

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Механіко-машинобудівний інститут  
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

До захисту допущено  
Завідувач кафедри  
Сергій ПИСКУНОВ  
\_\_\_\_\_ (підпис)

“ \_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2020 р.

**Дипломна робота**  
освітньо-кваліфікаційного рівня “Бакалавр”

зі спеціальності 131 «Прикладна механіка»

на тему: «Модернізація установки УСНС-3 для випробувань матеріалів при плоскому напруженому стані»

Виконала студентка 4 курсу, групи МП-61

Щербань Тетяна Іванівна  
(прізвище, ім'я, по батькові)

\_\_\_\_\_ (підпис)

Керівник

д.т.н., проф. Рудаков К.М.  
(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

\_\_\_\_\_ (підпис)

Консультант

ДМ  
(назва розділу)

к.т.н., доц. Лавренко Я.І.  
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали)

\_\_\_\_\_ (підпис)

Консультант

ТММ  
(назва розділу)

к.т.н., доц. Заховайко О.П.  
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали)

\_\_\_\_\_ (підпис)

Консультант

Буд. механіка  
(назва розділу)

д.т.н., проф. Пискунов С.О.  
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали)

\_\_\_\_\_ (підпис)

Консультант

Теор. пружн.  
(назва розділу)

д.т.н., проф. Бабенко А.Є.  
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали)

\_\_\_\_\_ (підпис)

Консультант

Чисельні методи  
(назва розділу)

д.т.н., проф. Рудаков К.М.  
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали)

\_\_\_\_\_ (підпис)

Консультант

Теор. коливань  
(назва розділу)

д.т.н., проф. Боронко О.О.  
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали)

\_\_\_\_\_ (підпис)

Консультант

Оригінальна ч.  
(назва розділу)

д.т.н., проф. Рудаков К.М.  
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали)

\_\_\_\_\_ (підпис)

Рецензент д.т.н.,

д.т.н., проф. Данильченко Ю.М.  
(посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

\_\_\_\_\_ (підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань.

Студентка \_\_\_\_\_

Київ – 2020 рік

**Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**

Інститут механіко-машинобудівний

Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Освітньо-кваліфікаційний рівень «Бакалавр»

Спеціальність 131 «Прикладна механіка»

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Завідувач кафедри  
\_\_\_\_\_ Сергій ПИСКУНОВ  
(підпис)  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 р.

**З А В Д А Н Н Я**  
**НА ДИПЛОМНУ РОБОТУ СТУДЕНТУ**  
Щербань Тетяні Іванівні  
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Модернізація установки УСНС-3 для випробувань матеріалів при плоскому напруженому стані,

керівник роботи Рудаков Костянтин Миколайович, д.т.н., проф.,  
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету від «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р. № \_\_\_\_\_

2. Термін подання студентом роботи 10.06.2020 р.

3. Вихідні дані до роботи Установка УСНС-3 для випробувань матеріалів при плоскому напруженому стані, максимальний крутний момент на захваті – 10 кН\*м, кутова швидкість захвата – 4 хв<sup>-1</sup>.

4. Зміст роботи

Проектування і розрахунок привода випробувальної установки

Проектування корегованого евольвентного зачеплення зубчастих коліс

Розрахунок круглої ступінчастої пластини

Визначення НДС при стисканні кульки у підшипнику

Чисельні розрахунки НДС випробувального зразка

Визначення власних частот та відповідних власний форм коливань

Оригінальна частина

5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням плакатів, презентацій тощо)

8 плакатів, записка містить 74 сторінки, 24 ілюстрації, 13 таблиць, додаток та 31 джерела використаної літератури.

## 6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
ДМ	к.т.н., доц. Лавренко Я.І.		
Теор. пружн.	д.т.н., проф. Бабенко. А.Є.		
ТММ	к.т.н., доц. Заховайко О.П.		
Буд. механіка	д.т.н., проф. Пискунов С.О.		
Чисельні методи	д.т.н., проф. Рудаков К.М.		
Теор. коливань	д.т.н., проф. Боронко О.О.		
Оригінальна частина	д.т.н., проф. Рудаков К.М.		

