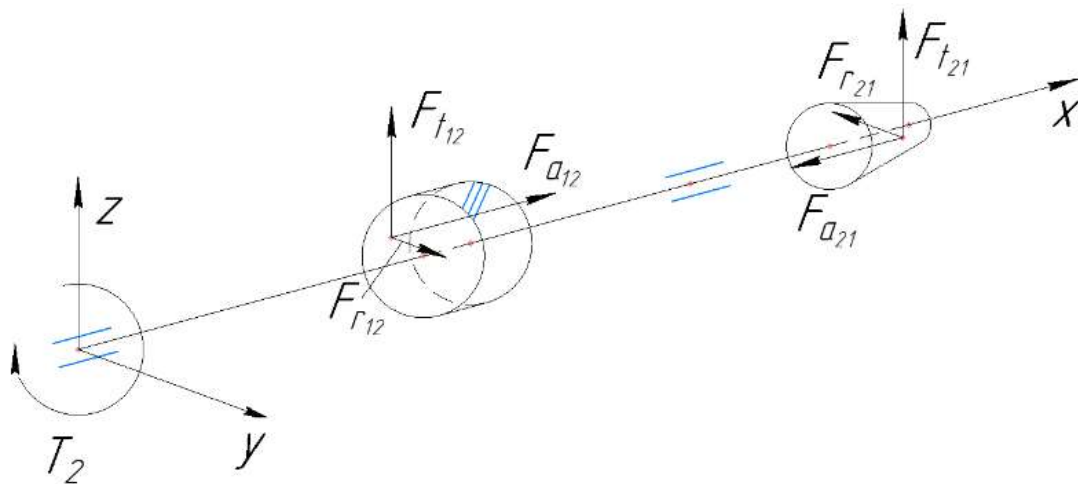


Рисунок 1.6 Розрахункова схема проміжного валу

Величини згинальних моментів від дії сили  $F_{a1}$ :

$$M_{a1} = F_{a1} \frac{d_{m2}^{\text{ц}}}{2} = 21,03 \cdot \frac{62,56}{2} = 657,84 \text{ Нмм};$$

$$M_{a2} = F_{a2} \frac{d_{m1}^{\text{к}}}{2} = 14,46 \cdot \frac{30,55}{2} = 220,93 \text{ Нмм};$$

Далі запишемо рівняння рівноваги в двох площинах (YOX і ZOX), знайдемо реакції опор в підшипниках та рівняння моментів на відповідних ділянках:

У YOX площині рівняння рівноваги:

$$\sum Y_i = F_{r1} + R_A + R_C - F_{r2} = 0; \quad (1.88)$$

$$\sum M_{Ai} = F_{r1}L_1 + R_C(L_2 + L_1) + M_{a1} + M_{a2} - F_{r2}L = 0; \quad (1.89)$$

Визначаємо реакції опор, підставивши в (1.88)-(1.89) величини сил:

$$R_C = \frac{-34,45 \cdot 26,5 - 657,84 - 220,93 + 65,51 \cdot 71,73}{50} = 58,15 \text{ Н}$$

$$R_A = 65,51 - 58,15 - 34,45 = -27,08 \text{ Н}$$

Запишемо рівняння моментів для кожної ділянки валу:

Ділянка А-В ( $0 \leq x \leq L_1$ ):  $M_{AB} = R_A \cdot x$ ;

$$M_{ABmax} = M_Z^B = -717,73 \text{ Нмм};$$

Ділянка В-С ( $0 \leq x \leq L_2$ ):  $M_{BC} = R_A \cdot (x + L_1) - M_{a1} + F_{r1} \cdot x$ ;

$$M_{BCmax} = M_Z^B = -1375,57 \text{ Нмм};$$

$$M_{BCmin} = M_Z^C = -1202,58 \text{ Нмм};$$

Ділянка С-Д ( $0 \leq x \leq L_3$ ):  $M_{DC} = -F_{r1} \cdot x + M_{a2}$ ;

$$M_Z^D = M_{a2} = 220,93 \text{ Нмм};$$

$$M_Z^C = -1202,58 \text{ Нмм};$$

В т. В виникає «стрибок» на величину моменту  $M_{a1}$ , в т. Д – на величину  $M_{a2}$ .

Будуємо епюри згинальних моментів в площині YOХ по розрахованим значенням (Рисунок 1.7).

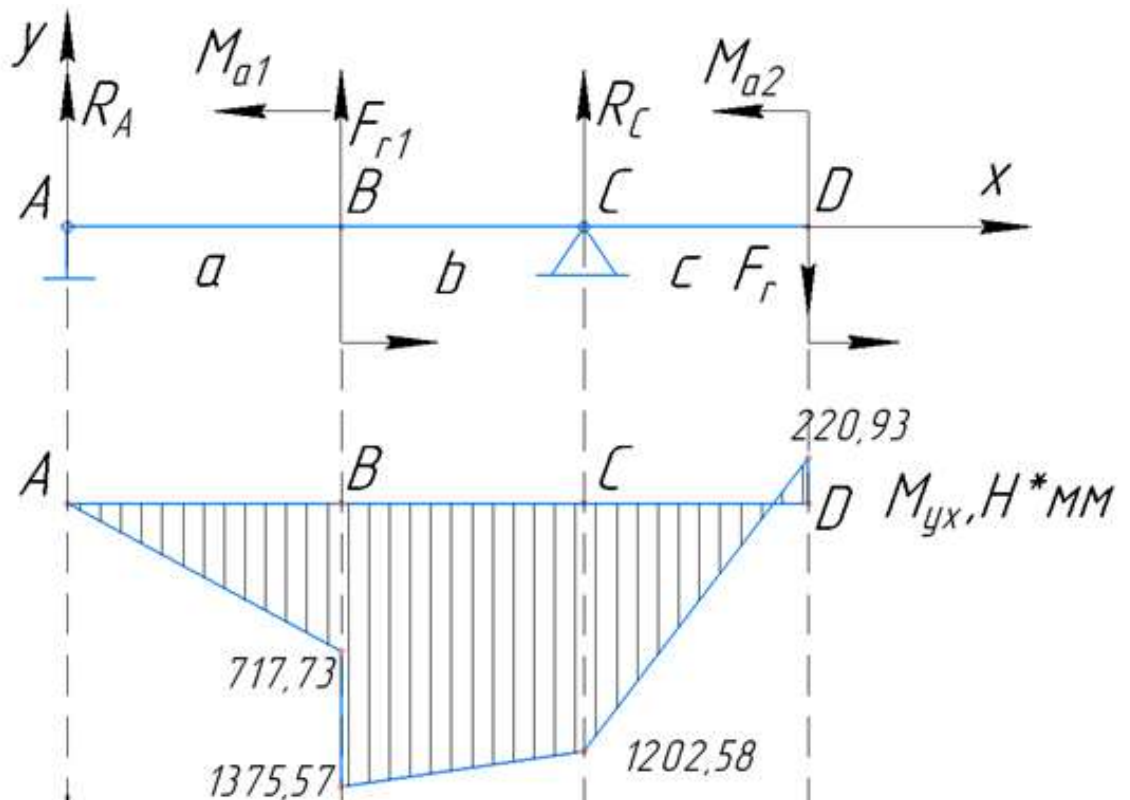


Рисунок 1.7 Епюри згинальних моментів в площині YOХ

У ZOX площині рівняння рівноваги:

$$\sum Z_i = R_C + F_{t1} + R_A + F_{t2} = 0; \quad (1.90)$$

$$\sum M_{Ai} = R_C(L_2 + L_1) + F_{t1}L_1 + F_{t2}L = 0; \quad (1.91)$$

Реакції опор з рівнянь (1.90)-(1.91):

$$R_C = \frac{-92,27 \cdot 26,5 - 184,3 \cdot 71,73}{50} = -313,33 \text{ Н};$$

$$R_A = 313,33 - 92,27 - 184,3 = 36,74 \text{ Н};$$

Тоді рівняння і значення моментів на ділянках в даній площині:

Ділянка А-В ( $0 \leq x \leq L_1$ ):  $M_{AB} = R_A \cdot x$ ;

$$M_{ABmax} = M_y^B = 973,51 \text{ Нмм};$$

Ділянка D-C ( $0 \leq x \leq L_3$ ):  $M_{DC} = F_{t2} \cdot x$ ;

$$M_y^D = 0 \text{ Нмм}; M_y^C = 4005,23 \text{ Нмм};$$

Будуємо епюри згинальних та крутних моментів в площині ZOX по розрахованим значенням (Рисунок 1.8)

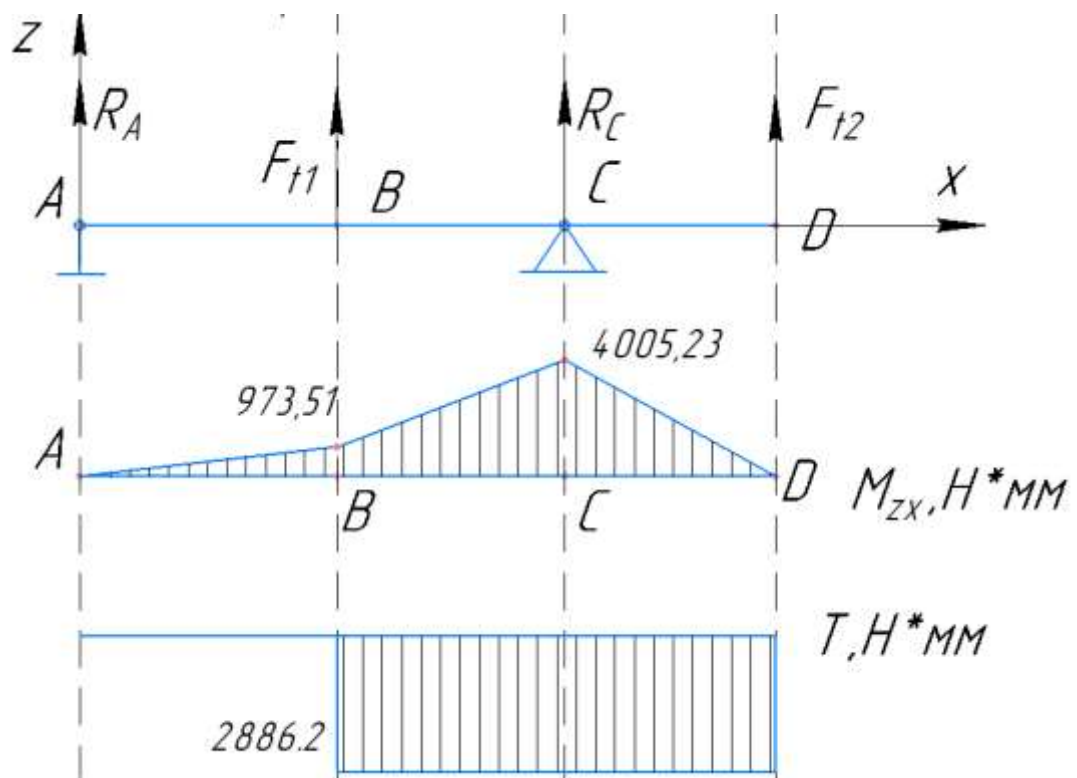


Рисунок 1.8 Епюри згинальних та крутних моментів в площині ZOX

Загальні згинальні моменти в перерізах В і С з урахуванням двох площин:

$$M_B = \sqrt{(M_y^B)^2 + (M_z^B)^2} = \sqrt{(-1375,6)^2 + 973,5^2} = 1685,2 \text{ Нмм}$$

$$M_C = \sqrt{(M_y^C)^2 + (M_z^C)^2} = \sqrt{(-1202,6)^2 + 4005,23^2} = 4181,88 \text{ Нмм}$$

Так як крутні моменти у перерізах В і С валу однакові, а згинальний момент у перерізі С більший, то перевірку міцності необхідно виконувати саме для перерізу С. Номінальні напруження в перерізі С:

$$\sigma_{зг} = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{32 \cdot 4181,88}{3,14 \cdot 15^3} = 12,62 \text{ МПа}; \quad (1.92)$$

$$\sigma_c = \frac{4F_{a1}}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 21,03}{3,14 \cdot 15^2} = 0,12 \text{ МПа}; \quad (1.93)$$

$$\tau = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3} = \frac{16 \cdot 2820}{3,14 \cdot 15^3} = 4,25 \text{ МПа}; \quad (1.94)$$

За III-м критерієм міцності визначаємо еквівалентні напруження:

$$\sigma_{екв} = \sqrt{(\sigma_{зг} + \sigma_c)^2 + 4\tau^2} = \sqrt{(12,62 + 0,12)^2 + 4 \cdot 4,25^2} = 15,31 \text{ МПа}; \quad (1.95)$$

Допустиме еквівалентне напруження:

$$[\sigma]_{екв} = 0,8\sigma_T = 0,8 \cdot 540 = 256 \text{ МПа}; \quad (1.96)$$

Максимальне еквівалентне напруження при короткому перевантаженні:

$$\sigma_{екв}^{max} = \sigma_{екв} R_{II} = 35,53 \cdot 2,2 = 33,69 \text{ МПа} \leq [\sigma]_{екв} \quad (1.97)$$

Умова статичної міцності виконується.

### 1.8.3. РОЗРАХУНОК ВАЛА НА ВИТРИВАЛІСТЬ

Границя втоми матеріалу валу для симетричного циклу:

$$\sigma_{-1} = 0,45\sigma_B = 0,45 \cdot 540 = 243 \text{ МПа}; \quad (1.98)$$

$$\tau_{-1} = 0,25\sigma_B = 0,25 \cdot 540 = 135 \text{ МПа}; \quad (1.99)$$

Моменти опору в небезпечному перерізу валу:

$$W_{OH} = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{3,14 \cdot 15^3}{32} = 331,34 \text{ мм}^3; \quad (1.100)$$

$$W_{PH} = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{3,14 \cdot 15^3}{16} = 662,68 \text{ мм}^3; \quad (1.101)$$

Амплітуди нормальних і дотичних напружень:

$$\sigma_a = \frac{M}{W_{OH}} = \frac{4181,88}{331,34} = 12,62 \text{ МПа}; \quad (1.102)$$

$$\tau_a = \frac{T}{W_{PH}} = \frac{2820}{662,68} = 4,25 \text{ МПа}; \quad (1.103)$$

Середнє значення нормальних та дотичних напружень:

$$\sigma_m = \frac{4F_{a1}}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 21,03}{3,14 \cdot 15^2} = 0,12 \text{ МПа}; \quad (1.104)$$

$$\tau_m = \tau_a = 4,25 \text{ МПа};$$

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень для даного валу вибираємо за таблицями [2, табл.31.1]:  $K_\sigma = 1,81$ ,  $K_\tau = 1,4$ ;

Коефіцієнти чутливості матеріалу валу до симетрії циклу напружень визначаємо за формулами:

$$\psi_\sigma = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_B = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 540 = 0,128; \quad (1.105)$$

$$\psi_\tau = 0,5\psi_\sigma = 0,5 \cdot 0,128 = 0,064;$$

Коефіцієнт, який враховує вплив абсолютних розмірів перерізу валу [2]  $K_d = 0,93$ . Коефіцієнти запасу міцності за нормальними і дотичними напруженнями:

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_\sigma \sigma_a}{K_d} + \psi_\sigma \sigma_m} = \frac{243}{\frac{1,81 \cdot 12,62}{0,93} + 0,128 \cdot 0,12} = 9,89; \quad (1.106)$$

$$S_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_\tau \tau_a}{K_d} + \psi_\tau \tau_m} = \frac{135}{\frac{1,4 \cdot 4,25}{0,93} + 0,064 \cdot 4,25} = 20,25; \quad (1.107)$$

Сумарний коефіцієнт запасу визначаємо за співвідношенням:

$$S = \frac{S_\sigma S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} = \frac{9,89 \cdot 20,25}{\sqrt{9,89^2 + 20,25^2}} = 8,88; \quad (1.108)$$

Загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності не перевищує допустимого  $S = 8,88 > [S]_{min} = 2,5$ , отже витривалість вала у перерізі забезпечується.

### 1.8.4. РОЗРАХУНОК ВАЛУ НА ЖОРСТКІСТЬ

Для розрахунку прогину та повороту перерізу використаємо метод Верещагіна. Моменти інерції небезпечного перерізу С:

$$I_C = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 15^4}{64} = 2485,05 \text{ мм}^4; \quad (1.109)$$

Формула Верещагіна:

$$w^B = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\omega_i \cdot M_{c1}}{E \cdot I_C}; \quad (1.110)$$

$$\theta^C = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\omega_i \cdot M_{c2}}{E \cdot I_C}. \quad (1.111)$$

де  $\omega_i$  – площі епюр моментів,  $M_{c1,2}$  – моменти від одиничного навантаження в точках, які відповідають центрам мас відповідних площ  $\omega_i$ .

В нашому випадку одиничну силу  $X_1$  прикладаємо до перерізу В, одиничний момент  $X_2$  – в опорі С. Отримуємо відповідні реакції :

Від  $X_1$  -  $R_A = -0,47H$ ,  $R_C = -0,53 H$ ;

Від  $X_2$  -  $R_A = 0,020 H$ ,  $R_C = -0,020 H$ .

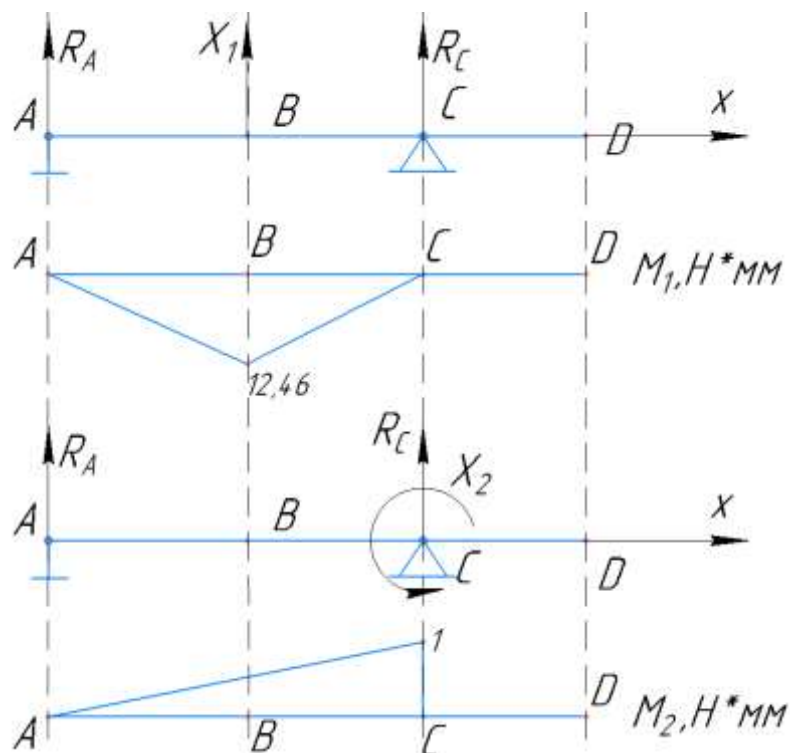


Рисунок 1.9 Епюри від одиничного навантаження

У YOX площині маємо:

$$w_y^B = \frac{9509,9 \cdot 8,303 + 28260,63 \cdot 6,2275 + 2032,63 \cdot 8,303}{2 \cdot 10^5 \cdot 2485,05} = 5,47 \cdot 10^{-4} \text{ мм};$$

$$\theta_y^C = \frac{-9509,9 \cdot 0,35 - 28260,63 \cdot 0,76 - 2032,63 \cdot 0,687}{2 \cdot 10^5 \cdot 2485,05} = -5,31 \cdot 10^{-5} \text{ rad};$$

У ZOX площині маємо:

$$w_z^B = \frac{-12899 \cdot 8,303 + 22877,485 \cdot 6,22275 + 35622,7 \cdot 4,14}{2 \cdot 10^5 \cdot 2485,05} = -8 \cdot 10^{-4} \text{ мм};$$

$$\theta_z^C = \frac{12899 \cdot 0,353 + 22877,485 \cdot 0,765 + 35622,7 \cdot 0,843}{2 \cdot 10^5 \cdot 2485,05} = 1,05 \cdot 10^{-4} \text{ rad};$$

Обчислимо повні переміщення та кути повороту перерізів:

$$w_B = \sqrt{(w_y^B)^2 + (w_z^B)^2} = 0,0010 \text{ мм}; \quad (1.112)$$

$$\theta_C = \sqrt{(\theta_y^C)^2 + (\theta_z^C)^2} = 1,17 \cdot 10^{-4} \text{ rad}; \quad (1.113)$$

Допустимий прогин валу  $[w] = 0,01 \text{ м} = 0,01 \text{ мм}$ ;

$$w_B = 0,0010 \text{ мм} \leq [w] = 0,01 \text{ мм};$$

Умова жорсткості виконується.

$$\theta_C = 1,17 \cdot 10^{-4} \text{ rad} < [\theta] = 0,01 \text{ rad};$$

Умова жорсткості виконується.

## 1.9. ОБГРУНТУВАННЯ ВИБОРУ ПІДШИПНИКІВ НА ПРОМІЖНОМУ ВАЛУ

Для проміжного валу редуктора процедура підбору підшипників кочення починається з розрахунку реакцій опор А і С, в які встановлюються підшипники:

$$R_A = \left| \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} \right| = \left| \sqrt{27,08^2 + 36,74^2} \right| = 45,64 \text{ Н} \quad (1.114)$$

$$R_C = \sqrt{R_{Cy}^2 + R_{Cz}^2} = \sqrt{58,15^2 + 313,33^2} = 318,68 \text{ Н} \quad (1.115)$$

Осьове навантаження валу  $F_a = 21,03 \text{ Н}$ ; діаметр цапфи валу під підшипники  $d_n = 15$ ; кутова швидкість обертання валу  $\omega = 41,1 \text{ с}^{-1}$ , потрібна



довговічність підшипників  $L_h = 10000$  год., при їх 90% надійності, типовий режим навантаження валу – середній нормальний (СН), короткочасне перевантаження до 150%, робоча температура підшипників до 50°C. В перерізі С (оскільки загальна реакція цієї опори є найбільшою):

$$\frac{F_a}{R_c} = \frac{21,03}{318,68} = 0,066 \leq 0,35 \quad (1.116)$$

Для опор валу застосовуємо кулькові радіальні однорядні підшипники легкої серії 202 за ГОСТ 8338-75 для яких:  $C_0 = 3550$  Н;  $C_r = 7800$  Н.

### 1.9.1. РОЗРАХУНОК ДОВГОВІЧНОСТІ ПІДШИПНИКА

Для подальшого розрахунку довговічності підшипників необхідно визначити еквівалентне навантаження на нього. Для середнього нормального режиму навантаження коефіцієнт інтенсивності:  $K_e = 0,63$ . Згідно з умови роботи підшипника, обираємо наступні коефіцієнти:  $V = 1$  – з причини обертання внутрішнього кільця підшипника;  $K_\sigma = 1,5$  – коефіцієнт безпеки при короткочасних перевантаженнях до 150%,  $K_T = 1$  – температурний коефіцієнт при роботі підшипників до 50°C; параметр осьового навантаження  $e=0,26$  та  $X = 1, Y = 0$  за каталогом.[2]

Розрахункова дія еквівалентного навантаження на опори підшипника дорівнює:

$$R = (XVR_B + YF_a)K_\sigma K_T = (1 \cdot 1 \cdot 318,68 + 0 \cdot 21,03) \cdot 1,5 \cdot 1 = 478 \text{ Н} \quad (1.117)$$

$$R_e = K_e R = 0,63 \cdot 478,02 = 301,15 \text{ Н} \quad (1.118)$$

Для 90%-ї надійності підшипника встановлюємо коефіцієнт  $a_1 = 1$ , при звичайних умовах експлуатації серійних кулькових радіальних підшипників коефіцієнт  $a_{23} = 0,7$ . [2]

Розрахунковий ресурс підшипників в млн. об:

$$L = a_1 a_{23} \left( \frac{C_r}{R_e} \right)^p = 1 \cdot 0,7 \cdot \left( \frac{7800}{301,15} \right)^3 = 12162,8 \text{ млн. об} \quad (1.119)$$

Тут показник  $p = 3$  обраний для кулькових радіальних підшипників.

Розрахункова довговічність підшипника, год.:

$$L_h = \frac{1745L}{\omega} = \frac{1745 \cdot 12162,8}{41,1} = 515899,3 \text{ год} \quad (1.120)$$

Попередньо вибраний підшипник серії 202 для опори С вала має довговічність більшу від заданої потрібної. З цього випливає, що він цілком задовольняє наші потреби в небезпечному перерізі. Також і для опори А обираємо дану серію підшипників.

### 1.10. ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ ТИХОХІДНОГО ВАЛА

Матеріал тихохідного валу обираємо з міркувань міцності та економічної вигідності: Ст 5, для якої  $\sigma_B = 540$  МПа;  $\sigma_T = 320$  МПа;  $[\tau] = 25$  МПа,  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа. [1]

З умови міцності на чисте кручення визначимо мінімальний допустимий діаметра валу - це діаметр вихідного кінця (1.87):

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 11980}{\pi \cdot 25}} = 13,38 \text{ мм};$$

З конструктивних міркувань задаємо  $d = 20$  мм. Діаметр під підшипники дорівнює  $d_{\text{п}} = 25$  мм. Довжини ділянок вибираємо за рекомендаціями [1] під час компоновки редуктора. Отримуємо:

$$L_1 = 54,32 \text{ мм}; L_2 = 52,38 \text{ мм}; L_3 = 57 \text{ мм}$$

Повна довжина всього валу дорівнюватиме:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 = 54,32 + 52,38 + 57 = 164,2 \text{ мм}$$

Для опор валу застосовуємо кулькові радіальні однорядні підшипники легкої серії 205 за ГОСТ 8338-75.

### ВИСНОВОК

Результатами розділу є обраний електродвигун приводу, спроектовані і розраховані передачі циліндрично-конічного редуктора та передача гвинт-гайка. Спроектовані 3 вали редуктора, обґрунтовано вибір підшипників до кожного з них. Окремо розрахований на міцність, жорсткість та витривалість проміжний вал.

## 2. КОРЕГУВАННЯ ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

### 2.1. МЕТА КОРЕГУВАННЯ

Розглядається циліндрична косозуба передача, яка входить до складу редуктора привода установки 1246P, і чий геометричні розміри були отримані в розділі 1 дипломної роботи. На етапі проектування передачі в розділі 1.5 розглядаємо виготовлення шестерні і колеса без зміщення інструменту. При цьому показники якості зачеплення не розраховуються. Завдання розділу полягає в тому, щоб провести перевірку показників якості спроектованої передачі, та, якщо необхідно, провести корегування зубців шестерні і колеса, зберігаючи міжосьову відстань, модуль і кількість зубців колеса і шестерні.

Спираючись на отримані показники якості зачеплення, необхідно спроектувати оптимальну передачу, підібравши більш раціональні значення коефіцієнтів зміщення.

### 2.2. ВИБІР КОЕФІЦІЄНТІВ ЗМІЩЕННЯ

В роботі спираємося на наступні показники якості зачеплення [4]:

- коефіцієнт торцевого перекриття  $\varepsilon_{\alpha}$ ;
- коефіцієнт питомого ковзання  $\lambda$ ;
- коефіцієнт питомого тиску  $\theta$ .

Завдяки коефіцієнту торцевого перекриття  $\varepsilon_{\alpha}$  контролюється умова неперервного зачеплення передачі. Для косозубої передачі, що розглядається будемо мати обмеження  $\varepsilon_{\alpha} \geq 1$ . Коефіцієнт питомого ковзання характеризує ступінь ковзання коліс у процесі зачеплення.[4] Для отримання необхідного результату корегування у програмі PROF-Z потрібно визначити такі коефіцієнти зміщення шестерні і колеса при яких значення коефіцієнтів питомого ковзання шестерні і колеса ідентичні в межах похибки (позначені як « $\lambda_1$ » та « $\lambda_2$ »). Коефіцієнт питомого тиску  $\theta$  враховує вплив кривини профілів зубців на контактні напруження. Для збереження міжосьової відстані коефіцієнти зміщення мають

бути рівними за модулем і протилежні за знаками. Вони мають лежати в певних межах і бути не меншими за  $x_{min}$  - граничне значення, при якому ще відсутнє підрізання ніжки зубця, і не більшими за коефіцієнт, при якому починається надмірне загострення зубця, може призвести до недопустимого зменшення його міцності у вершині в момент першого контакту. Останній фактор під час корегування додатково контролюється за допомогою коефіцієнту товщини зубця у вершині  $s_\alpha$ . Граничні значення для термообробки поліпшення і ступеня точності виготовлення передачі  $n_{ст} = 9$  дорівнюють  $s_\alpha \geq 0,25 \dots 0,3$ . [4].

### 2.2.1. ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ НЕКОРЕГОВАНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Розрахунок параметрів передачі в програмі PROF-Z без корегування проводимо за наступним алгоритмом [4]:

1. В програмі вводимо початкові дані:

Число зубців шестерні  $z1 = 17$

Число зубців колеса  $z2 = 61$

Модуль зачеплення  $m = 1$

Кут нахилу лінії зубця  $\beta = 12,84^\circ$

Міжосьова відстань  $a_w = 40$  мм.

2. Задаємо діапазон зміни  $x_1$  в межах від 0 до 0.

Отримані дані записуємо в Таблиця 2.1.

Таблиця 2.1 Параметри з'єднання за нульового зміщення

x1	x2	sa1	sa2	ea	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\theta$
0	0	0,689	0,792	1,595	7,345	0,325	0,43

Для колеса і шестерні було вибрано матеріал сталь 45 з термообробкою – поліпшення. При нульовому зміщенні значення коефіцієнту товщини зубця становлять  $s_\alpha = 0,689$  – для шестерні та  $s_\alpha = 0,792$  – для колеса, тобто більші за граничні значення, встановлені в розділі 2.2, що задовольняє умову не загострення зубців. Коефіцієнт перекриття при нульовому зміщенні дорівнює  $\varepsilon_\alpha = 1,595 > [\varepsilon_\alpha] = 1$ , що відповідає умові неперервного зачеплення. Проте коефіцієнти ковзання  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$  не рівні ( $\lambda_1 = 7,345$ ;  $\lambda_2 = 0,325$ ), що призводить до

нерівномірного спрацювання колеса та шестерні. Далі розраховуємо параметри передачі, прийнявши коефіцієнт зміщення шестерні  $x_1 = 0$ :

Кількість зубів шестерні:  $z_1 = 17$

Число зубів колеса:  $z_2 = 61$

Модуль зачеплення:  $m = 1$

Кут нахилу лінії зуба (град):  $\beta_0 = 12.84$

Коефіцієнт зміщення шестерні:  $x_1 = 0$

Коефіцієнт зміщення колеса:  $x_2 = 0$

- **Параметри з'єднання**

- Міжосьова відстань:  $a_w = 40.000$
- Кут зачеплення (град):  $\alpha_{tw} = 20.471$
- Висота зуба:  $h_i = 2.25$
- Коефіцієнт торцевого перекриття:  $e_a = 1.595$
- Коефіцієнт тиску в полюсі:  $\theta = 0.43$

- **Параметри шестерні**

- Радіус ділильного кола:  $r = 8.718$
- Радіус початковій окружності:  $r_w = 8.718$
- Радіус кола вершин:  $r_a = 9.718$
- Радіус кола западин:  $r_f = 7.468$
- Радіус основного кола:  $r_b = 8.167$
- Коефіцієнт товщини по окружності вершин:  $s_a = 0.689$
- Коефіцієнт питомого ковзання:  $\lambda = 7.345$

- **Параметри колеса**

- Радіус ділильного кола:  $r = 31.282$
- Радіус початковій окружності:  $r_w = 31.282$
- Радіус кола вершин:  $r_a = 32.282$
- Радіус кола западин:  $r_f = 30.032$
- Радіус основного кола:  $r_b = 29.307$
- Коефіцієнт товщини по окружності вершин:  $s_a = 0.792$
- Коефіцієнт питомого ковзання:  $\lambda = 0.325$

Далі за допомогою програми визначаємо точки профілів зубців і вносимо їх у Таблиця 2.2 і Таблиця 2.3 для подальшої побудови.

Таблиця 2.2 Координати точок некорегованого профілю зубця шестерні

№	Т-д	x	y
---	-----	---	---

1	Прхд	1,3151	7,3478
2	Прхд	1,0839	7,4602
3	Прхд	0,9587	7,6243
4	Прхд	0,9014	7,7872
5	Прхд	0,8802	7,9506
6	Прхд	0,884	8,1217
7	Евлв	0,885	8,1381
8	Евлв	0,8855	8,1707
9	Евлв	0,8842	8,2193
10	Евлв	0,8796	8,2839
11	Евлв	0,8703	8,3642
12	Евлв	0,8549	8,46
13	Евлв	0,832	8,5707
14	Евлв	0,8003	8,6959
15	Евлв	0,7584	8,8349
16	Евлв	0,705	8,9872
17	Евлв	0,639	9,1519
18	Евлв	0,5591	9,3282
19	Евлв	0,4641	9,5151
20	Евлв	0,3531	9,7116

Таблиця 2.3 Координати точок некорегованого профілю зубця колеса

№	Т-д	х	у
1	Прхд	1,4815	29,9922
2	Прхд	1,2825	30,0546
3	Прхд	1,1712	30,1542
4	Прхд	1,1162	30,2409
5	Прхд	1,0857	30,3145
6	Прхд	1,0664	30,3818
7	Евлв	1,0402	30,4887
8	Евлв	1,0112	30,6002
9	Евлв	0,9794	30,7163
10	Евлв	0,9447	30,837
11	Евлв	0,9068	30,9622
12	Евлв	0,8657	31,0918

13	ЕВЛВ	0,8212	31,2258
14	ЕВЛВ	0,7733	31,364
15	ЕВЛВ	0,7217	31,5065
16	ЕВЛВ	0,6665	31,6531
17	ЕВЛВ	0,6074	31,8039
18	ЕВЛВ	0,5444	31,9586
19	ЕВЛВ	0,4772	32,1172
20	ЕВЛВ	0,4059	32,2797

### 2.2.2. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ЗКОРЕГОВАНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Отже, через нерівність коефіцієнтів ковзання, необхідно проводити корегування зачеплення. Межі зміни коефіцієнта зміщення шестерні в програмі встановлюємо від 0 до 1. Отримані дані зводимо в Таблиця 2.4.

Таблиця 2.4 Показники якості корегованого зачеплення при  $0 \leq x_1 \leq 1$

№	x1	x2	sa1	sa2	ea	$\lambda_1$	$\lambda_2$
1	0	0	0,7063	0,8119	1,5947	7,3446	0,325
2	0,1	-0,1	0,6658	0,824	1,5756	4,3525	0,3592
3	0,2	-0,2	0,6212	0,8347	1,5538	2,8855	0,3941
4	0,3	-0,3	0,5727	0,8438	1,5295	2,0142	0,4298
5	0,4	-0,4	0,5202	0,8515	1,5027	1,4366	0,4662
6	0,5	-0,5	0,4638	0,8576	1,4735	1,0255	0,5036
7	0,6	-0,6	0,4036	0,8622	1,4418	0,7177	0,5418
8	0,7	-0,7	0,3396	0,8652	1,4075	0,4786	0,5811
9	0,8	-0,8	0,2718	0,8666	1,3707	0,2873	0,6215
10	0,9	-0,9	0,2003	0,8664	1,3313	0,1307	0,6631
11	1	-1	0,1252	0,8645	1,2891	0	0,7059

Обмеження за підрізанням зубців для шестерні і колеса відповідно дорівнюють:  $x_{min1} = 0$ ;  $x_{min2} = -2,588$ . Враховуємо рекомендації і обмеження по коефіцієнту перекриття  $\varepsilon_\alpha > [\varepsilon_\alpha] = 1$  і коефіцієнтам товщини зубців  $s_\alpha \geq 0,25 \dots 0,3$  – розраховані значення задовольняють. Вирівнювання коефіцієнтів ковзання  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$  відбувається в діапазоні  $0,6 \leq x_1 \leq 0,7$ . Наступну ітерацію будемо проводити в межах  $x_1$  від 0,6 до 0,7. Отримані дані представлено в Таблиця 2.5.

Таблиця 2.5 Показники якості корегованого зачеплення при  $0,6 \leq x_1 \leq 0,7$ 

№	x1	x2	sa1	sa2	ea	$\lambda_1$	$\lambda_2$
1	0,6	-0,6	0,4036	0,8622	1,4418	0,7177	0,5418
2	0,61	-0,61	0,3973	0,8626	1,4385	0,6912	0,5457
3	0,62	-0,62	0,3911	0,8629	1,4351	0,6652	0,5496
4	0,63	-0,63	0,3848	0,8633	1,4318	0,6399	0,5535
5	0,64	-0,64	0,3784	0,8636	1,4284	0,6152	0,5574
6	0,65	-0,65	0,372	0,8639	1,425	0,5911	0,5613
7	0,66	-0,66	0,3656	0,8642	1,4215	0,5676	0,5653
8	0,67	-0,67	0,3592	0,8645	1,4181	0,5446	0,5692
9	0,68	-0,68	0,3527	0,8647	1,4146	0,5221	0,5732
10	0,69	-0,69	0,3461	0,865	1,4111	0,5001	0,5771
11	0,7	-0,7	0,3396	0,8652	1,4075	0,4786	0,5811

Вирівнювання коефіцієнтів ковзання  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$  відбувається в діапазоні  $0,66 \leq x_1 \leq 0,67$ . Дані для цього діапазону представлено в Таблиця 2.6.

Таблиця 2.6. Показники якості корегованого зачеплення при  $0,66 \leq x_1 \leq 0,67$ 

№	x1	x2	sa1	sa2	ea	$\lambda_1$	$\lambda_2$
1	0,66	-0,66	0,3656	0,8642	1,4215	0,5676	0,5653
2	0,661	-0,661	0,365	0,8642	1,4212	0,5653	0,5657
3	0,662	-0,662	0,3643	0,8643	1,4208	0,5629	0,5661
4	0,663	-0,663	0,3637	0,8643	1,4205	0,5606	0,5665
5	0,664	-0,664	0,363	0,8643	1,4201	0,5583	0,5669
6	0,665	-0,665	0,3624	0,8644	1,4198	0,556	0,5672
7	0,666	-0,666	0,3617	0,8644	1,4194	0,5537	0,5676
8	0,667	-0,667	0,3611	0,8644	1,4191	0,5514	0,568
9	0,668	-0,668	0,3604	0,8644	1,4188	0,5491	0,5684
10	0,669	-0,669	0,3598	0,8645	1,4184	0,5468	0,5688
11	0,67	-0,67	0,3592	0,8645	1,4181	0,5446	0,5692

Остання ітерація розглядається в межах  $0,66 \leq x_1 \leq 0,661$ . Данні представлено в Таблиця 2.7.

Таблиця 2.7. Показники якості корегованого зачеплення при  $0,66 \leq x_1 \leq 0,661$ 

№	x1	x2	sa1	sa2	ea	$\lambda_1$	$\lambda_2$
---	----	----	-----	-----	----	-------------	-------------



1	0,66	-0,66	0,3656	0,8642	1,4215	0,5676	0,5653
2	0,6601	-0,6601	0,3655	0,8642	1,4215	0,5673	0,5653
3	0,6602	-0,6602	0,3655	0,8642	1,4215	0,5671	0,5654
4	0,6603	-0,6603	0,3654	0,8642	1,4214	0,5669	0,5654
5	0,6604	-0,6604	0,3654	0,8642	1,4214	0,5666	0,5654
6	0,6605	-0,6605	0,3653	0,8642	1,4213	0,5664	0,5655
7	0,6606	-0,6606	0,3652	0,8642	1,4213	0,5662	0,5655
8	0,6607	-0,6607	0,3652	0,8642	1,4213	0,566	0,5656
9	0,6608	-0,6608	0,3651	0,8642	1,4212	0,5657	0,5656
<u>10</u>	<u>0,6609</u>	<u>-0,6609</u>	<u>0,365</u>	<u>0,8642</u>	<u>1,4212</u>	<u>0,5655</u>	<u>0,5656</u>
11	0,661	-0,661	0,365	0,8642	1,4212	0,5653	0,5657

Вирівнювання коефіцієнтів ковзання спостерігається при  $x_1 = 0,6609$ .

Коефіцієнт товщини зубця при даному зміщенні дорівнює: для шестерні  $s_{\alpha 1} = 0,365 \geq 0,25 \dots 0,3$ ; для колеса  $s_{\alpha 2} = 0,864 \geq 0,25 \dots 0,3$ . Умова не загострення зубців виконується. Коефіцієнт перекриття дорівнює  $\varepsilon_{\alpha} = 1,421 > [\varepsilon_{\alpha}] = 1$ , звідки робимо висновок, що досягнуто неперервне зачеплення. Коефіцієнти ковзання  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$  спроектованої зубчастої передачі зі зміщенням дорівнюють  $\lambda_1 = 0,565$ ;  $\lambda_2 = 0,566$ . Дані результати дозволяють стверджувати, що спрацювання колеса та шестерні відбуватиметься рівномірно, що спричинить збільшення терміну ресурсу передачі.

Розраховуємо параметри передачі для коефіцієнта зміщення шестерні  $x_1 = 0,6609$  і, відповідно, колеса  $x_2 = -0,6609$ :

*Вхідні параметри:*

Кількість зубів шестерні:  $z_1 = 17$

Число зубів колеса:  $z_2 = 61$

Модуль зачеплення:  $m = 1$

Кут нахилу лінії зуба (град):  $\beta_0 = 12.84$

Коефіцієнт зміщення шестерні:  $x_1 = 0.6609$

Коефіцієнт зміщення колеса:  $x_2 = -0.6609$

- **Параметри з'єднання**

- Міжосьова відстань:  $a_w = 40$

- Кут зачеплення (град):  $altw = 20.471$
- Висота зуба:  $hi = 2.25$
- Коефіцієнт торцевого перекриття:  $ea = 1.421$
- Коефіцієнт тиску в полюсі:  $\theta = 0.43$
- **Параметри шестерні**
  - Радіус ділильного кола:  $r = 8.718$
  - Радіус початковій окружності:  $rw = 8.718$
  - Радіус кола вершин:  $ra = 10.379$
  - Радіус кола западин:  $rf = 8.129$
  - Радіус основного кола:  $rb = 8.167$
  - Коефіцієнт товщини по окружності вершин:  $sa = 0.356$
  - Коефіцієнт питомого ковзання:  $\lambda = 0.565$
- **Параметри колеса**
  - Радіус ділильного кола:  $r = 31.282$
  - Радіус початковій окружності:  $rw = 31.282$
  - Радіус кола вершин:  $ra = 31.621$
  - Радіус кола западин:  $rf = 29.371$
  - Радіус основного кола:  $rb = 29.307$
  - Коефіцієнт товщини по окружності вершин:  $sa = 0.843$
  - Коефіцієнт питомого ковзання:  $\lambda = 0.566$

Знайдемо за допомогою програми координати двадцяти точок профілю корегованих зубців шестерні та колеса, внесемо їх у Таблиця 2.8 і Таблиця 2.9.

Таблиця 2.8 Координати точок профілю корегованого зубця шестерні

№	Т-д	x	y
1	Прхд	1,4345	8,015
2	Прхд	1,256	8,0967
3	Прхд	1,1674	8,1977
4	Прхд	1,1312	8,2731
5	Прхд	1,1159	8,3266
6	Прхд	1,109	8,3669
7	Евлв	1,0968	8,4519
8	Евлв	1,0794	8,5478
9	Евлв	1,0559	8,6542
10	Евлв	1,0255	8,7709
11	Евлв	0,9873	8,8974

12	ЕВЛВ	0,9407	9,0334
13	ЕВЛВ	0,8848	9,1783
14	ЕВЛВ	0,819	9,3316
15	ЕВЛВ	0,7425	9,4928
16	ЕВЛВ	0,6546	9,6612
17	ЕВЛВ	0,5547	9,8363
18	ЕВЛВ	0,4422	10,0174
19	ЕВЛВ	0,3165	10,2036
20	ЕВЛВ	0,177	10,3943

Таблиця 2.9 Координати точок профілю корегованого зубця колеса

№	Т-д	x	y
1	Прхд	1,448	29,315
2	Прхд	1,218	29,389
3	Прхд	1,079	29,519
4	Прхд	1,001	29,651
5	Прхд	0,952	29,786
6	Прхд	0,919	29,929
7	ЕВЛВ	0,903	30,016
8	ЕВЛВ	0,885	30,108
9	ЕВЛВ	0,864	30,205
10	ЕВЛВ	0,84	30,307
11	ЕВЛВ	0,814	30,414
12	ЕВЛВ	0,785	30,527
13	ЕВЛВ	0,753	30,644
14	ЕВЛВ	0,718	30,767
15	ЕВЛВ	0,68	30,894
16	ЕВЛВ	0,638	31,026
17	ЕВЛВ	0,592	31,163
18	ЕВЛВ	0,543	31,305
19	ЕВЛВ	0,49	31,451
20	ЕВЛВ	0,432	31,601

За розрахованими програмою координатами точок профілів зубців шестерні і колеса будуюмо некореговані та кореговані профілі зубців (Рисунок 2.1).

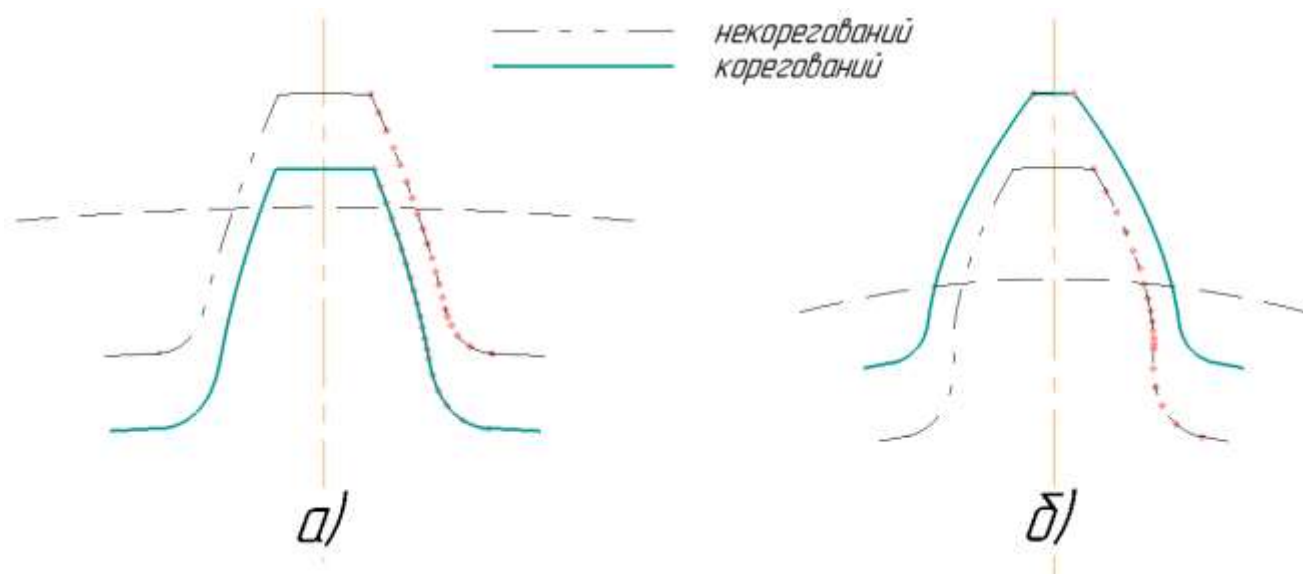


Рисунок 2.1 Кореговані та некореговані профілі зубців колеса (а) та шестерні (б).

### ВИСНОВОК:

В результаті проведеного корегування були визначені коефіцієнти зміщення

$$x_1 = 0,6609, x_2 = -0,6609;$$

при яких для основних геометричних показників якості зачеплення зубчастої передачі маємо оптимальні значення.

- умова неперервності зачеплення виконується:  $\varepsilon_\alpha = 1,4212 > [\varepsilon_\alpha] = 1$
- умова рівномірного спрацювання шестерні і колеса виконується (коефіцієнти ковзання майже однакові):

$$\lambda_1 = 0,565; \lambda_2 = 0,566$$

- підрізання зубців не відбувається, так як виконується умова:

$$x_1 = 0,6609 > x_{1min} = 0; x_2 = -0,6609 > x_{2min} = -2,588.$$

- загострення зубців відбувається в заданих межах для призначеного способу термообробки, а саме поліпшення, оскільки  $s_{\alpha 1} = 0,365 \geq 0,25 \dots 0,3$ ;  $s_{\alpha 2} = 0,864 \geq 0,25 \dots 0,3$ .

У випадку корегованої передачі знос шестерні та зубчастого колеса є рівномірним, що збільшує строк служби передачі.

### 3. РОЗРАХУНОК КРУГЛОЇ СТУПІНЧАТОЇ ПЛАСТИНИ

#### 3.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

В даному розділі розглядається кругла ступінчата пластина, на яку встановлюється установка 1246Р. Основна мета розділу: визначити прогини та кути повороту пластини, внутрішні силові зусилля, що виникають в процесі експлуатації, а також допустиме значення величини розподіленого навантаження  $[q]$ , яке вона витримує, не втрачаючи своєї несучої здатності. Розв'язок отримуємо за допомогою методу двох розрахунків будівельної механіки.

Дано:  $a = 3$  см;  $k_1 = 4$ ;  $k_2 = 8$ ;  $k_3 = 12$ ;  $k_4 = 18$ ;  $h_1 = 1,2$  см;  $h_2 = 0,8$  см;  $h_3 = 0,6$  см;  $q_1 = 2q, \frac{H}{\text{см}^2}$ ;  $P = 40q, H$ ;  $E = 2 \cdot 10^5$ , МПа;  $\mu = 0,3$ ;  $[\sigma] = 160$ , МПа.