7. Дата видачі завдання 01.10.2019 р.**КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН**

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури	01.12.2019 р.	
2	Виконання 1-2 розділів	01.02.2020 р.	
3	Виконання 3-4 розділів	01.04.2020 р.	
4	Виконання 5-7 розділів	01.06.2020 р.	
5	Передзахист	10.06.2020 р.	
6	Захист дипломної роботи	16.06.2020 р.	

Студентка

\_\_\_\_\_

(підпис)

Тетяна ЩЕРБАНЬ

Керівник роботи

\_\_\_\_\_

(підпис)

Костянтин РУДАКОВ

### Анотація

Дана бакалаврська робота присвячена модернізації привода випробувальної установки УСНС-3 для випробувань матеріалів при плоскому напруженому стані.

В даній роботі проведено модифікацію приводу і редуктора шляхом вибору оптимальних для даних умов. Спроектвані елементи приводу, за показниками зачеплення за допомогою програмного забезпечення K-PRO оптимізовано зубчасту передачу задля уникнення підрізання зубців. Розраховано на міцність і жорсткість опорну плиту, на якій фіксується дана установка. Методами теорії пружності визначено НДС при стисканні кульки у підшипнику. За допомогою методу скінченних елементів та програмного комплексу Ansys досліджено напружено-деформований стан тонкостінного зразка для дослідження на розтяг. Методами теорії коливань визначено власні частоти та форми коливань системи з двома степенями вільності. В останньому розділі проведено порівняння розрахункових (МСЕ) коефіцієнтів концентрації напружень у отворі в пластині з шаруватого композиційного матеріалу при навантаженні отвору циліндром, відносно теоретичних значень.

Записка містить 74 сторінки, 24 рисунків, 13 таблиць, додаток.

Ключові слова: випробувальна установка, редуктора, кінематична схема, циліндрична передача, черв'ячна передача, розрахунок валів, підшипники, зразок, напружено-деформований стан, опорна плита, коливання, власні частоти, власні форми.

Робота складається з текстової та графічної частини, містить додаток зі специфікаціями до креслень.

## Abstract

This bachelor work is devoted to the modification of the drive of the testing machine USNS-3 for the study of materials for plane stress state.

In this work, the drive and gearbox are changed to more optimal ones. Designed drive elements, gear ratios are optimized for engagement with help of K-PRO software in order to avoid cutting the teeth. The strength and rigidity of the base plate are calculated, on which the testing machine is fixed. With help of the methods of the elasticity theory was defined the stress-strain state of the ball in the bearing. Using the finite element method and Femap software, the stress-strain state of a thin-walled specimen was studied for tensile research. With help of the methods of the oscillations theory normal modes of the system with two degrees of freedom were determined. The last section defines a comparison of the calculated (ITS) coefficients (relative to theoretical values) of the concentration of stresses in the aperture in a plate of layered composite material loading a cylinder hole.

The note contains 74 pages, 24 figures, 13 tables, an application.

*Keywords: test setup, reducer, kinematic scheme, cylindrical transmission, worm gear, calculation of shafts, substrates, sample, stress-strain state, base plate, oscillations, normal modes.*

The work consists of a text and graphic part, contains an application with specifications for drawings.

## Зміст

1. Проектування і розрахунок привода випробувальної установки УСНС-3.....	8
1.1.Опис прототипу та кінематична схема привода .....	8
1.2. Вибір двигуна .....	11
1.3. Кінематичний і силовий розрахунок привода.....	11
1.4. Розрахунок передач редуктора .....	13
1.4.1. Розрахунок прямозубої циліндричної передачі.....	13
1.4.1.1. Проектний розрахунок передачі .....	13
1.4.1.2. Попередні значення деяких параметрів передачі.....	14
1.4.1.3. Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість. ....	15
1.4.2. Розрахунок тихохідної черв'ячної передачі.....	16
1.4.2.1. Проектний розрахунок черв'ячної передачі .....	16
1.4.2.2. Попередні значення деяких параметрів передачі.....	17
1.4.2.3. Розрахунок зубців черв'ячного колеса на контактну витривалість ..	18
1.5. Розрахунок валів та їх опор.....	19
1.5.1. Розрахунок швидкохідного вала .....	19
1.5.1.1. Проектний розрахунок і конструювання вала .....	19
1.5.1.2. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників .....	19
1.5.1.3. Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипник.....	20
1.5.2. Розрахунок проміжного вала .....	20
1.5.2.1. Проектний розрахунок і конструювання вала .....	20
1.5.2.2. Перевірка статичної міцності вала.....	21
1.5.2.4. Розрахунок вала на жорсткість.....	24