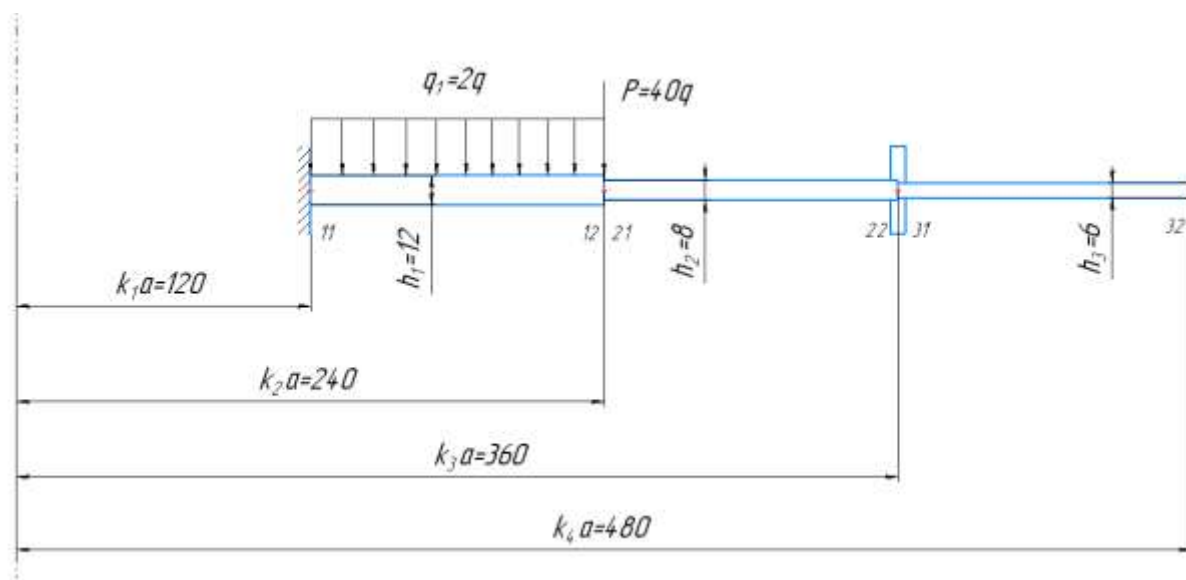


Рисунок 3.1 Розрахункова схема

Запропонована пластина складається з трьох ділянок і одного ребра жорсткості. Розміри ділянок згідно з Рисунок 3.1:

$$r_{11} = 120 \text{ мм}; r_{12} = r_{21} = 240 \text{ мм}; r_{22} = r_{31} = 360 \text{ мм}; r_{32} = 480 \text{ мм};$$

Визначаємо циліндричну жорсткість:

$$D_i = \frac{E \cdot h_i^3}{12(1 - \mu^2)}; \quad (3.1)$$

$$D_1 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 12^3}{12 \cdot (1 - 0,3^2)} \cdot \frac{H \cdot \text{мм}^3}{\text{мм}^2} = 31648 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$D_2 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 8^3}{12 \cdot (1 - 0,3^2)} \cdot \frac{H \cdot \text{мм}^3}{\text{мм}^2} = 9377 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$D_3 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 6^3}{12 \cdot (1 - 0,3^2)} \cdot \frac{H \cdot \text{мм}^3}{\text{мм}^2} = 3956 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

Співвідношення радіусів ділянок, за якими будемо знаходити спеціальні функції  $\psi$  для кожної ділянки, розраховуємо наступним чином:

$$\lambda_1 = \frac{r_{11}}{r_{12}} = \frac{120}{240} = 0,5;$$

$$\lambda_2 = \frac{r_{21}}{r_{22}} = \frac{240}{360} \approx 0,67;$$

$$\lambda_3 = \frac{r_{31}}{r_{32}} = \frac{360}{480} = 0,75;$$

Співвідношення жорсткостей

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{h_1^3}{h_2^3} = \frac{12^3}{8^3} = 3,375;$$

$$\frac{D_1}{D_3} = \frac{h_1^3}{h_3^3} = \frac{12^3}{6^3} = 8;$$

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{h_2^3}{h_1^3} = \frac{8^3}{12^3} = 0,296;$$

$$\frac{D_3}{D_1} = \frac{h_3^3}{h_1^3} = \frac{6^3}{12^3} = 0,125;$$

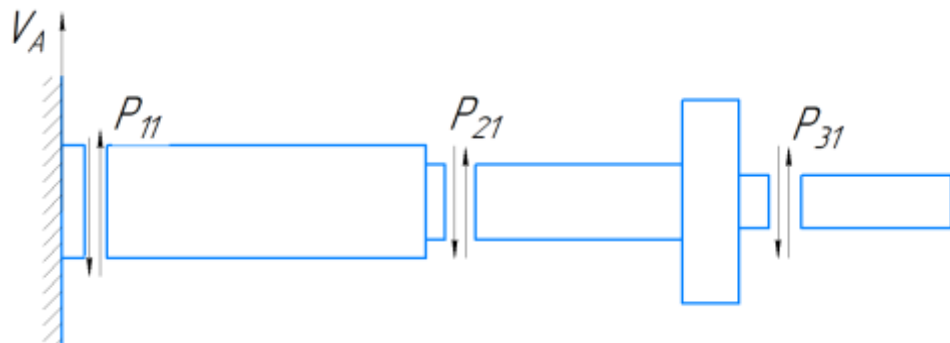


Рисунок 3.2 Схема для визначення поперечних сил

Реакція опори знаходиться з умови рівноваги (сила  $P$  – вже «зібрана» по колу):

$$\sum F_y = V_A - P - 2q \cdot S = 0; \quad (3.2)$$

$$V_A = P + 2q \cdot S; \quad (3.3)$$

Площа пластини на яку діє розподілене навантаження:

$$S = \pi \cdot r_{12}^2 - \pi \cdot r_{11}^2 = 0,75\pi \cdot r_{12}^2 \quad (3.4)$$

$$V_A = 40q + 1,5q\pi \cdot r_{12}^2$$

Поперечні сили на початку ділянок зображені на (Рисунок 3.2) Рисунок 3.2  
Схема для визначення поперечних сил:

$$P_{11} = V_A = 40q + 1,5q\pi \cdot r_{12}^2 = (40 + 1,5 \cdot \pi \cdot 0,24^2)q = 40,27q; \quad (3.5)$$

$$P_{21} = P_{31} = 0;$$

Визначаємо момент інерції поперечного перерізу з ребром відносно осі  $x$ .

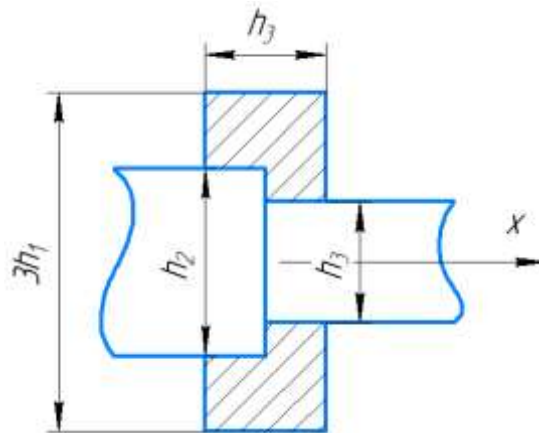


Рисунок 3.3 Поперечний переріз ділянки з ребром

Визначаємо момент інерції ребра відносно осі  $X$  (Рисунок 3.3):

$$J_x = \frac{h_3}{12} (3h_1)^3 - \frac{h_3 \cdot h_2^3}{24} - \frac{h_3 \cdot h_3^3}{24} = \frac{6}{12} \left( (3 \cdot 12)^3 - \frac{8^3}{2} - \frac{6^3}{2} \right) = 23146 \text{ мм}^4;$$

Визначаємо матрицю переходу через кожен ділянку.

$$L_i = \begin{bmatrix} \psi_{\theta\theta}(\lambda_i) & \frac{D_1}{D_i} \psi_{\theta m}(\lambda_i) \\ \frac{D_i}{D_1} \psi_{r\theta}(\lambda_i) & \psi_{rm}(\lambda_i) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Підставляючи числові значення в (3.6) маємо матриці:

Для першої ділянки:

$$L_1 = \begin{pmatrix} 0,5125 & 0,3750 \\ 0,3412 & 0,7375 \end{pmatrix}$$

Для другої ділянки:

$$L_2 = \begin{pmatrix} 0,6422 & 0,9281 \\ 0,0741 & 0,8073 \end{pmatrix}$$

Для третьої ділянки:

$$L_3 = \begin{pmatrix} 0,7156 & 1,7504 \\ 0,0249 & 0,8469 \end{pmatrix}$$

Окремо розраховуємо матрицю переходу через ребро

$$L_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{EJ_x}{RD_1} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,4063 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

$$\frac{EJ_x}{RD_1} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 23146}{360 \cdot 316,48 \cdot 10^5} \cdot \frac{\text{Н} \cdot \text{мм}^4}{\text{мм}^2 \cdot \text{мм}} = 0,4063;$$

Розраховуємо вектори навантаження для кожної ділянки (3.8):

$$R_i = \begin{pmatrix} \frac{P_{i1}}{D_i} \cdot \psi_{\theta P}(\lambda_i) + \frac{q_i \cdot r_{i2}^2}{D_i} \cdot \psi_{\theta q}(\lambda_i) \\ \frac{P_{i1}}{D_1} \psi_{rP}(\lambda_i) + \frac{q_i \cdot r_{i2}^2}{D_1} \psi_{r q}(\lambda_i) \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

$$R_1 = \begin{pmatrix} \frac{1,0189 \cdot q}{D_1} + \frac{-2q \cdot 0,24^2}{D_1} \cdot 1,527 \cdot 10^{-2} \\ \frac{3,7291 \cdot q}{D_1} + \frac{-2q \cdot 0,24^2}{D_1} \cdot 0,0902 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,0171 \\ 3,7187 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1};$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad R_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

### 3.2. ПЕРШИЙ РОЗРАХУНОК

Перший розрахунок проводиться з урахуванням граничних умов, але без урахування навантаження [5].

- Граничні умови на початку першої ділянки:

$$\bar{x}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \text{жорстке защемлення}$$

Обчислюємо вектори стану для характерних перерізів, використовуючи матриці переходу:

$$\bar{x}_{i2} = L_i \times \bar{x}_{i1}; \quad (3.9)$$

$$\bar{x}_{12} = L_1 \times \bar{x}_{11} = \begin{pmatrix} 0,5125 & 0,3750 \\ 0,3412 & 0,7375 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,3750 \\ 0,7375 \end{pmatrix};$$

$$\bar{x}_{21} = \bar{x}_{12};$$

$$\bar{x}_{22} = L_2 \times \bar{x}_{21} = \begin{pmatrix} 0,6422 & 0,9281 \\ 0,0741 & 0,8073 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,375 \\ 0,7375 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9253 \\ 0,6232 \end{pmatrix};$$



$$\bar{x}_{31} = L_R \times \bar{x}_{22} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,4063 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,9253 \\ 0,6232 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9253 \\ 0,9991 \end{pmatrix};$$

$$\bar{x}_{32} = L_3 \times \bar{x}_{31} = \begin{pmatrix} 0,7156 & 1,7504 \\ 0,0249 & 0,8469 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,9253 \\ 0,9991 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,411 \\ 0,8692 \end{pmatrix};$$

### 3.3. ДРУГИЙ РОЗРАХУНОК

В другому розрахунку враховуємо зовнішні навантаження на конутрах.

- на внутрішньому контурі:

$$\bar{\bar{x}}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \text{вільний від навантажень край [5]}$$

Визначаємо вектори стану для другого розрахунку

$$\bar{\bar{x}}_{i2} = L_i \times \bar{\bar{x}}_{i1} + R_i; \quad (3.10)$$

$$\bar{\bar{x}}_{12} = L_1 \times \bar{\bar{x}}_{11} + R_1 = \begin{pmatrix} 1,0171 \\ 3,7187 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1};$$

$$\bar{\bar{x}}_{21} = \bar{\bar{x}}_{12};$$

$$\bar{\bar{x}}_{22} = L_2 \times \bar{\bar{x}}_{21} + R_2 = \begin{pmatrix} 0,6422 & 0,9281 \\ 0,0741 & 0,8073 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1,0171 \\ 3,7187 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \begin{pmatrix} 4,1045 \\ 3,0775 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1};$$

$$\bar{\bar{x}}_{31} = L_R \times \bar{\bar{x}}_{22} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,4063 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4,1045 \\ 3,0775 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \begin{pmatrix} 4,1045 \\ 4,7451 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1};$$

$$\bar{\bar{x}}_{32} = L_3 \times \bar{\bar{x}}_{31} + R_3 = \begin{pmatrix} 0,7156 & 1,7504 \\ 0,0249 & 0,8469 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4,1045 \\ 4,7451 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \begin{pmatrix} 11,2431 \\ 4,1209 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1};$$

Обчислюємо сумарні вектори стану на початку і в кінці кожної ділянки [5].

$$x_{ij} = \bar{x}_{ij} \times c + \bar{\bar{x}}_{ij} \quad (3.11)$$

Визначаємо константу  $C$  з граничних умов: на зовнішньому контурі (32) маємо вільний кінець.

$$x_{32} = \bar{x}_{32} \times c + \bar{\bar{x}}_{32} = \begin{pmatrix} \left(\frac{\bar{\varphi}_r}{r}\right)_{32} \times C + \left(\frac{\bar{\bar{\varphi}}_r}{r}\right)_{32} \\ \left(\frac{\bar{M}_r}{D_1}\right)_{32} \times C + \left(\frac{\bar{\bar{M}}_r}{D_1}\right)_{32} \end{pmatrix}; \quad (3.12)$$

$$\left(\frac{\bar{M}_r}{D_1}\right)_{32} \times C + \left(\frac{\bar{\bar{M}}_r}{D_1}\right)_{32} = 0; \quad (3.13)$$

$$0,8692 \cdot C + 4,1209 \cdot \frac{q}{D_1} = 0;$$

$$C = -4,741 \cdot \frac{q}{D_1};$$

Тоді вектори стану для кожної ділянки пластини дорівнюють (3.11):

$$x_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times (-4,741) \frac{q}{D_1} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4,741 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1};$$

$$x_{12} = \begin{pmatrix} 0,375 \\ 0,7375 \end{pmatrix} \times (-4,741) \frac{q}{D_1} + \begin{pmatrix} 1,0171 \\ 3,7187 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \begin{pmatrix} -0,7608 \\ 0,2222 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1};$$

$$x_{21} = x_{12};$$

$$x_{22} = \begin{pmatrix} 0,9253 \\ 0,6232 \end{pmatrix} \times (-4,741) \frac{q}{D_1} + \begin{pmatrix} 4,1045 \\ 3,0775 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \begin{pmatrix} -0,2823 \\ 0,1229 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1};$$

$$x_{31} = \begin{pmatrix} 0,9253 \\ 0,9991 \end{pmatrix} \times (-4,741) \frac{q}{D_1} + \begin{pmatrix} 4,1045 \\ 4,7451 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \begin{pmatrix} -0,2823 \\ 0,0084 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1};$$

$$x_{32} = \begin{pmatrix} 2,411 \\ 0,8692 \end{pmatrix} \times (-4,741) \frac{q}{D_1} + \begin{pmatrix} 11,2431 \\ 4,1209 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1} = \begin{pmatrix} -0,1874 \\ 0,000023 \end{pmatrix} \frac{q}{D_1};$$

### 3.4. ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ СТАНУ ПЛАСТИНИ

Визначаємо колові згинаючі моменти на початку і на кінці кожної ділянки[5]:

$$\left( \frac{M_\varphi}{D_1} \right)_{ij} = \mu \left( \frac{M_r}{D_1} \right)_{ij} + \left( \frac{\varphi}{r} \right)_{ij} \cdot (1 - \mu^2) \frac{D_i}{D_1} \quad (3.14)$$

$$\left( \frac{M_\varphi}{D_1} \right)_{11} = 0,3 \cdot (-4,741) \frac{q}{D_1} = -1,4223 \frac{q}{D_1};$$

$$\left( \frac{M_\varphi}{D_1} \right)_{12} = 0,2222 \frac{q}{D_1} \cdot 0,3 + (-0,7608) \frac{q}{D_1} \cdot (1 - 0,3^2) = -0,6257 \frac{q}{D_1};$$

$$\left( \frac{M_\varphi}{D_1} \right)_{21} = 0,2222 \frac{q}{D_1} \cdot 0,3 + (-0,7608) \frac{q}{D_1} \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 0,296 = -0,1383 \frac{q}{D_1};$$

$$\left( \frac{M_\varphi}{D_1} \right)_{22} = 0,1229 \frac{q}{D_1} \cdot 0,3 + (-0,2823) \frac{q}{D_1} \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 0,296 = -0,0392 \frac{q}{D_1};$$

$$\left( \frac{M_\varphi}{D_1} \right)_{31} = 0,0084 \frac{q}{D_1} \cdot 0,3 + 0,125 \frac{q}{D_1} \cdot (1 - 0,3^2) \cdot (-0,2823) = -0,0296 \frac{q}{D_1};$$

$$\left( \frac{M_\varphi}{D_1} \right)_{32} = 0,000023 \cdot 0,3 \frac{q}{D_1} + 0,125 \frac{q}{D_1} \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 0,1874 = -0,0213 \frac{q}{D_1};$$

Розрахуємо різницю прогинів на початку і в кінці кожної ділянки [5]:

$$\Delta_i = (w_{i2} - w_{i1}) = -r_{i2}^2 \cdot \psi_{w\theta}(\lambda_i) \cdot \left(\frac{\varphi}{r}\right)_{i1} - \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{i1} \cdot \frac{D_1}{D_i} \cdot r_{i2}^2 \cdot \psi_{wm}(\lambda_i) -$$

$$- \frac{P_{i1}}{D_1} \cdot r_{i2}^2 \cdot \psi_{wp}(\lambda_i) - \frac{q_i}{D_1} \cdot r_{i2}^2 \cdot \psi_{wq}(\lambda_i) \quad (3.15)$$

$$\Delta_1 = r_{12}^2 \cdot \left(4,741 \cdot 0,1009 \frac{q}{D_1} - 0,0046 \frac{40,27q}{D_1} + \frac{2q}{D_1} \cdot 20 \cdot 10^{-4}\right) = 0,2971 \frac{q \cdot r_{12}^2}{D_1};$$

$$\Delta_2 = r_{22}^2 \left(0,7608 \cdot 0,21286 \frac{q}{D_1} - 0,2222 \cdot 3,375 \cdot 0,04808 \frac{q}{D_1}\right) = 0,1259 \frac{q \cdot r_{22}^2}{D_1};$$

$$\Delta_3 = r_{32}^2 \left(0,2823 \cdot 0,1818 \frac{q}{D_1} - 0,0084 \cdot 8 \cdot 0,0285 \frac{q}{D_1}\right) = 0,0494 \frac{q \cdot r_{32}^2}{D_1};$$

Враховуючи, що в точці 11 маємо жорстке зацмлення:  $w_{11} = 0$

$$w_{21} = w_{12} = \Delta_1 = 0,2971 \frac{q \cdot r_{22}^2}{D_1};$$

$$w_{31} = w_{22} = \Delta_2 + w_{21} = 0,2593 \frac{q \cdot r_{22}^2}{D_1} = 0,2593 \frac{q \cdot r_{31}^2}{D_1};$$

$$w_{32} = \Delta_3 + w_{31} = 0,0494 \frac{q \cdot r_{32}^2}{D_1} + 0,2593 \frac{(0,75)^2 q \cdot r_{32}^2}{D_1} = 0,1953 \frac{q \cdot r_{32}^2}{D_1};$$

Знаходимо найбільші напруження на початку і у кінці кожної ділянки [5].

$$\sigma_{rmax} = \frac{6M_r}{h^2} \quad (3.16)$$

$$\sigma_{\varphi max} = \frac{6M_\varphi}{h^2} \quad (3.17)$$

$$\sigma_{екв}^{IV} = \sqrt{\sigma_{rmax}^2 + \sigma_{\varphi max}^2 - \sigma_{rmax} \cdot \sigma_{\varphi max}} \quad (3.18)$$

Результати розрахунків (3.15)-(3.17) з урахуванням значень радіусів і жорсткостей ділянок занесені до Таблиця 3.1.

Таблиця 3.1 Максимальні напруження, Па

Максимальні напруження	Номер ділянки					
	11	12	21	22	31	32
$\sigma_{rmax}/q$	-197542	9258	20831	11522	1400	3,8
$\sigma_{\varphi max}/q$	0	-26071	-12966	-3675	-4933	-3550
$\sigma_{екв}^{IV}/q$	197542	31730	29532	13733	5762	3552

Будуємо епюри  $M_r$ ,  $M_\varphi$ ,  $\varphi$ ,  $w$ ,  $\sigma_{rmax}/q$ ,  $\sigma_{\varphi max}/q$ ,  $\sigma_{екв}^{IV}/q$ . Для побудови епюр і оцінки даних зводимо в Таблиця 3.2 результати необхідних розрахунків.

Таблиця 3.2 Дані для побудови епюр

Ділянка	R,мм	$M_r/q$	$M_\varphi/q$	$\varphi/q$	$w/q$	$\sigma_{rmax}/q$	$\sigma_{\varphi max}/q$	$\sigma_{екв}^{IV}/q$
11	120	-4,741	-1,4223	0	0	-197542	0	197542
12	240	0,2222	-0,6257	$-5,8 \cdot 10^{-6}$	$5,4 \cdot 10^{-7}$	9258	-26071	31730
21	240	0,2222	-0,1383	$-5,8 \cdot 10^{-6}$	$5,4 \cdot 10^{-7}$	20831	-12966	29532
22	360	0,1229	-0,0392	$-3,2 \cdot 10^{-6}$	$10,6 \cdot 10^{-7}$	11522	-3675	13733
31	360	0,0084	-0,0296	$-3,2 \cdot 10^{-6}$	$10,6 \cdot 10^{-7}$	1400	-4933	5762
32	480	0,000023	-0,0213	$-2,8 \cdot 10^{-6}$	$14,2 \cdot 10^{-7}$	3,83	-3550	3552

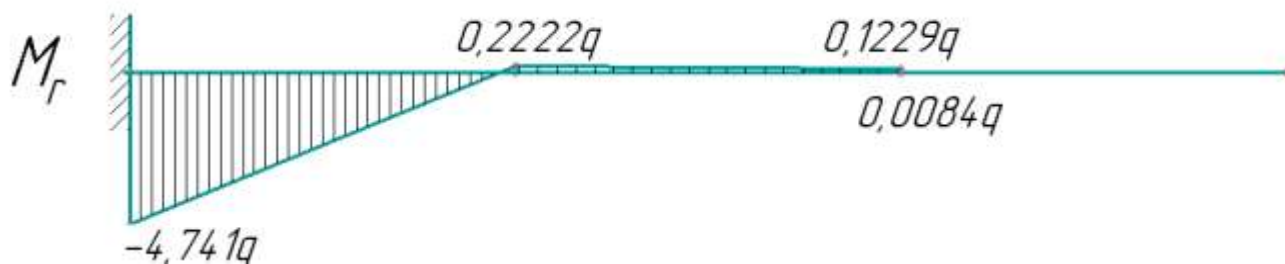


Рисунок 3.4. Епюра радіальних згинаючих моментів

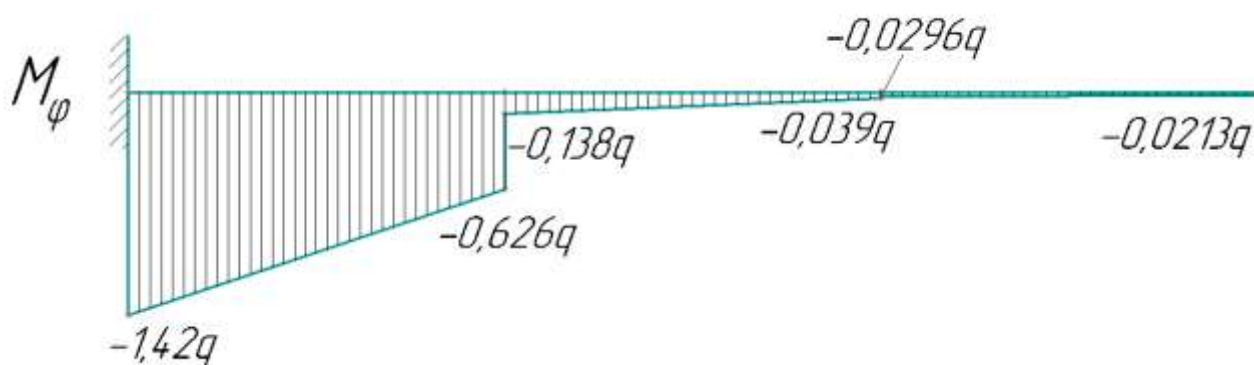


Рисунок 3.5 Епюра колових згинаючих моментів

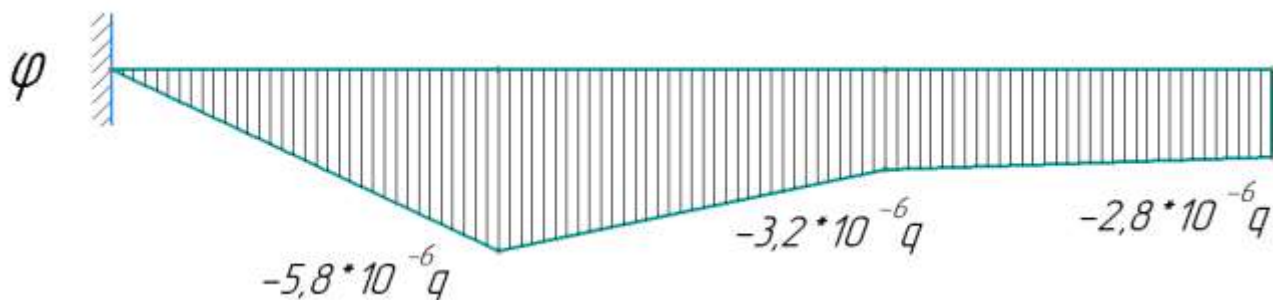


Рисунок 3.6. Епюра кутів повороту

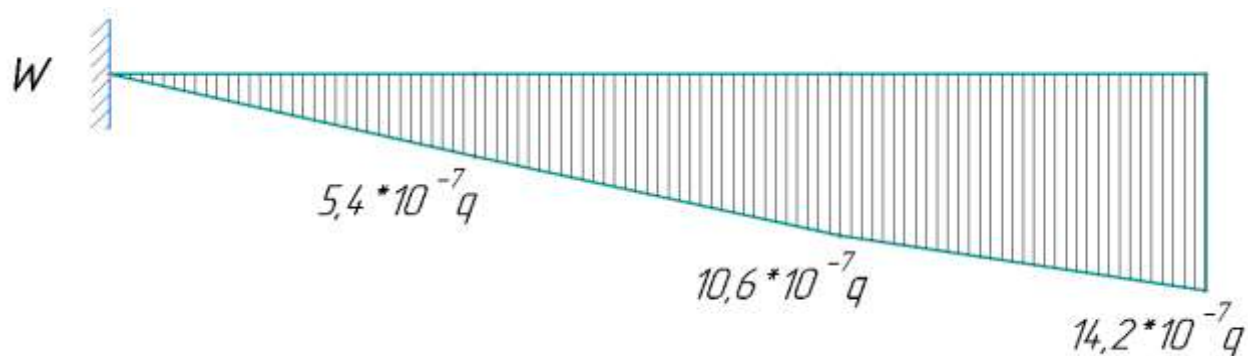


Рисунок 3.7. Епюра прогинів

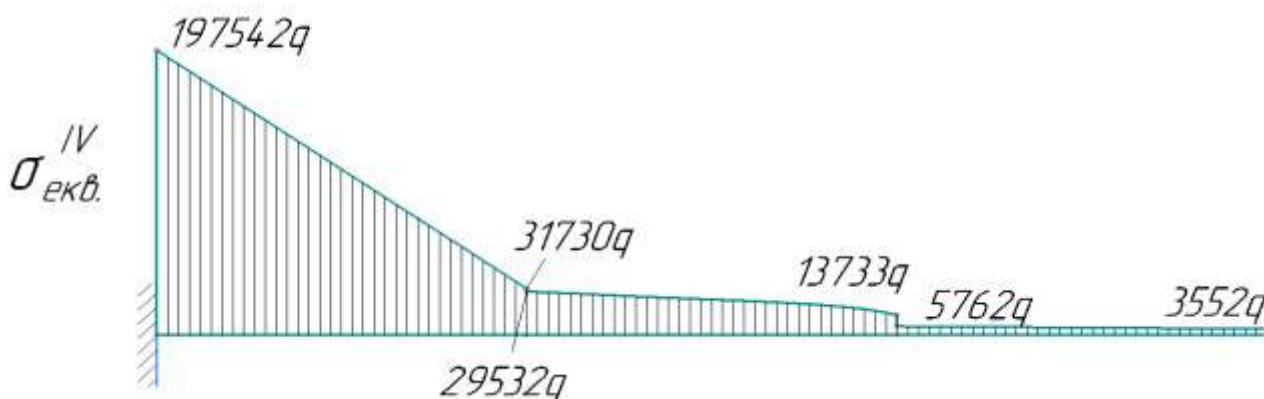


Рисунок 3.8 Епюра максимальних еквівалентних напружень

Окремо треба встановити найбільші напруження в перерізі ребра [5]:

$$\begin{aligned}\sigma_{maxR} &= \frac{\varphi \cdot E \cdot z_{max}}{R} = \left(\frac{\varphi}{r}\right)_{r=R} \cdot \frac{E \cdot H}{2} = \left(\frac{\varphi}{r}\right)_{22} \cdot \frac{E \cdot 3h_1}{2} = \\ &= \frac{-0,2823q}{31648} \cdot \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot (3 \cdot 0,12)}{2} = -32112q\end{aligned}$$

Максимальне еквівалентне напруження в пластині виникає на першій ділянці в защемленні:  $\sigma_{екв}^{IV} = (\sigma_{екв}^{IV})_{11} = 197541,7q$ .

Визначаємо параметр  $[q]$  шляхом порівняння значень для найбільших напружень в перерізі ребра та в пластині

$$[q_1] = \frac{[\sigma]}{\sigma_{\text{екв}}^{IV}_{q=1}} = \frac{160 \cdot 10^6}{197541,7} = 809,96 \frac{\text{Н}}{\text{М}^2}$$

$$[q_2] = \frac{[\sigma]}{\sigma_{\text{maxR}_{q=1}}} = \frac{160 \cdot 10^6}{32112} = 4982,56 \frac{\text{Н}}{\text{М}^2}$$

Так як  $[q_1] < [q_2]$  за граничне значення приймаємо  $[q] = [q_1] = 809,96 \frac{\text{Н}}{\text{М}^2}$

Отримане граничне значення підставляємо в формули для прогину, кутів повороту та еквівалентних напружень, результат заносимо в Таблиця 3.3.

Таблиця 3.3 Дійсні значення прогинів, кутів повороту та еквівалентних напружень

$r$	120	240	240	360	360	480
$w(\text{мм})$	0	0,438	0,438	0,86	0,86	1,15
$\varphi$	0	-0,0047	-0,0047	-0,0026	-0,0026	-0,0023
$\sigma_{\text{екв}}^{IV}$ (МПа)	160	25,7	23,9	11,1	4,67	2,88

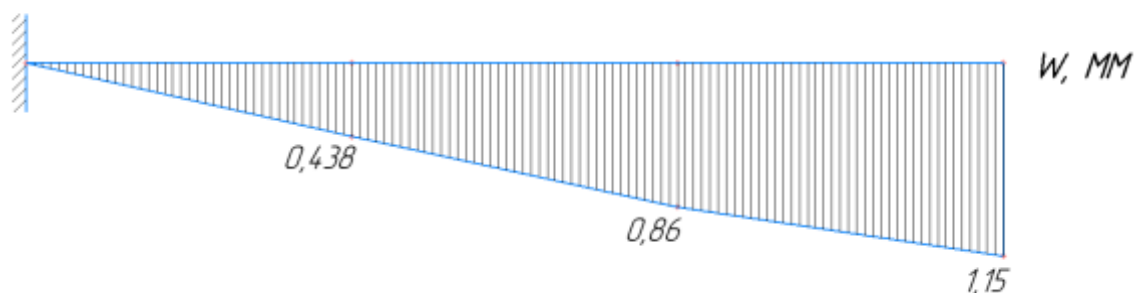


Рисунок 3.9 Еюра дійсних прогинів пластини

### ВИСНОВОК

Задана пластина витримує допустиме значення величини розподіленого навантаження, що дорівнює  $[q_1] = 809,96 \frac{\text{Н}}{\text{М}^2}$ . Максимальний прогин при цьому становить 1,15 мм. Максимальні напруження виникають на внутрішньому краю пластини в жорсткому защемленні.

#### 4. РОЗРАХУНОК КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТА МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

Привод установки містить конічну зубчасту передачу в редукторі. Тому в цій частині роботи запропоновано визначити напружено-деформований стан конуса при його стисканні силою, що діє вздовж його осі. Необхідно побудувати епюри розподілу напружень і деформацій в залежності від кута при вершині конуса.

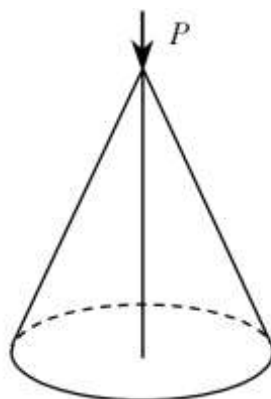


Рисунок 4.1 Розрахункова схема конуса

Для більш наглядного розв'язку візьмемо наступні умови задачі: кут при вершині конуса  $\alpha_1 = 30^\circ$ ; сила  $P = 10$  кН; матеріал конуса – Сталь 45 ( $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;  $\nu = 0,3$ ;  $G = 0,778 \cdot 10^5$  МПа).

##### 4.1. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ДО ФІЗИЧНОГО ЗМІСТУ ЗАДАЧІ

Для розв'язання даної задачі розглянемо рівняння теорії пружності в сферичній системі координат. В ній всі необхідні величини будемо позначати наступним чином [8]:

- $r, \beta, \alpha$  – сферичні координати: величина радіусу від початку системи координат, азимутальний та меридіанний кути відповідно (Рисунок 4.2 лівий);
- $u_r, u_\beta, u_\alpha$  - проєкції переміщення  $u$  на сферичні координати;
- $\begin{matrix} R_r & B_r & A_r \\ R_\beta & B_\beta & A_\beta \\ R_\alpha & B_\alpha & A_\alpha \end{matrix}$  - тензор напружень в сферичних координатах;
- $E = G \frac{3\lambda + 2G}{\lambda + G}$  - модуль Юнга ;
- $\vartheta = \frac{\lambda}{2(\lambda + G)}$  – коефіцієнт Пуассона.

На Рисунок 4.2 зображений одиничний об'ємний елемент в сферичній системі координат з вказаними напрямками компонент вектору переміщень та тензору напружень, що на нього діють.

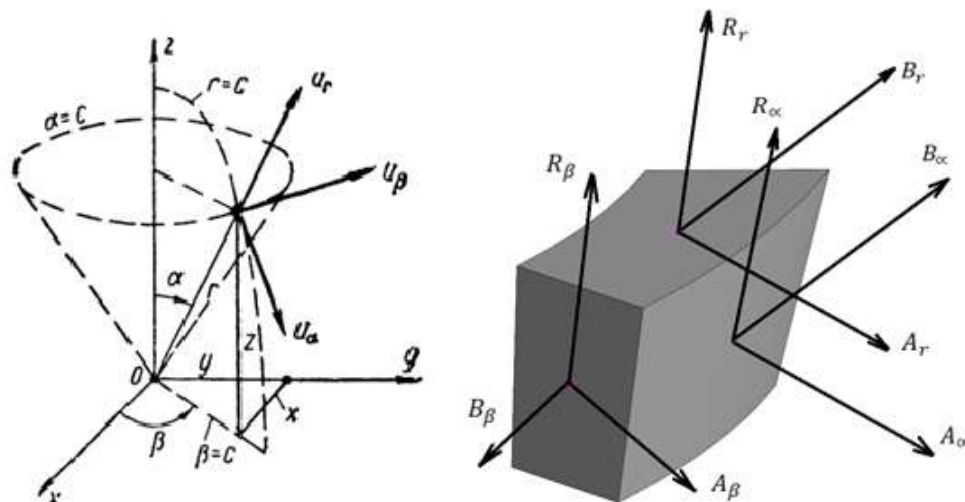


Рисунок 4.2 Напружено-деформований стан одиничного об'ємного елемента в сферичних координатах

Рівняння рівноваги в сферичній системі надаються у вигляді системи [6]:

$$\begin{cases} \frac{\partial R_r}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \alpha} \cdot \frac{\partial R_\beta}{\partial \beta} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial R_\alpha}{\partial \alpha} + \frac{2R_r - B_\beta - A_\alpha + R_\alpha \operatorname{ctg} \alpha}{r} + R = 0; \\ \frac{\partial B_r}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \alpha} \cdot \frac{\partial B_\beta}{\partial \beta} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial B_\alpha}{\partial \alpha} + \frac{B_\alpha(3 + 2 \operatorname{ctg} \alpha)}{r} + B = 0; \\ \frac{\partial A_r}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \alpha} \cdot \frac{\partial A_\beta}{\partial \beta} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A_\alpha}{\partial \alpha} + \frac{(R_r - B_\beta) \operatorname{ctg} \alpha - 3A_r}{r} + A = 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

де  $R$ ,  $B$ ,  $A$  – проекції об'ємних сил на осі сферичних координат.

Визначення деформацій в сферичній системі координат є окремим випадком визначення деформацій в криволінійних координатах. Тут зміну координат через переміщення представляємо в наступному вигляді:  $\delta r = u_r$ ;  $\delta \beta = \frac{u_\beta}{r \sin \alpha}$ ;  $\delta \alpha = \frac{u_\alpha}{r}$ .

Співвідношення між переміщеннями та відносними лінійними та кутовими деформаціями в сферичних координатах розраховуються наступним чином [8]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u_r}{\partial r}; \\ \varepsilon_{\alpha\alpha} &= \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_\alpha}{\partial \alpha} + \frac{u_r}{r}; \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\varepsilon_{\beta\beta} &= \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \alpha} \cdot \frac{\partial u_{\beta}}{\partial \beta} + u_r + u_{\alpha} \operatorname{ctg} \alpha \right); \\ \varepsilon_{r\beta} &= \frac{1}{r \sin \alpha} \frac{\partial u_r}{\partial \beta} + r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{u_{\beta}}{r} \right); \\ \varepsilon_{r\alpha} &= r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{u_{\alpha}}{r} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial \alpha}; \\ \varepsilon_{\beta\alpha} &= \frac{1}{r \sin \alpha} \cdot \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha} (u_{\beta} \sin \alpha) + \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial \beta} \right].\end{aligned}$$

Компоненти кососиметричного тензора обертання [8]:

$$\left\{ \begin{aligned}\omega_r &= \frac{1}{2r \cdot \sin \alpha} \left[ \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial \beta} - \frac{\partial}{\partial \alpha} (u_{\beta} \sin \alpha) \right]; \\ \omega_{\beta} &= \frac{1}{2r} \left[ \frac{\partial u_r}{\partial \alpha} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot u_{\alpha}) \right]; \\ \omega_{\alpha} &= \frac{1}{2r \cdot \sin \alpha} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot u_{\beta} \sin \alpha) - \frac{\partial u_r}{\partial \beta} \right];\end{aligned} \right. \quad (4.2)$$

Об'ємна деформація дорівнює [8]:

$$\theta = \sum_1^3 \varepsilon_{ii} = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u_r) + \frac{1}{r \cdot \sin \alpha} \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha} (u_{\alpha} \cdot \sin \alpha) + \frac{\partial u_{\beta}}{\partial \beta} \right] \quad (4.3)$$

Окремо для постановки задачі теорії пружності треба визначити вид узагальненого закону Гука в заданих координатах. В прямій формі закону Гука в ортогональних криволінійних координатах ми знаходимо відносні лінійні деформації кутові деформації  $\varepsilon_{ij}$  [7]:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2G} \left( \sigma_{ij} - \frac{\nu}{1 + \nu} \delta_{ij} \sigma_{kk} \right); \quad (4.4)$$

де  $\sigma_{kk}$ - об'ємне напруження;  $\delta_{ij}$ - символ Кронекера.

В зворотній формі – напруження  $\sigma_{ij}$  розраховується наступним чином [7]:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \theta + 2G \varepsilon_{ij} \quad (4.5)$$

Для сферичних координат отримаємо наступні системи залежностей напружень від деформацій і навпаки:

- Пряма форма:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{rr} = \frac{1}{2G} \left( R_r - \frac{v}{1+v} \Theta \right); \\ \varepsilon_{r\beta} = \frac{1}{G} R_\beta; \\ \varepsilon_{\beta\beta} = \frac{1}{2G} \left( B_\beta - \frac{v}{1+v} \Theta \right); \\ \varepsilon_{\beta\alpha} = \frac{1}{G} B_\alpha; \\ \varepsilon_{\alpha\alpha} = \frac{1}{2G} \left( A_\alpha - \frac{v}{1+v} \Theta \right); \\ \varepsilon_{\alpha r} = \frac{1}{G} A_r \end{array} \right. \quad (4.6)$$

- Зворотня форма (виражаємо напруження через деформації)

$$\left\{ \begin{array}{l} R_r = \lambda\theta + 2G \frac{\partial u_r}{\partial r}; \\ B_\beta = \lambda\theta + \frac{2G}{r} \left( \frac{1}{\sin \alpha} \cdot \frac{\partial u_\beta}{\partial \beta} + u_r + u_\alpha \operatorname{ctg} \alpha \right); \\ A_\alpha = \lambda\theta + \frac{2G}{r} \left( \frac{\partial u_\alpha}{\partial \alpha} + u_r \right); \\ R_\beta = \frac{G}{r} \left[ \frac{1}{\sin \alpha} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial \beta} + r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{u_\beta}{r} \right) \right]; \\ B_\alpha = \frac{G}{r} \left( \frac{\partial u_\beta}{\partial \alpha} + u_\beta \cdot \operatorname{ctg} \alpha + \frac{1}{\sin \alpha} \cdot \frac{\partial u_\alpha}{\partial \beta} \right); \\ A_r = \frac{G}{r} \left[ r^2 \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{u_\alpha}{r} \right) + \frac{\partial u_r}{\partial \alpha} \right]. \end{array} \right. \quad (4.7)$$

Для зменшення кількості невідомих і рівнянь, згаданих вище, всі невідомі виражаємо через переміщення і отримуємо рівняння Нав'є в переміщеннях. В сферичній системі координат вони виглядають наступним чином [7]:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\lambda + 2G) \cdot r \cdot \sin \alpha \cdot \frac{\partial \theta}{\partial r} - 2G \left[ \frac{\partial \omega_\alpha}{\partial \beta} - \frac{\partial}{\partial \alpha} (\omega_\beta \cdot \sin \alpha) \right] + r \cdot R \cdot \sin \alpha = 0; \\ (\lambda + 2G) \cdot \frac{1}{\sin \alpha} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \beta} - 2G \left[ \frac{\partial \omega_r}{\partial \alpha} - \frac{\partial}{\partial r} (r \omega_\alpha) \right] + r \cdot B = 0; \\ (\lambda + 2G) \cdot \sin \alpha \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \alpha} - 2G \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \omega_\beta \sin \alpha) - \frac{\partial \omega_r}{\partial \beta} \right] + A \cdot r \cdot \sin \alpha = 0. \end{array} \right. \quad (4.8)$$

де  $\omega_r$ ,  $\omega_\alpha$ ,  $\omega_\beta$  – визначаються з системи (4.2);

#### 4.2. РОЗВ'ЯЗОК РІВНЯНЬ НАВ'Є В ПЕРЕМІЩЕННЯХ ДЛЯ ВІСЕСИМЕТРИЧНОЇ ЗАДАЧІ В СФЕРИЧНИХ КООРДИНАТАХ

Так як дана задача є вісесиметричною, всі величини напружень і переміщень будуть залежати лише від кута меридіан  $\alpha$  і радіуса  $r$ . З урахуванням симетрії відносно осі  $z$  маємо наступні умови, які спрощують розв'язання [8]:

$$u_\beta = A_\beta = R_\beta = 0; \quad \omega_r = \omega_\alpha = 0 \quad (4.9)$$

З урахуванням цього, рівняння Нав'є в переміщеннях (4.8) приймають вигляд:

$$\begin{cases} (\lambda + 2G) \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{2G}{r^2 \sin \alpha} \frac{\partial}{\partial \alpha} (r \omega_\beta \sin \alpha) + R = 0; \\ (\lambda + 2G) \frac{\partial \theta}{\partial \alpha} - 2G \frac{\partial}{\partial r} (r \omega_\beta) + rA = 0; \end{cases} \quad (4.10)$$

Так як об'ємне навантаження в нашій задачі відсутнє, то компоненти  $R=A=0$ .

Отримаємо систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{K}{r^2 \sin \alpha} \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} (\omega \sin \alpha) = 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial \alpha} - K \frac{\partial \omega}{\partial r} = 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

де проведено заміну  $\omega = r \omega_\beta$ ;  $K = \frac{2G}{\lambda + 2G}$ .

Приймаємо  $\theta = K \frac{\partial \phi}{\partial r}$  і  $\omega = \frac{\partial \phi}{\partial \alpha}$  [8].

Друге рівняння системи задовольняється попередньою умовою, а перше після підстановки приймає вигляд:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \alpha^2} + \cot \alpha \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \alpha} + r^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} = 0; \quad (4.12)$$

Скористаємося методом Фур'є:

$$\phi = R(r)A(\alpha); \quad (4.13)$$

Розділивши змінні, отримали 2 диференціальні рівняння:

$$\frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{n(n+1)}{r^2} R = 0 \quad (4.14)$$

$$\frac{d^2 A}{d\alpha^2} + \operatorname{ctg} \alpha \frac{dA}{d\alpha} + n(n+1)A = 0 \quad (4.15)$$

Розв'язок цих рівнянь отримуємо у вигляді функції [8]:

$$\Phi = (A_n r^{n+1} + B_n r^{-n}) [E_n P_n(\mu) + F_n Q_n(\mu)] \quad (4.16)$$

де  $P_n(\mu)$  – поліном Лежандра першого роду;  $Q_n(\mu)$  – поліном Лежандра другого роду;  $\mu = \cos \alpha$ .

#### 4.2.1. РОЗВ'ЯЗОК РІВНЯНЬ НАВ'Є ДЛЯ ЗАДАЧІ СТИСКАННЯ КОНУСА

За відсутності об'ємних сил необхідно розв'язати систему (4.10) попереднього розділу. Враховуючи симетрію (4.9), тензор напружень буде виглядати наступним чином:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} R_r & 0 & A_r \\ 0 & B_\beta & 0 \\ R_\alpha & 0 & A_\alpha \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

Розв'язок рівнянь (4.11) вісесиметричної задачі в сферичних координатах, при яких переміщення зворотно-пропорційні радіусу  $r$ , отримано у вигляді двох систем рівнянь, відповідні значення яких необхідно просумувати між собою для отримання повного розв'язку для всіх компонентів [8]:

1) Перша система містить невідомий коефіцієнт  $F$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_r = \frac{F}{4\pi G} \cdot \frac{\cos \alpha}{r}; \\ u_\alpha = -\frac{\lambda + 3G}{2(\lambda + 2G)} \cdot \frac{F}{4\pi G} \cdot \frac{\sin \alpha}{r}; \\ R_r = -\frac{3\lambda + 4G}{\lambda + 2G} \cdot \frac{F}{4\pi} \cdot \frac{\cos \alpha}{r^2}; \\ A_\alpha - B_\beta = \frac{G}{\lambda + 2G} \cdot \frac{F}{4\pi} \cdot \frac{\cos \alpha}{r^2}; \\ R_\alpha = \frac{G}{\lambda + 2G} \cdot \frac{F}{4\pi} \cdot \frac{\sin \alpha}{r^2}; \end{array} \right. \quad (4.18)$$

2) Друга система рівнянь, містить невідомий коефіцієнт  $B$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_r = \frac{B}{r}; \\ u_\alpha = -\frac{B}{r} \cdot \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}; \\ R_r = -2G \frac{B}{r^2}; \\ R_\alpha = 2G \frac{B}{r^2} \cdot \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}; \\ A_\alpha = 2G \frac{B}{r^2} \cdot \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha}; \\ B_\beta = 2G \frac{B}{r^2(1 + \cos \alpha)}; \end{array} \right. \quad (4.19)$$

Наступним етапом розв'язку цієї задачі є встановлення її крайових умов, для знаходження коефіцієнтів  $F$  і  $B$ . На поверхні конуса при  $\alpha = \alpha_1 = 30^\circ$  (Рисунок 4.3) напруження  $A_\alpha = R_\alpha = 0$ . Враховуючи це, додаємо  $R_\alpha$  з системи (4.18) до (4.19) і прирівнюємо до 0.