1.5.2.5. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників .....	24
1.5.2.6. Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипник.....	25
1.5.2.7. Розрахунок довговічності підшипника.....	26
1.5.3. Розрахунок тихохідного вала.....	27
1.5.3.1. Проектний розрахунок і конструювання вала .....	27
1.5.3.2. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників .....	27
1.5.3.3. Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипник.....	28
2. Проектування корегованого евольвентного зачеплення зубчастих коліс.....	29
2.1. Показники якості зачеплення .....	29
2.2. Розрахунок параметрів некорегованої передачі .....	30
2.3. Розрахунок параметрів корегованої передачі .....	33
2.4. Висновки .....	39
3. Розрахунок круглої ступінчатої пластини.....	40
3.1. Перший розрахунок.....	42
3.2. Другий розрахунок .....	43
3.3. Визначення параметрів .....	44
4. Визначення НДС при стисканні кульки у підшипнику .....	48
5. Чисельні розрахунки напружено-деформованого стану випробувального зразка .....	51
5.1. Вибір зразка та його розрахункової моделі .....	51
5.2. Постановка крайової задачі.....	52
5.3. Постановка крайової задачі пружності.....	52

5.4 Алгоритм отримання розв'язку .....	53
5.5. Розрахункова схема.....	55
5.6. Результати розрахунків .....	56
6. Визначення власних частот та відповідних власних форм коливань.....	58
6.1. Числові розрахунки власних частот та відповідних власних форм крутих коливань для системи з двома ступенями вільності .....	58
6.2. Чисельний розрахунок власних частот та відповідних власних форм згинальних коливань для системи з двома ступенями вільності .....	62
6.2.1. Метод сил.....	62
6.2.2 Метод Релея.....	66
6.2.3 Метод Донкерлі.....	66
7. Порівняння розрахункових (МСЕ) коефіцієнтів концентрації напружень у отворі в пластині з шаруватого композиційного матеріалу при навантаженні отвору циліндром, відносно теоретичних значень .....	68
Список використаної літератури .....	80
Додаток.....	83

## 1. Проектування і розрахунок привода випробувальної установки УСНС-3

### 1.1.Опис прототипу та кінематична схема привода

Установка УСНС-3 використовується для випробування статичної міцності матеріалів за простого і складного навантаження в умовах плоского напруженого стану.

Установка УСНС-3 працює за допомогою верхнього (3) та нижнього (5) зажимів.

Просте навантаження: розтяг стиск.

За допомогою двигуна системи осьового навантаження (14) рух передається на черв'ячний редуктор осьового навантаження(12). Завдяки цьому по колонам рухається рухома траверса (7) і розтягує або стискає зразок. Зусилля регулюється за допомогою динамометра (6) та контролюється системою регулювання осьовою силою (16).

Просте навантаження: кручення.

За допомогою двигуна системи крутного моменту (1) рух передається на черв'ячний редуктор (2) і закручує зразок.

Процес контролюється системою регулювання крутним моментом (15).

Складне навантаження відбувається, коли працюють одночасно двигуни (1) та (14). Результати фіксують за допомогою тензоментрів годинникового типу і надходять до системи реєстрації експериментальних даних (18).

В установці присутня система нагрівання зразка (17). Нижче показана схема привода, яку потрібно розрахувати і спроектувати рис.1.1.