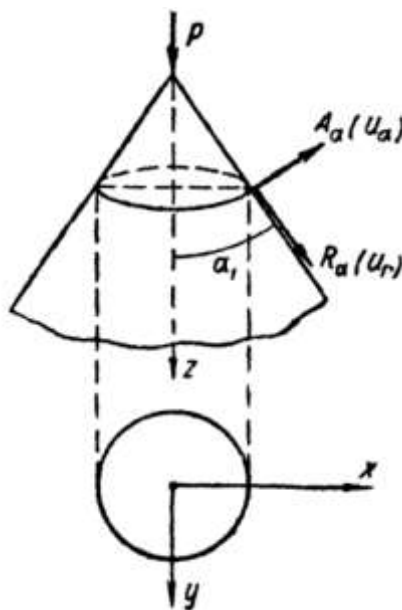


Рисунок 4.3 Крайові умови задачі

Отримаємо рівняння вигляду:

$$\frac{1}{\lambda + 2G} \cdot \frac{F}{4\pi} + \frac{2B}{1 + \cos \alpha_1} = 0$$

Звідки маємо:

$$B = -\frac{1 + \cos \alpha_1}{8\pi \cdot (\lambda + 2G)} F \quad (4.20)$$

Для знаходження коефіцієнта  $F$  спроектуємо на вісь конуса з силу  $P$  і вектори напружень по сферичній поверхні з центром у вершині конуса. Звідки маємо наступне співвідношення [8]:

$$P = \frac{F}{2(\lambda + 2G)} [\lambda \cdot (1 - \cos^3 \alpha_1) + G \cdot (1 - \cos \alpha_1) \cdot (1 + \cos^2 \alpha_1)] \quad (4.21)$$

$$F = \frac{2 \cdot P \cdot (\lambda + 2G)}{[\lambda \cdot (1 - \cos^3 \alpha_1) + G \cdot (1 - \cos \alpha_1) \cdot (1 + \cos^2 \alpha_1)]} \quad (4.22)$$

Після визначення необхідних сталих, отримаємо необхідні рівняння для знаходження переміщень і напружень :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_r = \frac{F \cdot \cos \alpha}{4\pi r G} + \frac{B}{r}; \\ u_\alpha = -\frac{\lambda + 3G}{\lambda + 2G} \cdot \frac{F \cdot \sin \alpha}{8\pi r G} - \frac{B}{r} \cdot \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}; \\ R_\alpha = \frac{G}{\lambda + 2G} \cdot \frac{F \cdot \sin \alpha}{4\pi r^2} + \frac{2GB}{r^2} \cdot \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}; \\ R_r = -\frac{3\lambda + 4G}{\lambda + 2G} \cdot \frac{F \cdot \cos \alpha}{4\pi r^2} - \frac{2GB}{r^2} \cdot \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}; \\ B_\beta = \frac{2GB}{r^2(1 + \cos \alpha)}; \\ A_\alpha = \frac{GF \cos \alpha}{(\lambda + 2G)4\pi r^2} \left( \frac{\cos \alpha - \cos \alpha_1}{1 + \cos \alpha} \right); \end{array} \right. \quad (4.23)$$

### 4.3. РОЗРАХУНКИ І ПОБУДОВИ ЕПЮР

Стала Ляме дорівнює:

$$\lambda = \frac{2 \cdot \vartheta \cdot G}{1 - 2 \cdot \vartheta} = \frac{2 \cdot 0,3 \cdot 0,778}{1 - 2 \cdot 0,3} \cdot 10^5 = 1,07438 \cdot 10^5 \text{ МПа.}$$

Підставивши її у вираз для визначення  $F$  і скоротивши всі компоненти, отримаємо:

$$\begin{aligned} F &= \frac{4 \cdot P \cdot (1 - \vartheta)}{[2\vartheta \cdot (1 - \cos^3 \alpha_1) + (1 - 2\vartheta) \cdot (1 - \cos \alpha_1) \cdot (1 + \cos^2 \alpha_1)]} = \\ &= \frac{4 \cdot 10000 \cdot (1 - 0,3)}{[0,6 \cdot (1 - \cos^3 30^\circ) + (1 - 0,6) \cdot (1 - \cos 30^\circ) \cdot (1 + \cos^2 30^\circ)]} = 94117,6 \text{ Н} \end{aligned}$$

Звідки знаходимо коефіцієнт  $B$ :

$$B = -\frac{1 + \cos 30^\circ}{8\pi(1,07438 + 2 \cdot 0,778) \cdot 10^5} \cdot 94117,6 = -0,02657 \text{ мм}^2$$

Для знаходження переміщень і напружень і побудови епюр розглянемо сталий радіус (основу конуса)  $r = 10 \text{ см} = 100 \text{ мм}$ . Для побудови епюр для кута  $\alpha$  розглянемо значення  $0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ$ .

Підставивши відповідні значення кута  $\alpha$  і знайдені величини коефіцієнтів в систему (4.23) значення знайдених переміщень і напружень, заносимо в таблицю 1.

Таблиця 4.1 Розраховані значення переміщень і напружень

	$0^\circ$	$5^\circ$	$10^\circ$	$15^\circ$	$20^\circ$	$25^\circ$	$30^\circ$
$u_r, \text{мм} \cdot 10^{-4}$	6,970	6,933	6,824	6,642	6,389	6,068	5,68
$u_\alpha, \text{мм} \cdot 10^{-4}$	0	-0,428	-0,851	-1,264	-1,665	-2,047	-2,407
$R_\alpha, \text{МПа} \cdot 10^{-2}$	0	0,126	0,230	0,291	0,288	0,198	0
$R_r, \text{МПа} \cdot 10^{-2}$	-139,05	-138,4	-136,3	-132,9	-128,17	-122,15	-114,88
$B_\beta, \text{МПа} \cdot 10^{-2}$	-20,67	-20,71	-20,83	-21,03	-21,31	-21,68	-22,15
$A_\alpha, \text{МПа} \cdot 10^{-2}$	1,484	1,439	1,306	1,087	0,791	0,424	0

З отриманих даних будуємо епюри відповідних радіальних та меридіанних переміщень (Рисунок 4.4) і напружень (Рисунок 4.5 і Рисунок 4.6).

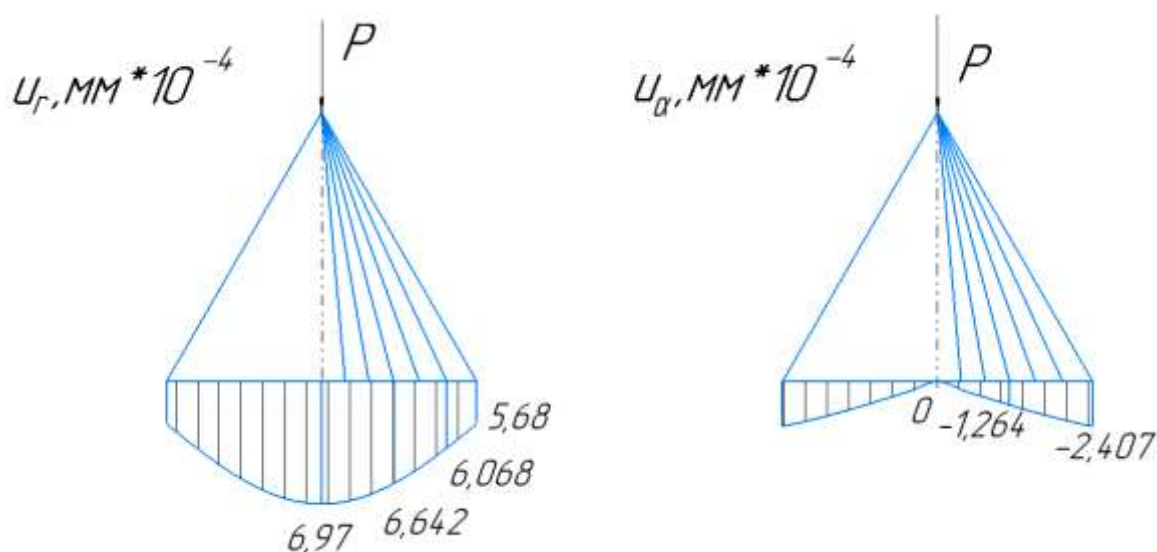


Рисунок 4.4 Епюри радіальних та меридіанних переміщень

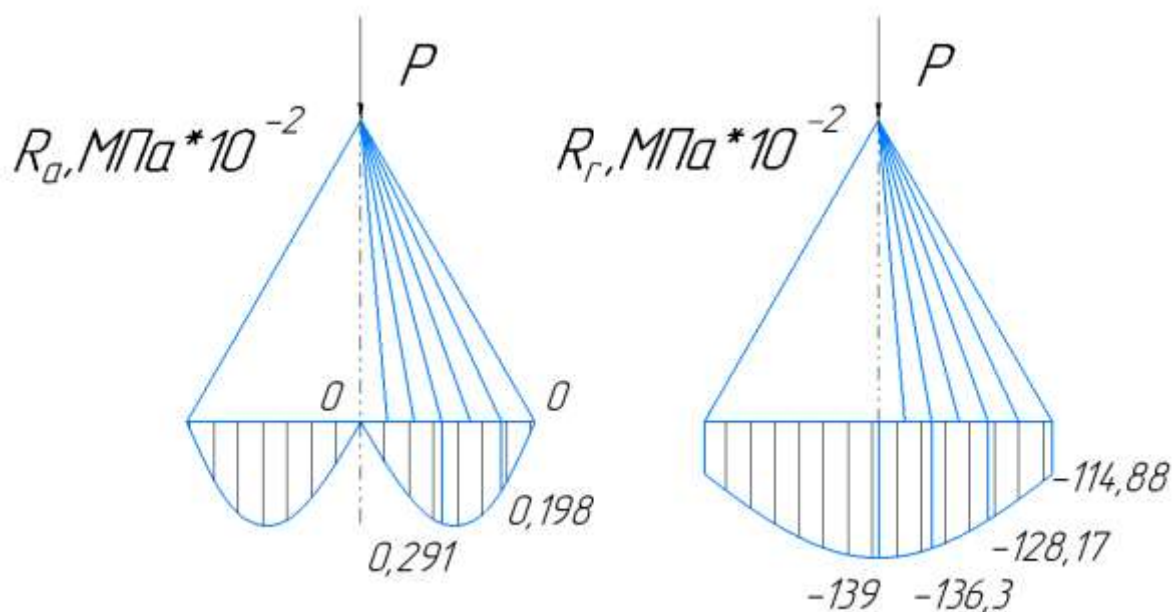


Рисунок 4.5 Епюри радіальних напружень

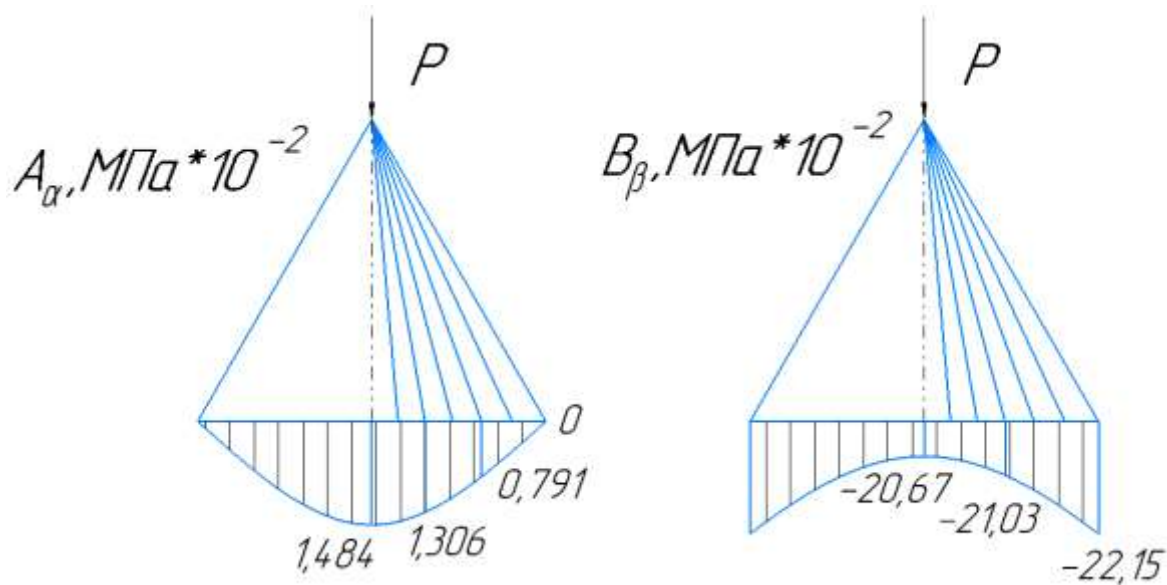


Рисунок 4.6 Меридіанні та азимутальні напруження

### ВИСНОВОК

В даній частині роботи методами теорії пружності були визначені всі переміщення та напруження, які виникають у вісесиметричній задачі стискання конуса вздовж його осі, побудовані графічні розв'язки задачі для заданих геометричних та силових умов.



## 5. ЧИСЕЛЬНІ РОЗРАХУНКИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА

### 5.1. ВИБІР ВИДУ ЗРАЗКА ТА РОЗРАХУНОК ЙОГО ГЕОМЕТРІЇ

Установка 1246Р використовується для випробувань на розтяг. Для даного типу випробування був запропонований трубчастий зразок. Максимальне зусилля, яке забезпечується редуктором становить  $N_{max} = 80$  кН. Необхідно призначити розміри зразка, для чого спочатку обчислюємо площу поперечного перерізу трубчатого зразка з умови міцності [9], враховуючи задані механічні характеристики матеріалу: Модуль Юнга  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа; коефіцієнт Пуассона  $\mu = 0,27$ ; границю міцності  $\sigma_B = 1100$  МПа; та запас потужності устаткування  $k = 1,5$ .

Умова міцності зразка [9]:

$$A \leq N / \sigma_{max}, \quad (5.1)$$

де  $N$  – руйнівне зусилля;  $\sigma_{max}$  – максимальне напруження.

Руйнівне зусилля розраховуємо, як [9]:

$$N = \frac{N_{max}}{k} = \frac{80000}{1,5} = 53333,3 \text{ Н}; \quad (5.2)$$

Визначимо значення максимального напруження:

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_B}{\alpha} = \frac{1100}{1,05} = 1047,6 \text{ МПа}; \quad (5.3)$$

де  $\alpha$  - коефіцієнт концентрації напружень, для даного типу зразка його значення дорівнює 1,05.

Обчислюємо граничне значення площі поперечного перерізу зразка (5.1):

$$A \leq \frac{N}{\sigma_{max}} = \frac{53333,3}{1047,6} \approx 50,9 \text{ мм}^2;$$

Для визначення необхідних розмірів, прийємо відношення  $\frac{D}{\delta} = 20$ , де  $D$  – середній діаметр трубки,  $\delta$  – товщина стінки трубки.

Розрахуємо останню величину для отриманої площі:

$$\delta = \sqrt{\frac{A}{20\pi}} = \sqrt{\frac{50,9}{20\pi}} \approx 0,90 \text{ мм}; \quad (5.4)$$

Тоді зовнішній діаметр трубки :

$$D_3 = D + \delta = 18 + 0,9 = 18,9 \text{ мм};$$

Внутрішній діаметр трубки :

$$D_B = D - \delta = 18 - 0,9 = 17,1 \text{ мм};$$

Прийнявши стандартне значення  $D_B = 16 \text{ мм}$  і  $\delta = 1 \text{ мм}$ , маємо:

$$D_3 = D_B + 2\delta = 18 \text{ мм};$$

$$D = D_B + \delta = 17 \text{ мм};$$

Перераховуємо площу зі стандартними значеннями діаметрів [9]:

$$A = \pi D \delta \approx 53,41 \text{ мм}^2; \quad (5.5)$$

$$k = \frac{N_{max}}{A \cdot \sigma_{max}} = 1,43; \quad (5.6)$$

Прийняті значення задовольняють розрахункам. Інші геометричні і механічні характеристики зразка:

- Діаметр голівки:  $D_{гол} = 30 \text{ мм}$ ;
- Довжина голівки:  $L_{гол} = 20 \text{ мм}$ ;
- Робоча довжина зразка (циліндра):  $L_{цил} = 5 \cdot D_3 = 90 \text{ мм}$ ;
- Загальна довжина зразка:  $L = 160 \text{ мм}$ ;
- Кут нахилу перехідної частини зразка:  $\theta = 10^\circ$ ;
- Радіуси заокруглень перехідної частини зразка:  $r_1 = 40 \text{ мм}$ ;  $r_2 = 2 \text{ мм}$ .

## 5.2. ПОСТАНОВКА КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

В розділі розглядаємо напружено-деформований стан задачі теорії пружності. Результати розрахунків є поля переміщень, деформацій та напружень. Все це знаходиться для прогнозування міцнісних і деформаційних характеристик тіла.

Сформулюємо постановку крайової задачі та визначимось з методом її вирішення. Розглядаємо тіло зразка об'ємом  $\Omega$ , обмежене поверхнею  $S$ ;

застосовуємо Лагранжеві координати; фізичні величини: напруження, деформації, зусилля, переміщення; матеріал вважається ізотропним принаймні за теплофізичними властивостями; деформації вважаються малими.

Припустимо, що в початковий момент  $t_0$  в розглядуваному зразку переміщення  $U_i(\vec{x}, t_0)$ , деформації  $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t_0)$ , напруження  $\sigma_{mn}(\vec{x}, t_0)$  дорівнюють нулю. Далі припускаємо, що навантаження змінюється покроково за певний проміжок часу  $\Delta t$ : в об'ємі тіла  $\Omega$ , а також на частині його поверхні  $S_G = S_U \cup S_P$  за цей проміжок часу відбувається зміна навантажень, тобто на момент часу  $t$  були прикладені:  $\hat{O}_m(\vec{x}, t) = \bar{\rho} \cdot \hat{F}_m(\vec{x}, t)$  – об'ємні сили, де  $\hat{F}_m(\vec{x}, t)$  – вектор масової сили;  $\hat{P}_m(\vec{x}, t)$  – поверхневі сили на  $S_P$ ;  $\hat{P}_m(\vec{x}, t)$  – зосереджені сили в деяких точках; та відбулися деякі переміщення  $\hat{U}_i(\vec{x}, t)$  на поверхні  $S_U$ .

Тоді для визначення в однорідному околі кожній точки тіла величин  $U_i(\vec{x}, t)$  – переміщень,  $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$  – деформацій,  $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$  – напружень, отримаємо наступну крайову задачу [10]:

рівняння рівноваги як окремий випадок рівняння руху, в узагальненому вигляді:

$$\nabla^n \sigma_{mn} + \hat{O}_m = 0; \quad (5.7)$$

геометричні (для малих деформацій), в узагальненому вигляді:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla^i U_j + \nabla^j U_i) \quad (5.8)$$

при цьому розглядаємо тільки пружні деформації:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e$$

фізичні рівняння:

$$\varepsilon_{ij}^e = C_{ijmn} \cdot \sigma_{mn}; \quad (5.9)$$

де  $C_{ijmn}$  – тензор модулів пружності.

Окремо додаються граничні умови на поверхнях  $S_U$  і  $S_P$ :

$$U_i|_{S_U} = \hat{U}_i; \quad (5.10)$$

$$\sigma_{mn} \cdot v_n|_{S_P} = \hat{P}_m; \quad (5.11)$$

Для розв'язку крайової задачі розглядаємо її варіаційну постановку. Щоб її отримати використовуються співвідношення (5.6)-(5.8), властивості симетрії тензора напружень  $\sigma_{mn} = \sigma_{nm}$  і формулу Гауса-Остроградського. В результаті маємо наступний функціонал відносно варіацій переміщень і деформацій, що з ними пов'язані:

$$\Psi(\delta) = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{\Omega} \hat{O}_m \delta U_m d\Omega - \int_{S_p} \hat{P}_m \delta U_m dS - \sum_{i=1}^{N_p} (\hat{P}_m \delta U_m)_i = 0; \quad (5.12)$$

Разом з кінематичними ГУ на поверхні  $S_U$  це визначає незліченну множину можливих напружено-деформованих станів. Дійсний НДС є одним з можливих, але він додатково задовольняє лінійним фізичним рівнянням зв'язків між  $\sigma_{mn}$  та  $\varepsilon_{ij}$ , тобто (5.8).

### 5.3. ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗКУ ОТРИМАНОЇ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ.

Для розв'язування подібного роду задач застосовується метод скінченних елементів [10, 11]. Лінійний закон Гука для обчислення вектору напружень

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}\}^T. \quad (5.13)$$

запишемо у матричному вигляді

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\}, \quad (5.14)$$

де  $[D]$  – матриця модулів пружності.

У випадку пружної ізотропії матеріалу матриця [10, 11]

$$[D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & c & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix}, \quad (5.15)$$

де  $2G = E/(1 + \mu)$ ;  $a = (1 - \mu)/(1 - 2\mu)$ ;  $b = \mu/(1 - 2\mu)$ ;  $c = 0,5$ ;  $E$  - модуль Юнга;  $\mu$  – коефіцієнт Пуассона.

Розглядаємо тільки пружні деформації, тоді:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\} = \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \gamma_{12}, \gamma_{23}, \gamma_{31}\}^T, \quad (5.16)$$

Враховуючи (5.14) і (5.16), запишемо вираз (5.14) у вигляді [10, 11]

$$\begin{aligned} \{\sigma\} &= [D]\{\varepsilon\} \\ \{\varepsilon\} &= [B]\{q\}_e \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\{q\}_e = \{(q^1, q^2, q^3)_1, \dots, (q^1, q^2, q^3)_{M_e}\}^T = \{q_1, q_2, \dots, q_{3M_e}\}^T, \quad (5.18)$$

вектор переміщень в вузлах СЕ;  $[B]$  – матриця диференціювання за глобальними координатами, яка пов'язана тільки з типом СЕ і системою глобальних координат.

В свою чергу вектор переміщень  $\{U\}$  в будь-якій точці СЕ визначається, як [10, 11]:

$$\{U\} = [\phi]\{q\}_e, \quad (5.19)$$

Матриця  $[\phi]$  - матриця базисних функцій. Функціонал (5.12) з урахуванням матричного вигляду та можливості суперпозиції по СЕ робіт зовнішніх і внутрішніх сил, зумовленої тим, що СЕ взаємодіють один з одним у вузлах і не перетинаються, розглядається як [10, 11]:

$$\begin{aligned} \Psi(\delta) &= \sum_e \int_{\Omega} \{\delta\varepsilon\}^T \{\sigma\} d\Omega - \sum_e \int_{\Omega} \{\delta U\}^T \{\hat{O}\} d\Omega - \\ &\quad - \sum_e \int_{S_p} \{\delta U\}^T \{\hat{p}\} dS = 0, \end{aligned} \quad (5.20)$$

Звідки розкладаємо функціонал у вигляді:

$$\begin{aligned} \Psi(\delta) &= \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{\Omega} [B]^T [D] [B] \{q\}_e d\Omega - \sum_e \int_{\Omega} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{\hat{O}\} d\Omega - \\ &\quad - \sum_e \int_{S_p} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{\hat{p}\} dS - \sum_i \left( \{\delta q\}_e^T \{\hat{P}\} \right)_i = 0, \end{aligned} \quad (5.21)$$

де вектори  $\{\hat{O}\} = \{\hat{O}_1, \hat{O}_2, \hat{O}_3\}^T$  – об'ємних;  $\{\hat{p}\} = \{\hat{p}_1, \hat{p}_2, \hat{p}_3\}^T$  – поверхневих навантажень;  $\{\hat{P}\} = \{\hat{P}_1, \hat{P}_2, \hat{P}_3\}^T$  – вектор зосередженої сили

Позначивши:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega; \quad (5.22)$$

$$\{P\}_e = \int_{\Omega^e} [\phi]^T \{\hat{O}\} d\Omega + \int_{S_p} [\phi]^T \{\hat{p}\} dS + \sum_{i=1}^{N_{\bar{P}}} \{\hat{\bar{P}}\}_i; \quad (5.23)$$

маємо

$$\Psi(\delta) = \sum_e \{\delta q\}_e^T ([K]_e \{q\}_e - \{P\}_e) = 0. \quad (5.24)$$

Оскільки  $\{\delta q\}_e^T$  – довільні, то отримуємо СЛАР вигляду

$$[K]\{q\} = \{P\}, \quad (5.25)$$

яка урахування відносно неї кінематичних ГУ (5.10) розв'язується відносно глобального вектору дійсних переміщень  $\{q\}$  у вузлах СЕ сітки. В (5.25) позначено додавання за ступенями свободи вузлів [10, 11]:

$$[K] = \sum_e [K]_e; \{P\} = \sum_e \{P\}_e; \quad (5.26)$$

тобто збірка зосереджених сил, прикладених у вузлах скінченно-елементної сітки тіла. Матриця  $[K]_e$  - матриця жорсткості СЕ, а матриця  $[K]$  – матриця жорсткості тіла. Вектор  $\{P\}$  зумовлюється зовнішніми силовими навантаженнями і масовими силами.

#### **5.4. СТВОРЕННЯ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНОЇ МОДЕЛІ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА ДЛЯ РЕАЛІЗАЦІЇ РОЗВ'ЯЗКУ МСЕ**

Трубчатий зразок має одну площину симетрії, що дозволяє змоделювати половину зразка. Щоб отримати в тонких робочих частинах хоча би 2 елементи, елементарний розмір СЕ було вибрано 0,75 мм. Розподілену по площині силу  $N_{кр}$ , яка розтягує зразок, прикладаємо до внутрішнього торця голівки. На поверхні розсічення зразка в циліндричній системі координат задаємо відсутність переміщень по  $TT$  та  $TZ$ .

Величина сили, що розтягує спроектований зразок, дорівнює

$$N_{кр} = \frac{\sigma_B}{\alpha} \cdot A = \frac{1100}{1,05} \cdot 53,4 = 55950 \text{ Н}, \quad (5.27)$$

Для отримання результату в МПа, силу прикладаємо в МН.

Розрахункова схема трубчатого зразка матиме вигляд (див .Рисунок 5.1).

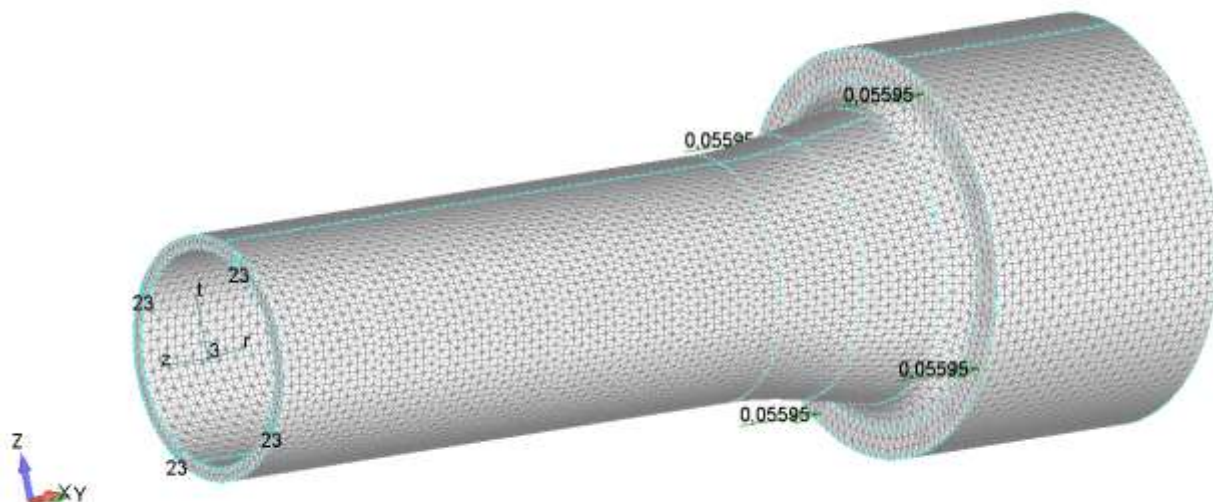


Рисунок 5.1 Розрахункова схема трубчатого зразка

## 5.5. РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ ТА ЇХ АНАЛІЗ

Розрахунок отриманої моделі проводиться в середовищі FEMAP, тип задачі - Static [11]. Отримані результати, а саме розподіл еквівалентних за Мізесом напружень, МПа, зображені на Рисунок 5.1 і Рисунок 5.2.

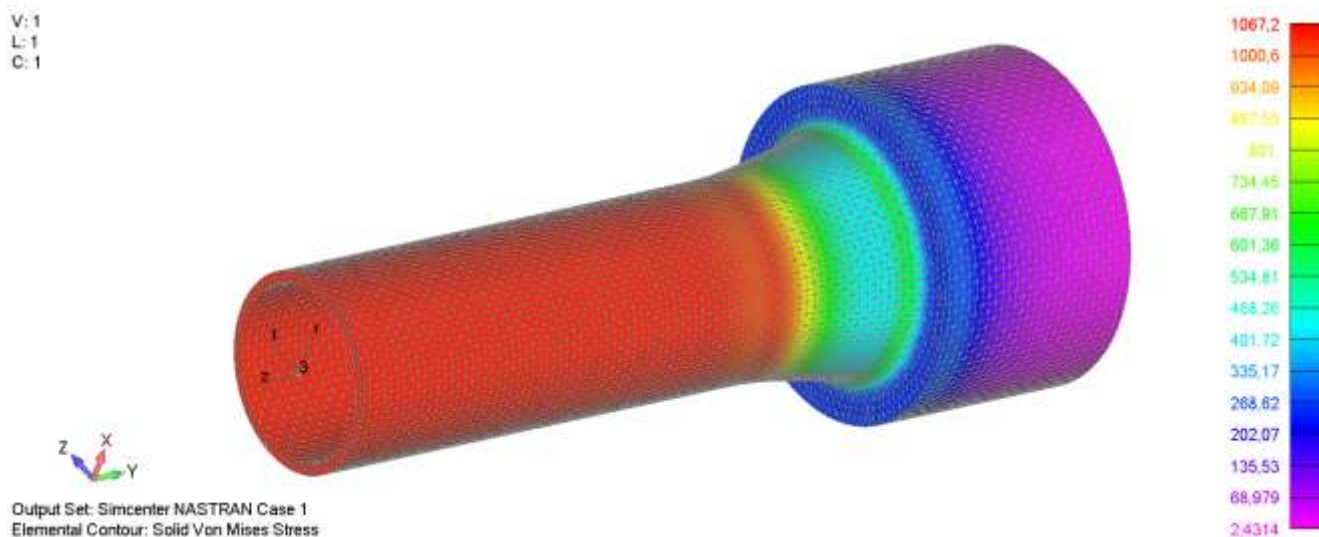


Рисунок 5.2 Результат розрахунку скінченно-елементної моделі трубчатого зразка: еквівалентні за Мізесом напруження, МПа



Рисунок 5.3. Графік розподілу еквівалентних за Мізесом напружень, МПа вздовж робочої довжини та заокруглення зразка

Для знаходження ККН необхідно отримати зображений на Рисунок 5.3 графік. Дані для нього беруться вздовж робочої довжини та заокруглення зразка (лінії). При цьому розглядаються зазначені вище еквівалентні за Мізесом напруження. Визначаємо значення максимального напруження на заокругленні =1040 МПа. Обчислимо коефіцієнт концентрації напружень за Мізесом для заокруглення [9]

$$\alpha = \frac{1047.6}{1040} \approx 1.007 < 1.05; \quad (5.28)$$

### ВИСНОВОК

Спроектований випробувальний трубчатий зразок не перевищує значення коефіцієнта концентрації напружень 1,05, і тому відповідає обов'язковій умові відсутності концентрації напружень. Отже зразок спроектований вірно.



## 6. РОЗРАХУНОК ВЛАСНИХ ЧАСТОТ І ФОРМ КОЛИВАНЬ СИСТЕМИ З ДВОМА СТУПЕНЯМИ ВІЛЬНОСТІ

### 6.1. КРУТИЛЬНІ КОЛИВАННЯ СИСТЕМИ З ДВОМА СТУПЕНЯМИ ВІЛЬНОСТІ

Для розрахунку був обраний проміжний вал розрахованого циліндрично-конічного редуктора. (Рисунок 6.1)

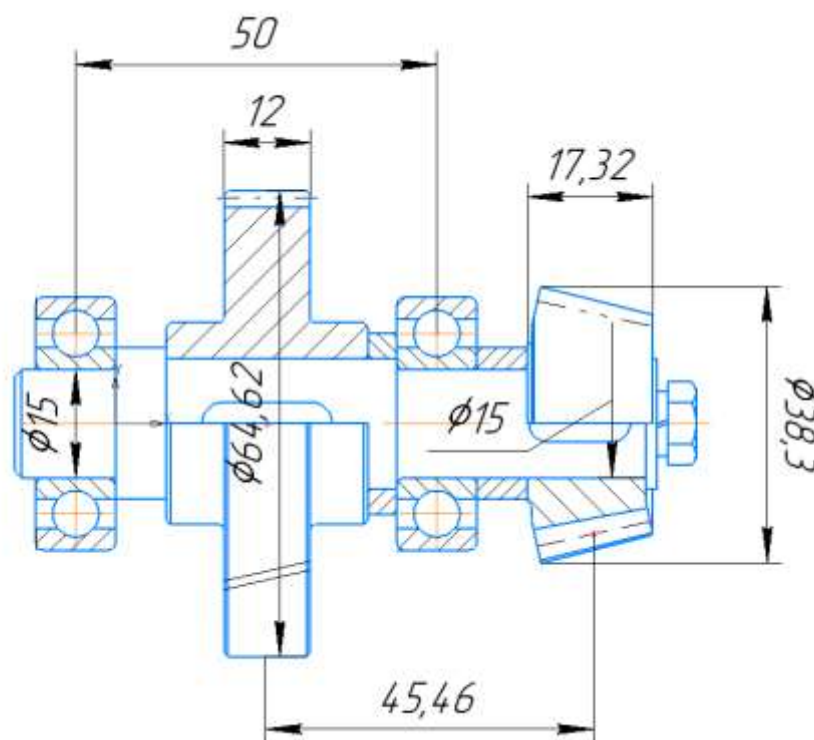


Рисунок 6.1 Проміжний вал редуктора

Дано:  $h_1 = 12$  мм;  $h_2 = 17,3$  мм;  $d_b = 15$  мм;  $D_1 = 64,6$  мм;  $D_2 = 38,3$  мм.

Для конічної шестерні вибрано матеріал – Сталь 45Х з густиною  $\rho_1 = 7.82 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, для циліндричного колеса використали Сталь 45 з густиною  $\rho_2 = 7.82 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Розраховуємо необхідні маси колеса і шестерні, та осьові моменти інерції. Маса циліндричного колеса дорівнює:

$$m_1 = 7,82 \cdot 10^3 \cdot \left[ \pi \cdot \left( \frac{64,62}{2} \cdot 10^{-3} \right)^2 \cdot 12 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot \pi \cdot \left( \frac{28}{2} \cdot 10^{-3} \right)^2 \cdot 8 \cdot 10^{-3} - \pi \cdot \left( \frac{18}{2} \cdot 10^{-3} \right)^2 \cdot 28 \cdot 10^{-3} \right] = 0,329 \text{ кг}$$

Маса конусної шестерні дорівнює:

$$m_2 = 7,82 \cdot 10^3 \cdot \left[ \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 17,32 \cdot (19,34^2 + 19,34 \cdot 15,42 + 15,42^2) \cdot 10^{-9} - \pi \left( \frac{15}{2} \cdot 10^{-3} \right)^2 \cdot 17,32 \cdot 10^{-3} \right] = 0,105 \text{ кг}$$

Що у співвідношенні до маси колеса становить:

$$m_2 = 0,319m_1 = 0,319m; \quad (6.1)$$

Для більш зручного розв'язку зводимо розглядувану схему до більш простої розрахункової. (Рисунок 6.2)

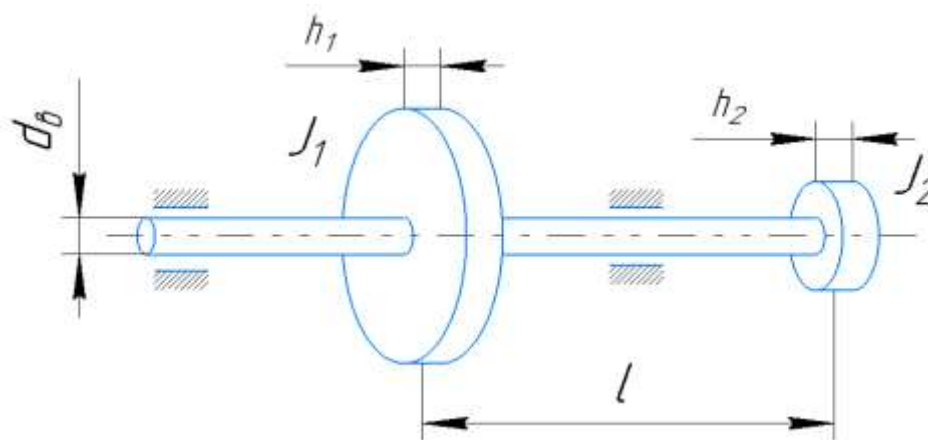


Рисунок 6.2 Розрахункова схема валу для обчислення крутильних коливань  
Тут  $l = 45,5$  мм. Значення  $I_1, I_2$  - осьових моментів інерції для шестерні та колеса знайдемо за формулами:

$$I_1 = \frac{\pi \rho_1 h_1 D_1^4}{32}; \quad (6.2)$$

$$I_2 = \frac{3m \cdot (R^5 - r^5)}{10 \cdot (R^3 - r^3)} = \frac{\pi \rho h_2 (R^2 + R \cdot r + r^2) \cdot (R^5 - r^5)}{10 \cdot (R^3 - r^3)}; \quad (6.3)$$

$$I_1 = 0,161 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}; \quad I_2 = 0,0199 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м};$$

Визначаємо жорсткість стержня

$$k = \frac{G \cdot I_p}{l}, \quad (6.4)$$

де  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа – модуль зсуву для сталей.

$I_p$  – полярний момент інерції, який знаходимо за формулою:

$$I_P = \frac{\pi \cdot d_B^4}{32}; \quad (6.5)$$

$$k = \frac{8 \cdot 10^{10} \cdot 4,97 \cdot 10^{-9}}{45,5 \cdot 10^{-3}} = 8738,46 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$\varphi_1, \varphi_2$  - кути повороту відповідно циліндричного колеса та конічної шестерні, які являють собою узагальнені координати.

Запишемо вирази для кінетичної та потенціальної енергії [12]:

$$T = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2; \quad (6.6)$$

$$П = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (\varphi_2 - \varphi_1)^2 \quad (6.7)$$

Підставляємо значення кінетичної і потенціальної енергій до рівняння Лагранжа другого роду для двох узагальнених координат [12]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial П}{\partial q_j} = 0, \quad (6.8)$$

і отримаємо систему рівнянь вигляду [12]:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + k\varphi_1 - k\varphi_2 = 0 \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - k\varphi_1 + k\varphi_2 = 0 \end{cases} \quad (6.9)$$

Складемо матриці інерції та жорсткості [12]

$$[a] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix}; \quad [c] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}. \quad (6.10)$$

Рівняння вільних коливань у матричному вигляді

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (6.11)$$

Розв'язок шукаємо у вигляді [12]:

$$\{\varphi\} = \{\Phi\} \cos(\omega t - \beta); \quad (6.12)$$

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad (6.13)$$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad (6.14)$$

Прирівнявши детермінант до нуля отримаємо [12]:

$$\det \begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} = 0; \quad (6.15)$$

$$(k - \omega^2 I_1)(k - \omega^2 I_2) - k^2 = 0;$$

$$k^2 - \omega^2 k I_1 - \omega^2 k I_2 + \omega^4 I_1 I_2 - k^2 = 0. \quad (6.16)$$

Знайдемо корені цього рівняння

$$\omega^4 I_1 I_2 - \omega^2 k (I_1 + I_2) = 0; \quad (6.17)$$

$$\omega_{1,2}^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \end{bmatrix}; \quad (6.18)$$

$$\begin{cases} \omega_1^2 = 0 \\ \omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} = \frac{8739 \cdot (0,161 + 0,0199) \cdot 10^{-3}}{0,161 \cdot 0,0199 \cdot 10^{-6}} = 49,3 \cdot 10^7 c^{-2} \end{cases}$$

Підставляючи значення частот в (6.14) матимемо:

- Перший випадок  $\omega_1^2 = 0$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{cases} \Phi_{11} = 1 \\ \Phi_{12} \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases} \quad (6.19)$$

$$k - k\Phi_{12} = 0 \Rightarrow \Phi_{12} = 1$$

$$\begin{cases} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{cases} = \begin{cases} 1 \\ 1 \end{cases}$$

- Другий випадок  $\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}$

$$\begin{bmatrix} k - \left( \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_1 & -k \\ -k & k - \left( \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_2 \end{bmatrix} \begin{cases} \Phi_{21} = 1 \\ \Phi_{22} \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases} \quad (6.20)$$

$$k - \frac{k(I_1 + I_2)}{I_2} - k\Phi_{22} = 0 \Rightarrow \Phi_{22} = -\frac{I_1}{I_2} = -\frac{0,161}{0,0199} = -8,09$$

Схематично зобразимо знайдені значення форм коливань. (Рисунок 6.3)

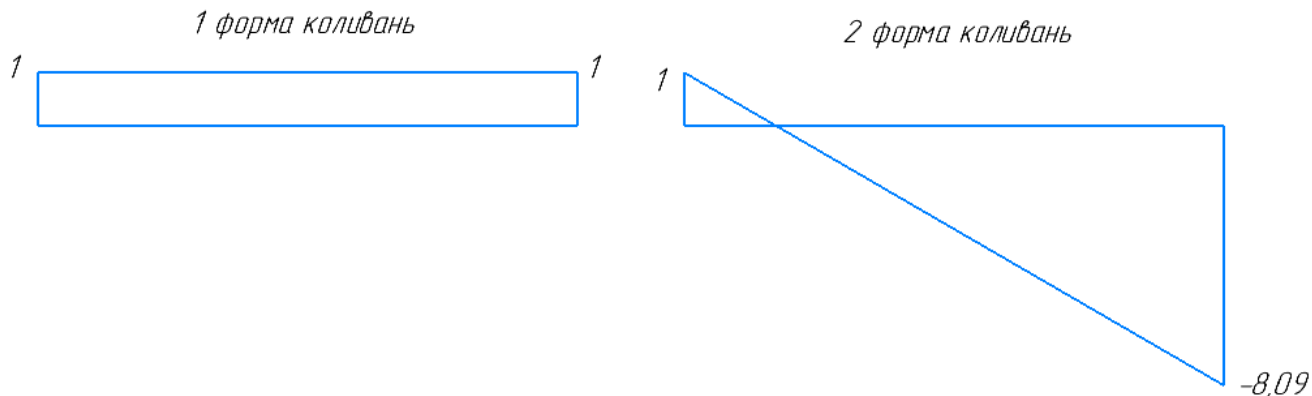


Рисунок 6.3 Форми власних крутильних коливань

Однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність по кінетичній і потенціальній енергії, а саме [12]:

$$\{\Phi\}_1^T [a] \{\Phi\}_2 = 0; \quad (6.21)$$

$$\{\Phi\}_1^T [c] \{\Phi\}_2 = 0; \quad (6.22)$$

- по кінетичній енергії (6.21):

$$\{1 \ 1\} \begin{bmatrix} 0,161 & 0 \\ 0 & 0,0199 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{0,161}{0,0199} \end{Bmatrix} = \{1 \ 1\} \begin{Bmatrix} 0,161 \\ -0,161 \end{Bmatrix} = 0,161 - 0,161 = 0;$$

- по потенціальній енергії (6.22):

$$\begin{aligned} (1 \ 1) \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} &= \{1 \ 1\} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ -k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = \\ &= 8739 \cdot \left(1 + \frac{0,161}{0,0199}\right) - 8739 \cdot \left(1 + \frac{0,161}{0,0199}\right) = 0 \end{aligned}$$

В обох випадках ортогональність підтверджується.

Використовуючи метод Релея знайдемо значення власних частот використовуючи формулу підставляючи відповідні значення отримаємо [12]:

$$\omega_i^2 = \frac{\{\Phi\}_i^T [c] \{\Phi\}_i}{\{\Phi\}_i^T [a] \{\Phi\}_i}; \quad (6.23)$$

$$\omega_1^2 = \frac{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix}} = 0;$$

$$\omega_2^2 = \frac{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{Bmatrix} k + k\frac{I_1}{I_2} \\ -k - k\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix}} =$$

$$= \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) + \frac{I_1}{I_2} k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \frac{k \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1} = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2} =$$

$$= \frac{8739 \cdot (0,161 + 0,0199) \cdot 10^{-3}}{0,161 \cdot 0,0199 \cdot 10^{-6}} = 49,3 \cdot 10^7 \text{ c}^{-2}.$$

Отже,

$$\begin{cases} \omega_1 = 0 \\ \omega_2 = \sqrt{49,3 \cdot 10^7} = 22200 \text{ c}^{-1} \end{cases} \quad (6.24)$$

## 6.2. ВИЗНАЧЕННЯ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ І ФОРМ ЗГИННИХ КОЛИВАНЬ МЕТОДОМ СИЛ

В даній частині розділу зводимо схему валу з колесами до розрахункової система з двома ступенями вільності для визначення згинальних коливань. (Рисунок 6.4) Введемо наступні позначення ділянок валу  $l = 26,3$  мм; ділянка BC =  $0,9033l$ ; ділянка CD =  $0,8272l$

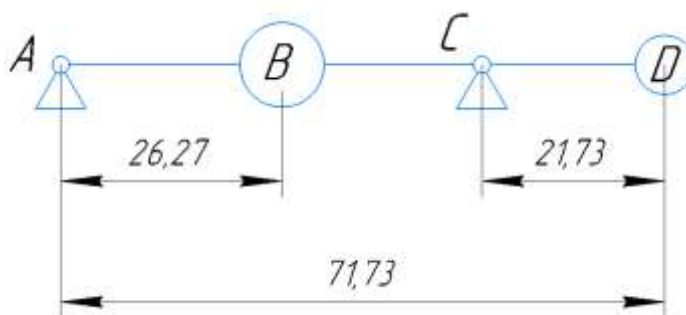


Рисунок 6.4 Система з двома ступенями свободи

Знайдемо переміщення від одиничних сил  $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{22}$ . Прикладаємо одиничні сили та будуємо епюри (Рис. 6.4) від дії одиничних сил  $\bar{X}_1 = 1, \bar{X}_2 = 1$  відповідно.

Диференційні рівняння в переміщеннях [12]:

$$\begin{cases} w_1 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ w_2 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 \end{cases} \quad (6.25)$$

Переміщення представленні у вигляді [12]:

$$w_i = W_i \cdot \cos(\omega \cdot t); \quad (6.26)$$

Підставимо (6.57) в (6.56) отримаємо:

$$\begin{cases} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) \cdot W_1 + \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \cdot W_2 = 0 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 \cdot W_1 + (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \cdot W_2 = 0 \end{cases} \quad (6.27)$$

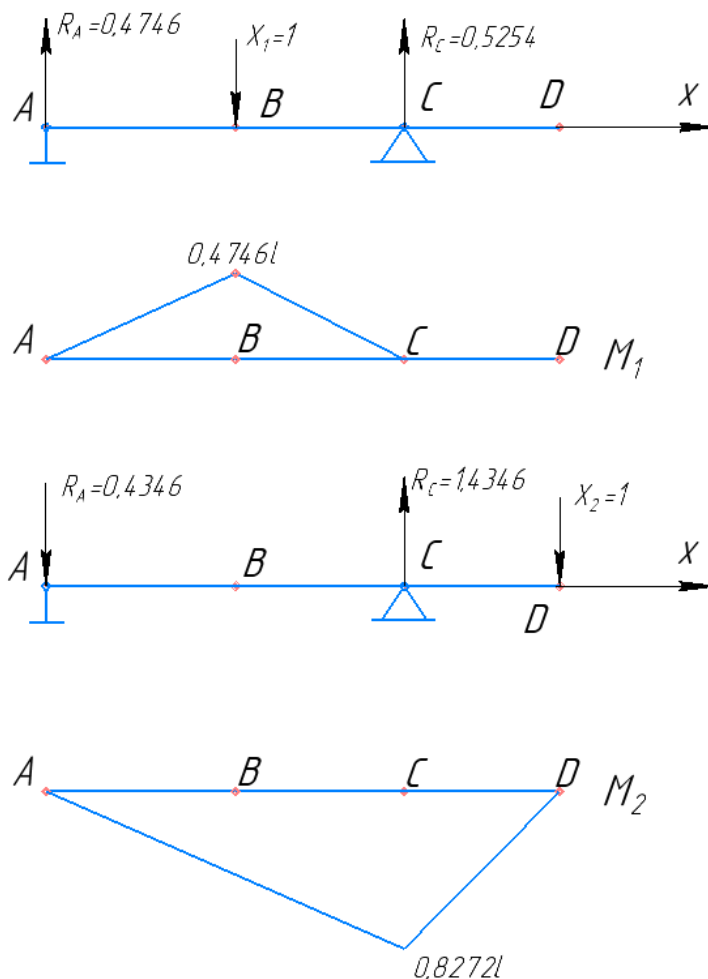


Рисунок 6.5 Епюри від дії одиничних сил

Оскільки маємо отримати не тривіальний розв'язок, треба, щоб детермінант системи рівнянь (6.27) дорівнював нулю:

$$\det \begin{bmatrix} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} = 0 \quad (6.28)$$

Розкриваючи визначник, отримуємо характеристичне рівняння відносно  $\omega^2$ , з якого знаходимо квадрати першої і другої власних частот [12]:

$$(\omega^2 m_1 \delta_{11} - 1)(\omega^2 m_2 \delta_{22} - 1) - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0; \quad (6.29)$$

$$\omega^4 (m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - m_1 m_2 \delta_{12}^2) - \omega^2 (m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11}) + 1 = 0; \quad (6.30)$$

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11} \mp \sqrt{(m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11})^2 - 4(m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - m_1 m_2 \delta_{12}^2)}}{2(m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - m_1 m_2 \delta_{12}^2)}; \quad (6.31)$$

Підставимо значення  $m_1, m_2$ :

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{0,319\delta_{22} + \delta_{11} \mp \sqrt{(0,319\delta_{22} + \delta_{11})^2 - 4 \cdot 0,319(\delta_{11}\delta_{22} - \delta_{12}^2)}}{2 \cdot 0,319m(\delta_{11}\delta_{22} - \delta_{12}^2)}; \quad (6.32)$$

Визначимо компоненти переміщень від одиничних сил  $\delta_{11}, \delta_{22}, \delta_{12}$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} (0,5 \cdot 0,475l \cdot l \cdot 0,316l + 0,5 \cdot 0,903l \cdot 0,475l \cdot 0,316l) = 0,143 \frac{l^3}{EI};$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} (0,5 \cdot 1,903l \cdot 0,827l \cdot 0,552l + 0,5 \cdot 0,827l \cdot 0,827l \cdot 0,552l) = 0,623 \frac{l^3}{EI};$$

$$\begin{aligned} \delta_{12} = \delta_{21} &= \frac{1}{EI} (-0,5 \cdot 0,475l \cdot l \cdot 0,2897l - 0,5 \cdot 0,903l \cdot 0,475l \cdot 0,565l) \\ &= -0,190 \frac{l^3}{EI}; \end{aligned}$$

Знаходимо квадрати власних частоти за формулою (6.32):

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \left( \frac{0,319 \cdot 0,623 + 0,143}{2 \cdot 0,319(0,143 \cdot 0,623 - 0,18996^2)} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\sqrt{(0,319 \cdot 0,623 + 0,143)^2 - 4 \cdot 0,319(0,143 \cdot 0,623 - 0,18996^2)}}{2 \cdot 0,319(0,143 \cdot 0,623 - 0,18996^2)} \right) \frac{EI}{ml^3} \\ &= 3,551 \frac{EI}{ml^3} \end{aligned}$$

$$\omega_2^2 = \left( \frac{0,319 \cdot 0,623 + 0,143}{2 \cdot 0,319(0,143 \cdot 0,623 - 0,18996^2)} + \right.$$



$$+ \frac{\sqrt{(0,319 \cdot 0,623 + 0,143)^2 - 4 \cdot 0,319(0,143 \cdot 0,623 - 0,18996^2)}}{2 \cdot 0,319(0,143 \cdot 0,623 - 0,18996^2)} \frac{EI}{ml^3}$$

$$= 16,69 \frac{EI}{ml^3}$$

$$\text{Звідки } \omega_1 = 1,884 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}} = 17200 \text{ c}^{-1}; \quad \omega_2 = 4,085 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}} = 37290 \text{ c}^{-1}$$

Визначаємо власні форми коливань та перевіряємо умови їхньої ортогональності.