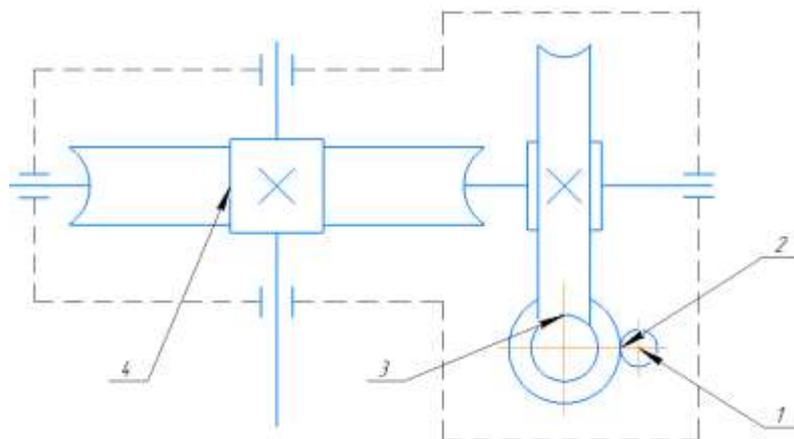


Рис. 1.1 Кінематична схема редуктора: 1- електродвигун; 2 – зубчаста передача; 3 – черв'ячна передача; 4 – черв'ячна передача.