Оскільки кожній власній частоті відповідає своя форма коливань, розглядаємо два можливих випадки для обох власних частот: підставимо до відповідної матриці значення частот по черзі та знайдемо  $W_{1i}, W_{2i}$ :

$$\begin{bmatrix} (\omega_i^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_i^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_i^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_i^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{1i} \\ W_{2i} \end{Bmatrix} = 0; \quad (6.33)$$

Для  $\omega_1 = 1,884 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}}$  і нормованій  $W_{11} = 1$  отримаємо з розв'язку рівняння таку першу власну форму коливань:

$$\begin{bmatrix} (\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_1^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_1^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{21} \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.34)$$

$$W_{21} = -2,29;$$

Аналогічно при  $\omega_2 = 4,085 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}}$  і нормованій  $W_{12} = 1$ .

$$W_{22} = 1,369;$$

Необхідно перевірити умови ортогональності власних форм коливань [12]:

$$\{W\}_2^T [a] \{W\}_1 = 0; \quad (6.35)$$

$$\{W\}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -2,29 \end{Bmatrix}; \quad \{W\}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1,369 \end{Bmatrix}$$

$$\{1 \ 1,369\} \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & 0,319m \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -2,29 \end{Bmatrix} = -0.00006819 \approx 0$$

Отже, власні форми згинальних коливань ортогональні. Отримані власні форми згинальних коливань зображені на рисунку (Рисунок 6.6).

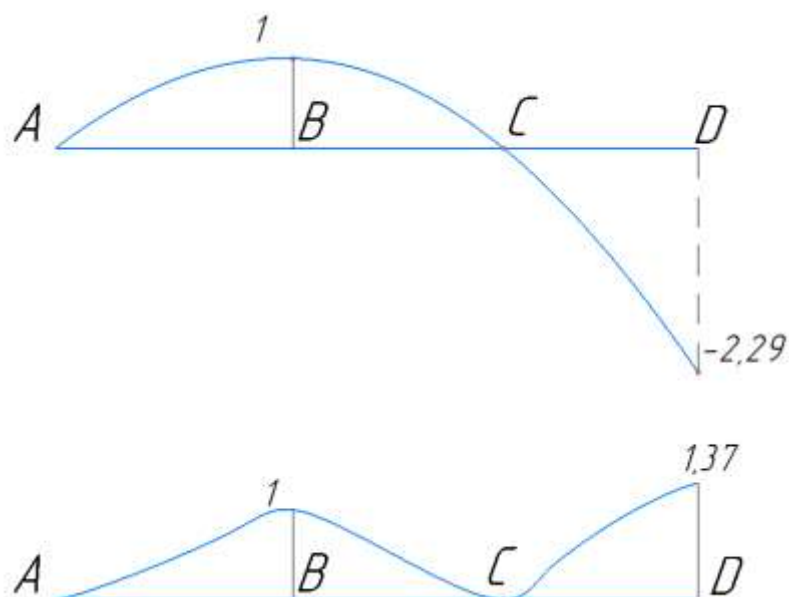


Рисунок 6.6 Власні форми згинальних коливань за методом сил

### 6.2.1. ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРШОЇ ВЛАСНОЇ ЧАСТОТИ МЕТОДОМ РЕЛЕЯ

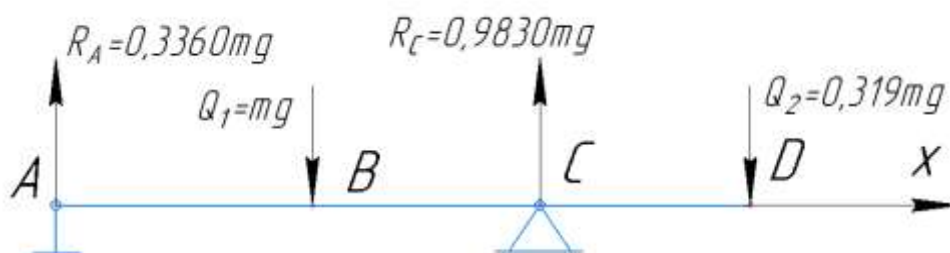


Рисунок 6.7 Система з двома ступенями свободи

За методом Релея зовнішні сили, а саме сили тяжіння від колеса та шестерні, прикладаємо одночасно на вал. Власну частоту в методі Релея будемо шукати за наступною формулою [12]:

$$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 Q_i W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i W_i^2}, \quad (6.36)$$

де  $Q_i$  – прикладена сила, яка знаходиться з формули

$$Q_i = m_i g; \quad (6.37)$$

$$Q_1 = m_1 g = mg;$$

$$Q_2 = m_2 g = 0,319mg.$$

Побудуємо розрахункову схему валу з прикладеними силами тяжіння та епюри згинальних моментів для знаходження переміщень  $W_1, W_2$ .

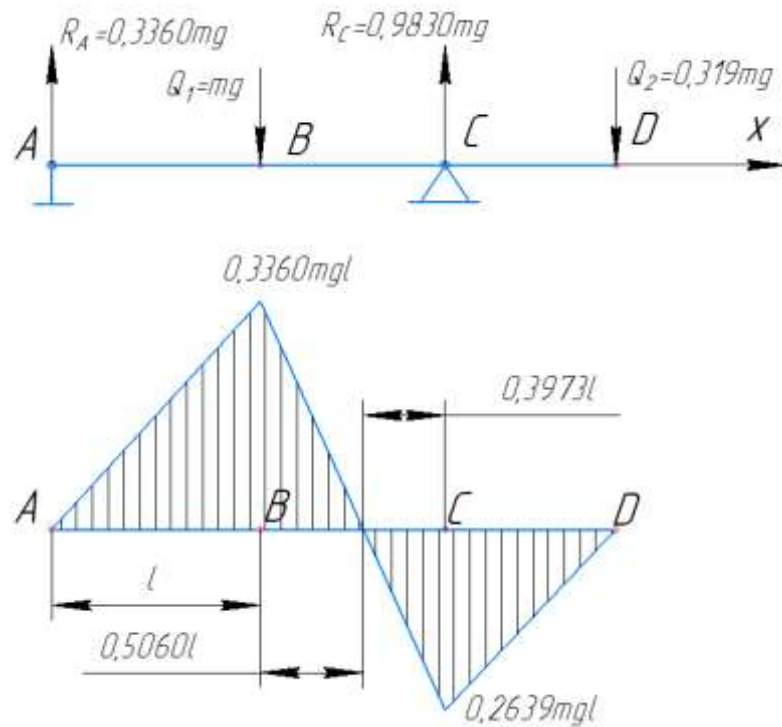


Рисунок 6.8 Епюри моментів зовнішніх сил

$$W_1 = P_1 \delta_{11} + P_2 \delta_{12} = mg \delta_{11} + 0,319mg \delta_{12} = 0,0823 \frac{mgl^3}{EI}; \quad (6.38)$$

$$W_2 = P_1 \delta_{12} + P_2 \delta_{22} = mg \delta_{12} + 0,319mg \delta_{22} = 0,0087 \frac{mgl^3}{EI}; \quad (6.39)$$

З рівняння (6.36) знаходимо:

$$\begin{aligned} (\omega_1)^2 &= \frac{mg \cdot 0,0823 \frac{mgl^3}{EI} + 0,319mg \cdot 0,0087 \frac{mgl^3}{EI}}{m \cdot \left(0,0823 \frac{mgl^3}{EI}\right)^2 + 0,319m \cdot \left(0,0087 \frac{mgl^3}{EI}\right)^2} = \frac{0,08507}{0,006797} \frac{EI}{ml^3} = \\ &= 12,52 \frac{EI}{ml^3}; \end{aligned}$$

$$\text{Маємо: } \omega_1 = 3,538 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}} = 32296 \text{ с}^{-1}$$

Похибка метода Релея в порівнянні з методом сил становить:

$$\delta_{\text{Релея}} = \left| \frac{3,538 - 1,884}{3,538} \right| \cdot 100\% = 46,7\% \quad (6.40)$$

## 6.2.2. ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРШОЇ ВЛАСНОЇ ЧАСТОТИ МЕТОДОМ ДОНКЕРЛІ

Першу власну частоту за Донкерлі розраховуємо за наступною формулою [12]:

$$\frac{1}{\omega_1^2} = \frac{1}{(\omega_1')^2} + \frac{1}{(\omega_2')^2}; \quad (6.41)$$

Причому компоненти рівняння дорівнюють [12]:

$$\frac{1}{(\omega_1')^2} = m_1 \delta_{11} = 0,143 \frac{ml^3}{EI} \quad (6.42)$$

$$\frac{1}{(\omega_2')^2} = m_2 \delta_{22} = 0,319 \cdot 0,623 \frac{ml^3}{EI} = 0,1987 \frac{ml^3}{EI} \quad (6.43)$$

$$\frac{1}{(\omega_1)^2} = \frac{1}{(\omega_1')^2} + \frac{1}{(\omega_2')^2} = 0,143 \frac{ml^3}{EI} + 0,1987 \frac{ml^3}{EI} = 0,3417 \frac{ml^3}{EI}$$

$$\text{Звідки } (\omega_1)^2 = 2,927 \frac{EI}{ml^3} \rightarrow \omega_1 = 1,711 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}} = 15619 \text{ с}^{-1}.$$

Похибка метода Донкерлі в порівнянні з методом сил:

$$\delta_{\text{Донкерлі}} = \left| \frac{1,884 - 1,711}{1,884} \right| \cdot 100\% = 9,2\%; \quad (6.44)$$

### ВИСНОВОК

В першій частині розділу були визначені власні частоти і форми крутих коливань системи з двома ступенями вільності.

В другій частині розділу значення першої власної частоти згинальних коливань системи було визначено трьома методами: методом сил, методом Релея-Рітца і методом Донкерлі. Оцінюючи отримані дані і результати похибок, можна зробити висновок, що найбільш точними методами для даної системи і конфігурації мас є метод сил і метод Донкерлі, в той час, як метод Релея-Рітца дає доволі завищенні значення першої власної частоти коливань згину. Це може пояснюватися отриманим під час проектування редуктора співвідношенням мас колеса і шестерні (6.1). За умови його зменшення дана похибка між методами також

зменшується (Таблиця 6.1). Оптимальне співвідношення, за якого похибка становить менше 10% дорівнює 0,11.

Таблиця 6.1 Перша власна частота згинних коливань за методом сил і Релея-Рітца для різних співвідношень мас

$m_1$ , кг	$m_2$ , кг	$\frac{m_2}{m_1}$	$\omega_{1\text{сил}}$	$\omega_{1\text{Релея}}$	Похибка, %
0,362	0,105	0,29	16747	29092	42,4
0,420	0,105	0,25	16225	24731	34,4
0,955	0,105	0,11	12644	13719	7,8

## 7. ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ СИЛ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ СТАТИЧНО-НЕВИЗНАЧЕНИХ КІЛЬЦЕВИХ СТУПІНЧАТИХ ПЛАСТИН

В розділі 3 дипломної роботи розглядалася задача розрахунку кільцевої ступінчатої пластини «методом двох розрахунків» [5]. Цей метод дозволяє розв'язувати статично-визначені задачі для вісесиметричного навантаження таких пластин. Якщо пластина має більше ніж одну опору із вертикальною реакцією, то задача вже стає статично-невизначеною, що не дозволяє користуватися вище згаданим методом (Рисунок 7.1). Зважаючи на це в даному розділі роботи розглянуто можливість використання для таких задач методу сил. Ідея методу сил полягає в заміні однієї (чи декількох) опор системи невідомими реакціями, які в них виникають, та визначення цих реакцій з умови рівності нулю переміщення, яке обмежує ця опора. Після визначення реакції у одній із «зайвих» опор ступінчатої пластини таким способом подальший розрахунок можна провести вже згаданим методом двох розрахунків, з урахуванням прикладеної реакції опори.

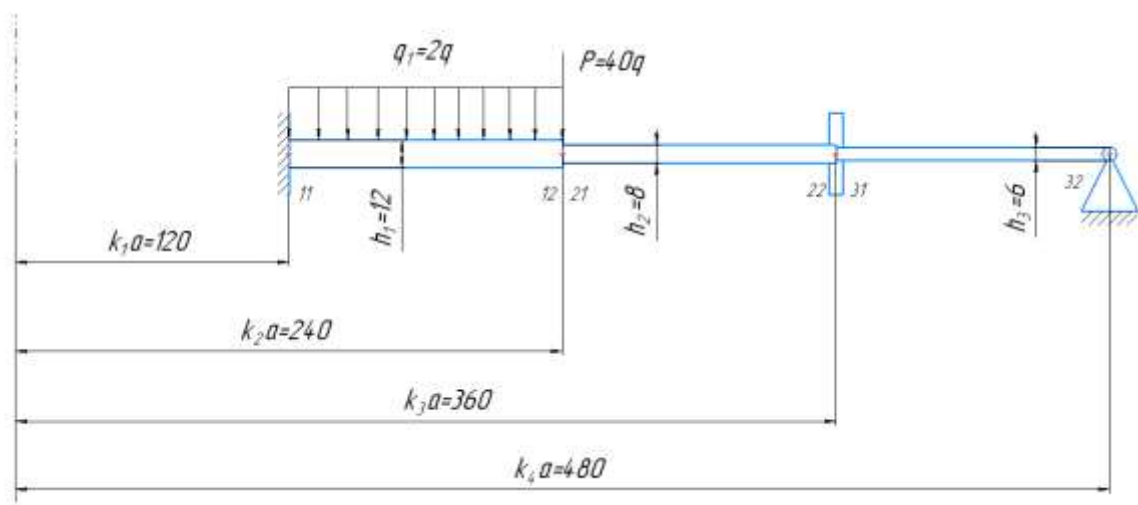


Рисунок 7.1 Приклад статично-невизначеної ступінчатої пластини

Для перевірки можливості сумісного використання методу сил і методу двох розрахунків проведемо порівняння результатів розрахунку для статично-невизначеної кільцевої пластини сталої товщини із наступними геометричними характеристиками:  $r_{11} = 20$  см;  $r_{12} = 90$  см;  $h_1 = 1,5$  см; – товщина пластини. Навантаження - розподілений по зовнішньому краю момент  $M$ . Граничні умови показані на рисунку (Рисунок 7.2). Розрахунок проводимо двома методами: на

основі загального розв'язку диференційного рівняння вісесиметричного згину кільцевих пластин та «методом двох розрахунків», який в цьому випадку буде застосований для однієї наявної ділянки пластини. Перший результат використаємо як еталонний розв'язок для перевірки правильності обчислень із використанням методу сил.



Рисунок 7.2 Розрахункова схема кільцевої пластини

## 7.1. РОЗРАХУНОК НА ОСНОВІ РОЗВ'ЯЗКУ ДИФЕРЕНЦІЙНОГО РІВНЯННЯ ВІСЕСИМЕТРИЧНОГО ЗГИНУ КІЛЬЦЕВИХ ПЛАСТИН

Спочатку визначимо циліндричну жорсткість пластини:

$$D_1 = \frac{E \cdot h_1^3}{12(1 - \mu^2)} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 15^3}{12 \cdot (1 - 0,3^2)} \cdot \frac{\text{Н} \cdot \text{мм}^3}{\text{мм}^2} = 6181,32 \text{ кН} \cdot \text{см};$$

Диференційне рівняння згину кільцевої пластини [5]:

$$\frac{d^4 w}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3 w}{dr^3} - \frac{1}{r^2} \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{dw}{dr} = \frac{q(r)}{D}; \quad (7.1)$$

або

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ r \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dw}{dr} \right) \right) \right] = \frac{q(r)}{D}; \quad (7.2)$$

Розв'язок цього диференційного рівняння отримаємо у вигляді функції:

$$w(r) = C_1 r^2 \ln r + C_2 r^2 + C_3 \ln r + C_4 + \bar{w}(q, r); \quad (7.3)$$

З якої можна знайти співвідношення для кута повороту  $\varphi(r)$ , та згинальних моментів  $M_r(r)$  - радіального і  $M_t(r)$  - колового:

$$\varphi(r) = C_1 (2r \ln r + r) + 2C_2 r + C_3 \frac{1}{r} + C_4 + \bar{\varphi}(q, r); \quad (7.4)$$

$$M_r(r) = -D \left\{ [2(1 + \mu) \ln r + 3 + \mu] C_1 + 2(1 + \mu) C_2 + \frac{\mu - 1}{r^2} C_3 \right\} + \bar{M}_r(q, r); \quad (7.5)$$

$$M_\varphi(r) = -D \left\{ [2(1 + \mu) \ln r + 3\mu + 1] C_1 + 2(1 + \mu) C_2 + \frac{1 - \mu}{r^2} C_3 \right\} + \bar{M}_t(q, r); \quad (7.6)$$

Часткові розв'язки  $\bar{w}(q, r)$ ;  $\bar{\varphi}(q, r)$ ;  $\bar{M}_r(q, r)$ ;  $\bar{M}_t(q, r)$  дорівнюють нулю, так як відсутнє розподілене навантаження.

Для розв'язку цієї задачі розглянемо наступні крайові умови:

- Внутрішній край – защемлення;

$$w(20) = 0; \quad \varphi(20) = 0;$$

- Зовнішній край – шарнірно-опертий;

$$w(90) = 0; \quad M_r(90) = -M;$$

Для визначення константи  $C_1, C_2, C_3, C_4$  підставимо в рівняння (7.3)-(7.6) наші крайові умови. Тоді маємо систему

$$\begin{cases} w(20) = C_1 20^2 \ln 20 + C_2 20^2 + C_3 \ln 20 + C_4 = 0 \\ \varphi(20) = C_1 (40 \cdot \ln 20 + 20) + 40 C_2 + C_3 \frac{1}{20} + C_4 = 0 \\ w(90) = C_1 90^2 \ln 90 + C_2 90^2 + C_3 \ln 90 + C_4 = 0 \\ M_r(90) = -D \left\{ [2,6 \cdot \ln 90 + 3,3] C_1 + 2,6 \cdot C_2 - \frac{0,7}{90^2} C_3 \right\} = -M \end{cases} \quad (7.7)$$

Визначаємо з отриманої системи рівнянь (7.7) константи:

$$C_1 = 0,6505 \cdot 10^{-4} M; \quad C_2 = -0,3108 \cdot 10^{-3} M;$$

$$C_3 = 0,0667 M; \quad C_4 = -0,1536 M;$$

Підставляємо коефіцієнти у вирази (7.3 – 7.6):

$$w(r) = \{0,6505 \cdot 10^{-4} r^2 \ln r + -0,3108 \cdot 10^{-3} r^2 + 0,0667 \cdot \ln r - 0,1536\} \cdot M;$$

$$\varphi(r) = \{0,6505 \cdot 10^{-4} (2r \cdot \ln r + r) - 0,6216 \cdot 10^{-3} r + \frac{0,0667}{r} - 0,1536\} \cdot M;$$

$$M_r(r) = -6181,3 \left\{ 0,6505 \cdot 10^{-4} [2,6 \ln r + 3,3] - 0,808 \cdot 10^{-3} - \frac{0,0467}{r^2} \right\} \cdot M;$$

$$M_\varphi(r) = -6181,3 \left\{ 0,6505 \cdot 10^{-4} [2,6 \ln r + 1,9] - 0,808 \cdot 10^{-3} + \frac{0,0467}{r^2} \right\} \cdot M;$$

За допомогою цих рівнянь розраховуємо значення функцій в центрі пластини  $r = 55$  см, на внутрішньому та зовнішньому контурах, зводимо



результати в Всі отримані результати від двох методів зводимо в Таблиця 7.1 і Таблиця 7.2 для визначення похибок між обома методами (в таблицях позначено: «I варіант» - розрахунок на основі загального розв'язку диференційного рівняння, «II варіант» - розрахунок із використанням методу сил).

Таблиця 7.1 і Таблиця 7.2.

## 7.2. РОЗРАХУНОК ПЛАСТИНИ ЗА МЕТОДОМ СИЛ

Для розрахунку за методом сил замінимо опору на зовнішньому контурі пластини невідомим зусиллям  $X_1 = 1$  (Рисунок 7.3)

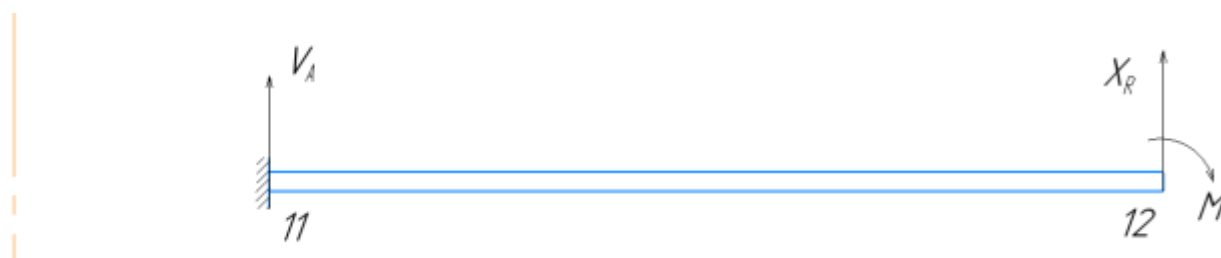


Рисунок 7.3 Розрахункова схема методу сил

Канонічне рівняння методу сил для визначення невідомої реакції опори  $X_R$  виглядає наступним чином [13]:

$$\delta_1 \cdot X_R + \Delta_{1p} = 0; \quad (7.8)$$

де  $\delta_1$  і  $\Delta_{1p}$  - величини переміщень на зовнішньому контурі пластини від дії  $X_1 = 1$  і зовнішнього навантаження.

Для обчислення цих переміщень при розрахунку стержневих систем використовується метод Мора. В цій задачі будуть використані формули, що встановлюють зв'язок між внутрішніми зусиллями і переміщеннями.

### 7.2.1. ВАНТАЖНИЙ СТАН

Розглянемо кільцеву пластину, навантажену на вільному краю моментом  $M$

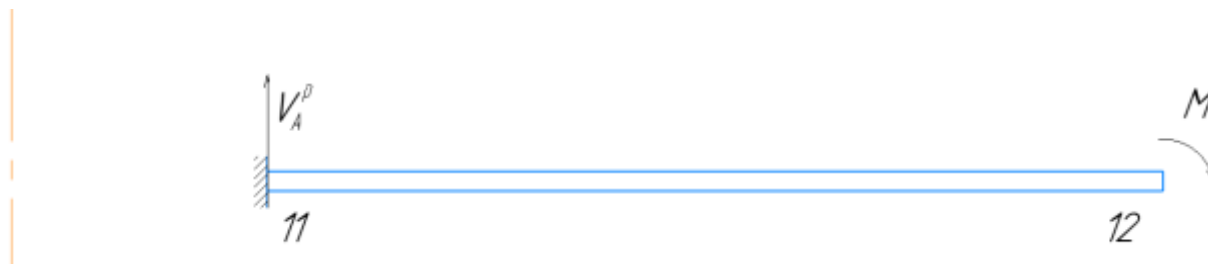


Рисунок 7.4 Розрахункова схема пластини у вантажному стані

Це перший етап перевірки методу сил для розрахунку такого типу пластин. Переміщення вільного краю знаходимо за методом двох розрахунків.

Співвідношення радіусів внутрішнього і зовнішнього країв дорівнює:

$$\lambda_1 = \frac{r_{11}}{r_{12}} = \frac{20}{90} = 0,2222; \quad (7.9)$$

Рівняння рівноваги пластини в вантажному стані:

$$\sum F_y = V_A = 0; \quad (7.10)$$

$$P_{11} = V_A = 0; \quad (7.11)$$

Визначаємо матрицю переходу через ділянку пластини, підставляючи числові значення функцій  $\psi$  в (3.6):

$$L_1 = \begin{pmatrix} 0,3825 & 0,4750 \\ 0,4323 & 0,6675 \end{pmatrix};$$

Вектори навантаження на ділянці в вантажному стані згідно з (3.8) дорівнюють:

$$R_1 = \begin{pmatrix} \frac{P_{11}}{D_1} \cdot 0,08239 \\ \frac{P_{11}}{D_1} \cdot 0,1828 \end{pmatrix} = 0;$$

В першому розрахунку враховуємо виключно граничні умови, тому для вантажного і одиничного стану він залишається незмінний.

- Граничні умови на початку першої ділянки:

$$\bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \text{жорстке зацземлення [5]}$$

Обчислюємо вектори стану для характерних перерізів, використовуючи матриці переходу [5]:

$$\bar{X}_{12} = L_1 \times \bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 0,3825 & 0,4750 \\ 0,4323 & 0,6675 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,4750 \\ 0,6675 \end{pmatrix}; \quad (7.12)$$

В другому розрахунку враховуємо зовнішні навантаження, тому для кожного з трьох станів він відрізняється.

- на внутрішньому контурі:

$\bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  – вільний від навантажень край [5]

Наступний етап - знаходження вектору стану для другого розрахунку [5]:

$$\bar{X}_{12} = L_1 \times \bar{X}_{11} + R_1 = 0; \quad (7.13)$$

Визначаємо константу  $C$  з граничних умов: на зовнішньому контурі (12) маємо вільний край, завантажений моментом.

$$x_{12} = \bar{x}_{12} \times c + \bar{\bar{x}}_{12} = \begin{pmatrix} \left(\frac{\bar{\varphi}_r}{r}\right)_{12} \times C + \left(\frac{\bar{\bar{\varphi}}_r}{r}\right)_{12} \\ \left(\frac{\bar{M}_r}{D_1}\right)_{12} \times C + \left(\frac{\bar{\bar{M}}_r}{D_1}\right)_{12} \end{pmatrix} \quad (7.14)$$

$$\left(\frac{\bar{M}_r}{D_1}\right)_{12} \times C + \left(\frac{\bar{\bar{M}}_r}{D_1}\right)_{12} = -\frac{M}{D_1}; \quad (7.15)$$

$$0,6675 \cdot C + 0 = -\frac{M}{D_1}$$

$$C = -\frac{M}{0,6675 \cdot D_1};$$

Вектори стану для початку і кінця ділянки пластини за (3.11) дорівнюють:

$$X_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \left(-\frac{M}{0,6675 \cdot D_1}\right) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1,4981 \end{pmatrix} \frac{M}{D_1}$$

$$X_{12} = \begin{pmatrix} 0,4750 \\ 0,6675 \end{pmatrix} \times \left(-\frac{M}{0,6675 \cdot D_1}\right) = \begin{pmatrix} -0,7116 \\ -1 \end{pmatrix} \frac{M}{D_1}$$

Визначимо переміщення вільного краю  $\Delta_{1p}$  для подальшого використання у методі сил за формулою (3.15):

Внутрішній контур закріплений:  $w_p^{11} = 0$ ;

$$\begin{aligned} w_p^{12} = \Delta_{1p} &= -\left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{11} \cdot r_{12}^2 \cdot \psi_{wm}(\lambda_1) = 1,4981 \cdot \frac{M}{D_1} \cdot r_{12}^2 \cdot 0,2004 = \\ &= 0,3002 \cdot \frac{M \cdot r_{12}^2}{D_1}; \end{aligned} \quad (7.16)$$

## 7.2.2. ОДИНИЧНИЙ СТАН

В точці, яка відповідає шарнірній опорі, прикладаємо одиничну силу, розподілену по колу (Рисунок 7.5):

$$X^* = \frac{X}{2 \cdot \pi \cdot 90^2}; \quad (7.17)$$

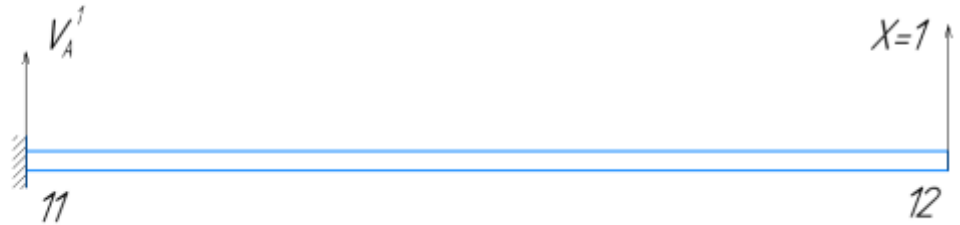


Рисунок 7.5 Одиничний стан

$$\sum F_y = V_A + X = 0; \quad (7.18)$$

$$P_{11} = V_A = -1; \quad (7.19)$$

.Матриця переходу через ділянку і результат першого розрахунку залишаються такими ж, як і для «вантажного» стану:

$$L = \begin{pmatrix} 0,3825 & 0,4750 \\ 0,4323 & 0,6675 \end{pmatrix}; \quad \bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \bar{X}_{12} = \begin{pmatrix} 0,4750 \\ 0,6675 \end{pmatrix};$$

Розраховуємо вектор навантаження за формулою (3.8):

$$R_1 = \begin{pmatrix} \frac{P_{11}}{D_1} \cdot 0,08239 \\ \frac{P_{11}}{D_1} \cdot 0,1828 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,08239 \\ -0,1828 \end{pmatrix} \frac{1}{D_1};$$

Проводимо другий розрахунок:

- на внутрішньому контурі:

$$\bar{\bar{X}}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \text{вільний від навантажень край [5]}$$

Визначення вектору стану для другого розрахунку

$$\bar{\bar{X}}_{12} = L_1 \times \bar{\bar{X}}_{11} + R_1 = \begin{pmatrix} -0,08239 \\ -0,1828 \end{pmatrix} \frac{1}{D_1}; \quad (7.20)$$

Визначаємо константу С з граничних умов: на зовнішньому контурі (12) маємо вільний від навантаження край. З формули (7.14) маємо:

$$\left( \frac{\bar{M}_r}{D_1} \right)_{12} \cdot C + \left( \frac{\bar{M}_r}{D_1} \right)_{12} = 0; \quad (7.21)$$

$$0,6675 \cdot C + 0,1828 \cdot \frac{P_{11}}{D_1} = 0$$

$$C = 0,2739 \frac{1}{D_1};$$

Тоді вектори стану для початку і кінця ділянки пластини дорівнюють (3.11):

$$X_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \left(0,2739 \frac{1}{D_1}\right) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,2739 \end{pmatrix} \frac{1}{D_1};$$

$$X_{12} = \begin{pmatrix} 0,4750 \\ 0,6675 \end{pmatrix} \times \left(0,2739 \frac{1}{D_1}\right) + \begin{pmatrix} -0,08239 \\ -0,1828 \end{pmatrix} \frac{1}{D_1} = \begin{pmatrix} 0,04771 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{D_1};$$

Визначимо переміщення вільного краю під дією одиничного навантаження за формулою (3.15)

$$\delta_1^{11} = 0;$$

$$\begin{aligned} \delta_1^{12} = \delta_1 &= -\left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{11} \times r_{12}^2 \times \psi_{wm}(\lambda_1) - \frac{P_{11}}{D_1} \times r_{12}^2 \times \psi_{wp}(\lambda_1) = \\ &= -0,2739 \cdot \frac{1}{D_1} \cdot r_{12}^2 \cdot 0,2004 + \frac{1}{D_1} \cdot r_{12}^2 \cdot 0,02524 = -0,02965 \cdot \frac{r_{12}^2}{D_1}; \end{aligned} \quad (7.22)$$

### 7.2.3. РОЗРАХУНОК ПЛАСТИНИ ІЗ ВИЗНАЧЕНОЮ РЕАКЦІЄЮ ОПОРИ

Підставимо знайдені значення формул (7.16),(7.22) переміщень в рівняння (7.8) і визначимо реакцію опору  $X_R$ :

$$-0,02965 \cdot \frac{r_{12}^2}{D_1} \cdot X_R + 0,3002 \cdot \frac{M \cdot r_{12}^2}{D_1} = 0;$$

$$X_R = \frac{0,3002}{0,02965} M = 10,125M;$$

В точці шарнірної опори прикладаємо реакцію опору, розподілену по колу:

$$X_R^* = \frac{X_R}{2 \cdot \pi \cdot 90^2};$$

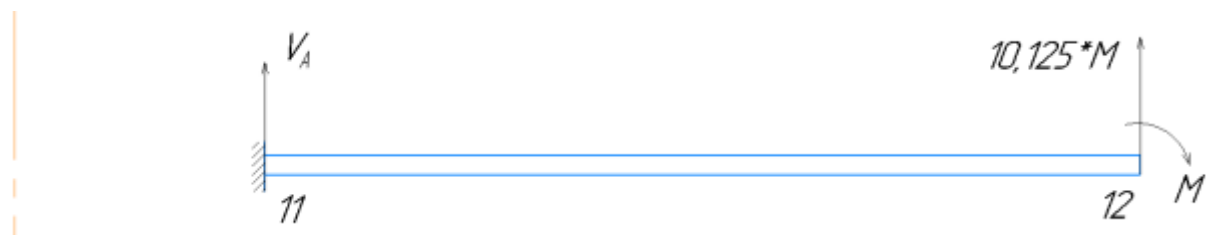


Рисунок 7.6 Схема пластини з визначеною реакцією опори

$$\sum F_y = V_A + 10,125M = 0; \quad (7.23)$$

$$P_{11} = V_A = -10,125M; \quad (7.24)$$

Для проведення другого розрахунку визначаємо вектор навантаження для загального випадку за формулою (3.8):

$$R_1 = \begin{pmatrix} \frac{P_{11}}{D_1} \cdot 0,08239 \\ \frac{P_{11}}{D_1} \cdot 0,1828 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,8342 \\ -1,851 \end{pmatrix} \frac{M}{D_1};$$

- Внутрішній контур залишається вільним від навантажень:

$$\bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

Визначення вектору стану для другого розрахунку

$$\bar{X}_{12} = L_1 \times \bar{X}_{11} + R_1 = \begin{pmatrix} -0,8342 \\ -1,851 \end{pmatrix} \frac{M}{D_1}; \quad (7.25)$$

Визначаємо константу  $C$  з граничних умов: на зовнішньому контурі (12) враховуємо розподілений момент  $-M$  за формулою (7.14).

$$\left( \frac{\bar{M}_r}{D_1} \right)_{12} \cdot C + \left( \frac{\bar{M}_r}{D_1} \right)_{12} = -\frac{M}{D_1}; \quad (7.26)$$

$$0,6675 \cdot C - 1,851 \cdot \frac{M}{D_1} = -\frac{M}{D_1};$$

$$C = 1,2749 \frac{M}{D_1};$$

Тоді вектори стану для кожної ділянки пластини дорівнюють (3.11):

$$X_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \left( 1,2749 \frac{M}{D_1} \right) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1,2749 \end{pmatrix} \frac{M}{D_1};$$

$$X_{12} = \begin{pmatrix} 0,4750 \\ 0,6675 \end{pmatrix} \times \left( 1,2749 \frac{M}{D_1} \right) - \begin{pmatrix} 0,8342 \\ 1,851 \end{pmatrix} \frac{M}{D_1} = \begin{pmatrix} -0,2286 \\ -1 \end{pmatrix} \frac{M}{D_1};$$

Додатково визначимо значення колових згинаючих моменті  $M_\varphi$  на початку та в кінці ділянок, а також середні значення моментів, кута повороту та переміщення, для більш точного порівняння результатів і визначення похибок.

Колові згинаючі моменти будемо розраховувати згідно з (3.14):

$$\left(\frac{M_\varphi}{D_1}\right)_{11} = \mu \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{11} + \left(\frac{\varphi}{r}\right)_{11} \cdot (1 - \mu^2) \frac{D_1}{D_1} = 0,3 \cdot 1,2749 \frac{M}{D_1} = 0,3825 \frac{M}{D_1}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{M_\varphi}{D_1}\right)_{12} &= \mu \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{12} + \left(\frac{\varphi}{r}\right)_{12} \cdot (1 - \mu^2) \frac{D_1}{D_1} = -0,3 \frac{M}{D_1} - 0,2286 \frac{M}{D_1} \cdot 0,91 \\ &= -0,5080 \frac{M}{D_1} \end{aligned}$$

Співвідношення радіусів для визначення спеціальних функцій  $\psi$ :

$$\lambda_{cp} = \frac{r_{11}}{r_{cp}} = \frac{20}{55} = 0,3636; \quad (7.27)$$

Для даного коефіцієнта  $\lambda_{cp}$  шляхом лінійної інтерполяції знаходимо необхідні значення спеціальних функцій. За методом початкових параметрів отримали формули для обчислення векторів стану пластини по середині пластини для нашого випадку при рівності нулю  $\left(\frac{\varphi}{r}\right)_{11}$  і відсутності розподіленого навантаження [5]:

$$\left(\frac{\varphi}{r}\right)_{cp} = \left(\frac{M_r}{D}\right)_{11} \psi_{\vartheta m}(\lambda_{cp}) + \sum \frac{P_k}{D} \psi_{\vartheta P}(\lambda_k) + \sum \frac{m_l}{D} \psi_{\vartheta m}(\lambda_l); \quad (7.28)$$

$$\left(\frac{M_r}{D}\right)_{cp} = \left(\frac{M_r}{D}\right)_{11} \psi_{rm}(\lambda_{cp}) + \sum \frac{P_k}{D} \psi_{rP}(\lambda_k) + \sum \frac{m_l}{D} \psi_{rm}(\lambda_l); \quad (7.29)$$

$$\left(\frac{M_\varphi}{D}\right)_{cp} = \left(\frac{M_r}{D}\right)_{11} \psi_{\varphi m}(\lambda_{cp}) + \sum \frac{P_k}{D} \psi_{\varphi P}(\lambda_k) + \sum \frac{m_l}{D} \psi_{\varphi m}(\lambda_l); \quad (7.30)$$

$$w_{cp} = -\left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{11} \cdot r_{cp}^2 \cdot \psi_{wm}(\lambda_{cp}) - \sum \frac{P_k}{D} \cdot r_{cp}^2 \cdot \psi_{wP}(\lambda_k) - \sum \frac{m_l}{D} \psi_{wm}(\lambda_l) \cdot r_{cp}^2; \quad (7.31)$$

Середні значення для кута повороту, радіального та колового моментів дорівнюють (7.28)-(7.31):

$$\left(\frac{\varphi}{r}\right)_{cp} = 0 + 1,2749 \frac{M}{D_1} \cdot 0,4337 - 10,125 \frac{M}{D_1} \cdot 0,04612 = 0,08596 \frac{M}{D_1};$$

$$\left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{cp} = 0 + 1,2749 \frac{M}{D_1} \cdot 0,6965 - 10,125 \frac{M}{D_1} \cdot 0,1290 = -0,4182 \frac{M}{D_1};$$

$$\left(\frac{M_\varphi}{D_1}\right)_{\text{cp}} = 0 + 1,2749 \frac{M}{D_1} \cdot 0,6035 - 10,125 \frac{M}{D_1} \cdot 0,08072 = -0,04789 \frac{M}{D_1};$$

$$w_{\text{cp}} = 0 - 0 - 1,2749 \frac{M}{D_1} \cdot 55^2 \cdot 0,1501 + \frac{10,125M}{D_1} \cdot 55^2 \cdot 0,0112 = -0,03815M;$$

Всі отримані результати від двох методів зводимо в Таблиця 7.1 і Таблиця 7.2 для визначення похибок між обома методами (в таблицях позначено: «І варіант» - розрахунок на основі загального розв'язку диференційного рівняння, «ІІ варіант» - розрахунок із використанням методу сил).

Таблиця 7.1 Результати розрахунків радіальних та колових моментів пластини

	$\left(\frac{M_r}{M}\right)_{11}$	$\left(\frac{M_r}{M}\right)_{\text{cp}}$	$\left(\frac{M_r}{M}\right)_{12}$	$\left(\frac{M_\varphi}{M}\right)_{11}$	$\left(\frac{M_\varphi}{M}\right)_{\text{cp}}$	$\left(\frac{M_\varphi}{M}\right)_{12}$
І варіант	1,2577	-0,4260	-1	0,3776	-0,0538	-0,5089
ІІ варіант	1,2749	-0,4182	-1	0,3825	-0,0479	-0,5080
$\varepsilon, \%$	1,35	1,8	0	1,2	11	0,17

Таблиця 7.2 Результати розрахунків прогинів та кутів повороту пластини

	$\left(\frac{w}{M}\right)_{11}$	$\left(\frac{w}{M}\right)_{\text{cp}}$	$\left(\frac{w}{M}\right)_{12}$	$\left(\frac{\varphi}{M}\right)_{11}$	$\left(\frac{\varphi}{M}\right)_{\text{cp}}$	$\left(\frac{\varphi}{M}\right)_{12}$
І варіант	0	-0,03793	0	0	-0,000765	-0,00334
ІІ варіант	0	-0,03815	0	0	-0,000723	-0,00333
$\varepsilon, \%$	0	0,6	0	0	5,5	0,3

## ВИСНОВОК

В даній частині дипломної роботи була перевірена можливість розрахунку статично-невизначених кільцевих ступінчатих пластин за допомогою метода сил з використанням метода двох розрахунків. На прикладі кільцевої пластини з постійною товщиною, що відповідає одній ділянці ступінчатої пластини, показано, що даний спосіб розрахунку дає гарну збіжність з загальним розв'язком диференційного рівняння вісесиметричного згину кільцевої пластини. При цьому була досягнута доволі висока точність: середня похибка результатів становить 1,83%.



## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Курмаз Л.В., Курмаз О.Л. «Конструирование улов и деталей машин: Справочное учебно-методическое пособие». – М.: Высш. шк., 2007.
2. Павлице В.Т. «Основи конструювання та розрахунків деталей машин: Підручник для вузів». – К.: Вища шк., 1993.
3. Б.І. Ковальчук, О.П. Заховайко. Метод. вказівки до виконання курсового проекту з деталей машин для студ. спец. “Динаміка і міцність машин” – К.: НТУУ "КПІ", 2011.
4. Профілювання циліндричного евольвентного зачеплення з використанням персональної ЕОМ. Методичні вказівки до курсового проекту з дисципліни "Теорія механізмів і машин" для студентів спеціальності "Динаміка і міцність машин" / Укл.: О.П.Заховайко, О.Б.Овсієнко, О.М.Протащук та ін.- К.: НТУУ "КПІ", 2000. – 40 с.
5. Бояршинов С.В. Основы строительной механики машин–М.: "Машиностроение",1973 – 456с.
6. Лурье А.І., «Теория упругости»– М.: "Наука" , 1966. – 940с.
7. Бабенко А.Є., Бобир М.І., Бойко С.Л., Боронко О.О., Теорія пружності. Частина 1: Підруч. – К.:Основа, 2009 – 244 с.
8. В. Г. Рекач «Пособие по решению задач по теории упругости».1966р.
9. Методичні вказівки до виконання випускної атестаційної роботи бакалавра з напрямку 0902 – Інженерна механіка для спеціальності 7.090201 – Динаміка і міцність машин / Укл.: А.Є. Бабенко, О.О. Боронко, О.П. Заховайко, Б.І. Ковальчук, К.М. Рудаков, Ю.М. Сидоренко, О.М. Чемерис. Під загальною редакцією М.І. Бобира. – К.: НТУУ "КПІ", 2004. – 47 с.
10. Рудаков К.М. Чисельні методи аналізу в динаміці та міцності конструкцій: Навч. посібник. – К.: НТУУ "КПІ", 2007. – 379 с.
11. Рудаков К.Н. FEMAP 10.2.0. Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций. К., 2011.– 317 с. Режим доступа: <http://www.cad.dp.ua/stats/FEMAP-102.php>

12. Теорія коливань та стійкості руху. Збірник завдань до курсового проектування та практичних занять для студентів спеціальності «Динаміка та міцність машин.» / Укл. Бобир М.І., Бабенко А.Є., Боронко О.О. Трубачов С.І.-К.: НТУУ "КПІ", 2010.- 171 с
13. Опір матеріалів: Підручник/ Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, Е.С. Уманський; За ред. Г.С. Писаренка. – 2-ге вид., допов. і переробл. – К.:Вища шк., 2004. – 655 с.

## ДОДАТКИ

Формат	Зона	Поз.	Позначення	Найменування	Кільк.	Примітка
				<u>Документація</u>		
A1			МП71.1246P.00.00.CX	Складальна схема	1	
				<u>Складальні одиниці</u>		
		1	МП71.1246P.01.00	Привод активного захвату	1	
		2	МП71.1246P.02.00	Реверсивний двигун	1	
A1		3	МП71.1246P.03.00	Редуктор циліндрично-конічний двохступінчатий	1	
		4	МП71.1246P.04.00	Вакуумне ущільнення	1	
		5	МП71.1246P.05.00	Вимірювач деформації	1	
		6	МП71.1246P.06.00	Піч	1	
		7	МП71.1246P.07.00	Силувимірювач	1	
		8	МП71.1246P.08.00	Датчик сили	1	
		9	МП71.1246P.09.00	Термоізоляційна прокладка	2	
		10	МП71.1246P.10.00	Зразок	1	
		11	МП71.1246P.11.00	Захвати	2	
		12	МП71.1246P.12.00	Поперечини	2	
		13	МП71.1246P.13.00	Система тяг	1	
		14	МП71.1246P.14.00	Термоізоляційні прокладки	2	
		15	МП71.1246P.15.00	Датчик переміщень	1	
		16	МП71.1246P.16.00	Гвинт	1	
		17	МП71.1246P.17.00	Маховик	1	

МП71.1246P.00.00

Зм.	Арж.	№ докум.	Підп.	Дата			
Розроб		Білецький			Схема установки 1246P		
Перев.		Лавренко					
Н.контр					Лист	Лист	Листов
Затв.					у	1	2
					НТУУ «КПІ» ММІ, зр МП-71		

<i>Формат</i>	<i>Зона</i>	<i>Поз.</i>	<i>Позначення</i>	<i>Найменування</i>	<i>Кільк.</i>	<i>Примітка</i>
		18	<i>МП71.1246P.18.00</i>	<i>Сельсиндатчик</i>	1	
		19	<i>МП71.1246P.19.00</i>	<i>Муфта пружна</i>	1	
				<i>втулково-фланцева</i>		
			<i>МП71.1246P.00.00</i>			<i>Лис</i>
<i>Зм.</i>	<i>Ар</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Підп.</i>	<i>Дат</i>	2	

Формат	Зона	Поз.	Позначення	Найменування	Кільк.	Примітка
				<u>Документація</u>		
A1			МП71.1246P.03.00.СК	Редуктор циліндрично-конічний двохступінчатий	1	
				<u>Деталі</u>		
		1	МП71.1246P.03.01	Корпус	1	
		2	МП71.1246P.03.02	Кришка корпусу	1	
		3	МП71.1246P.03.03	Швидкохідний вал	1	
		4	МП71.1246P.03.04	Проміжний вал	1	
		5	МП71.1246P.03.05	Тихохідний вал	1	
		6	МП71.1246P.03.06	Циліндричне колесо	1	
		7	МП71.1246P.03.07	Конічна шестерня	1	
		8	МП71.1246P.03.08	Конічне колесо	1	
		9	МП71.1246P.03.09	Дистанційне кільце	1	
		10	МП71.1246P.03.10	Кришка	1	
		11	МП71.1246P.03.11	Дистанційне кільце	1	
		12	МП71.1246P.03.12	Дистанційне кільце	1	
		13	МП71.1246P.03.13	Кришка підшипника	1	
		14	МП71.1246P.03.14	Дистанційне кільце	1	
		15	МП71.1246P.03.15	Кришка підшипника	1	
		16	МП71.1246P.03.16	Щуп	1	
			МП71.1246P.03.00			
Зм.	Арж.	№докум.	Підп.	Дата		
Розроб	Білецький				Лист.	Листов
Перев.	Лавренко				У	3
					Редуктор циліндрично-конічний	
					НТУУ «КПІ» ММІ, гр МП-71	