Ескіз установки наведено на рис.1.2

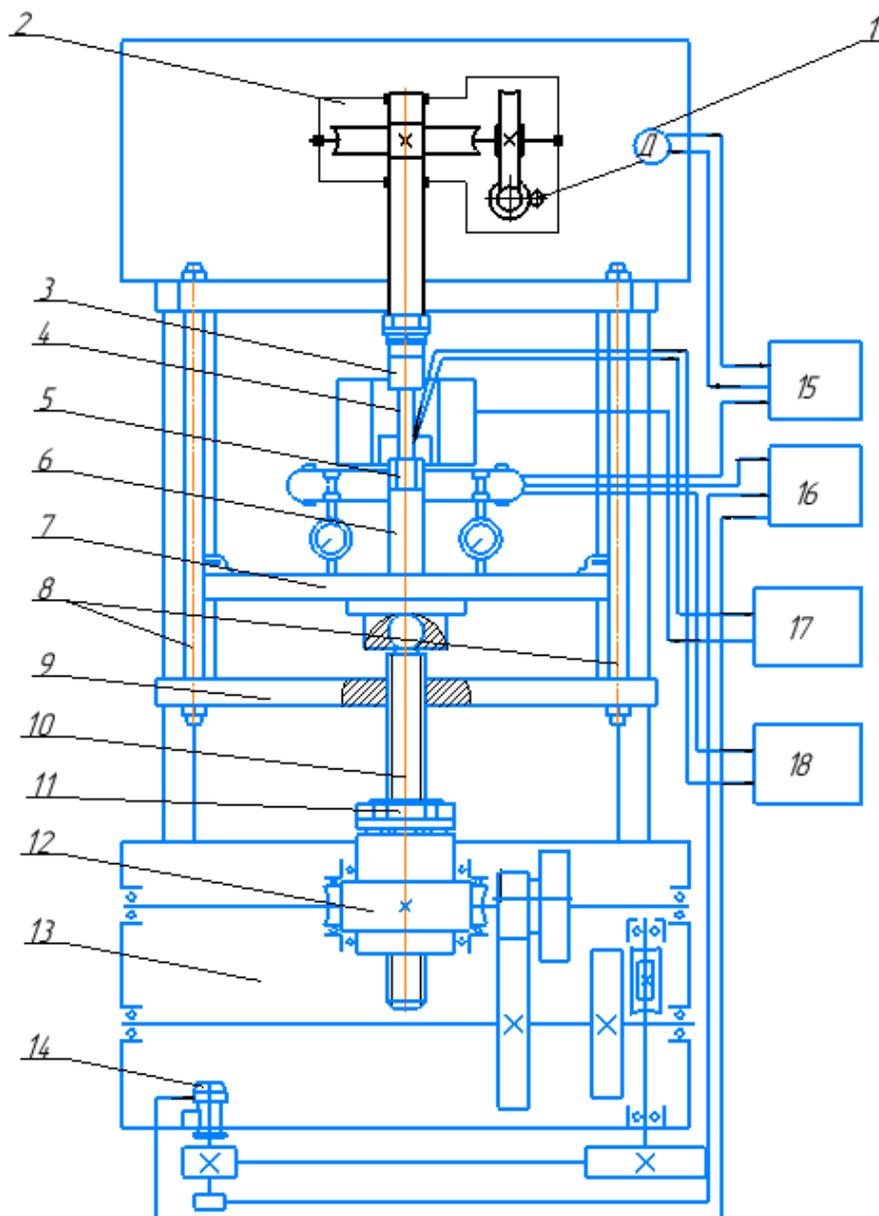


Рис.1.2 Ескіз установки

1 – двигун системи крутного моменту; 2 – редуктор 2-ий черв'ячний; 3- верхній захват; 4- зразок; 5- нижній захват; 6 – динамометр; 7 – рухома траверса; 8 – колони; 9 – нерухома траверса; 10 – ходовий гвинт; 11 – розрізна гайка; 12 – черв'ячний редуктор осьового навантаження; 13 – станина; 14 – двигун системи осьового навантаження; 15 – система регулювання крутним моментом; 16 – система регулювання осьовою силою; 17 – система нагрівання зразка; 18 – система реєстрації експериментальних даних.

## 1.2 Вибір двигуна

Розраховуємо номінальну потужність на валу двигуна [5]:

$$P_n = T\omega = 10 \cdot 10^3 \cdot 4/60 = 666,7 \text{ Вт};$$

Знайдемо ККД редуктора:

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4^k, \text{ де:}$$

$\eta_1$  – ККД прямозубої циліндричної передачі

$\eta_2$  – ККД черв'ячної передачі

$\eta_3$  – ККД черв'ячної передачі

$\eta_4$  – ККД однієї пари підшипників

$k$  – кількість пар підшипників

$$\eta = 0,95 \cdot 0,81 \cdot 0,6 \cdot 0,97 = 0,45;$$

Визначаємо загальне орієнтовне передатне відношення привода [5]:

$$i = i'_1 i'_2 i'_3, \text{ де}$$

$i'_1$  – передатне відношення прямозубої циліндричної передачі

$i'_2$  – передатне відношення черв'ячної передачі

$i'_3$  – передатне відношення черв'ячної передачі

$$i = 4 \cdot 24 \cdot 22 = 2112;$$

Орієнтовна частота обертання валу двигуна [5]

$$n'_{\text{об}} = ni';$$

$$n = 30\omega/\pi = 30 \cdot 4/60/3,14 = 0,63;$$

$$n'_{\text{дв}} = 2112 \cdot 0,64 = 1345 \text{ хв}^{-1};$$

$$P_1 = 0,45 \cdot 666,7 = 1499,3 \text{ Вт};$$

Приймаємо електродвигун 4А80В4У3 з параметрами:

$$P = 1500 \text{ Вт}; n = 1410 \text{ хв}^{-1}. [1]$$

## 1.3. Кінематичний і силовий розрахунок привода

Обравши двигун уточнимо загальне передатне відношення привода [5]

$$i = \frac{n_{\text{дв}}}{n} = \frac{1410}{0,64} = 2213,7$$

Обчислимо розбивку між окремими передачами, так щоб

$$i = i_1 i_2 i_3$$

$i_1$  – передатне відношення прямозубої циліндричної передачі

$i_2$  – передатне відношення черв’ячної передачі

$i_3$  – передатне відношення черв’ячної передачі

Визначаємо кутові швидкості усіх валів привода [5]:

$$\omega_1 = \omega_{\text{дв}} = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 * 1410}{30} = 147,6 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{i_1} = \frac{147,6}{3} = 49,2 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_3 = \frac{\omega_2}{i_2} = \frac{49,2}{18} = 2,7 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_4 = \frac{\omega_3}{i_3} = \frac{2,7}{40} = 0,07 \text{ с}^{-1}$$

Знайдемо потужності:

$$P_k = P_{k-1} \eta_{k-1};$$

$$P_1 = 1499,3 \text{ Вт};$$

$$P_2 = P_1 \eta_1 = 1499,3 * 0,95 = 1424,3 \text{ Вт};$$

$$P_3 = P_2 \eta_2 = 1424,3 * 0,81 = 1148,5 \text{ Вт};$$

$$P_4 = P_3 \eta_3 = 1148,5 * 0,6 = 687,1 \text{ Вт}$$

Знайдемо крутні моменти:

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{1499,3}{147,6} = 10,2 \text{ Н * м};$$

$$T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{1424,3}{49,2} = 30 \text{ Н * м};$$

$$T_3 = \frac{P_3}{\omega_3} = \frac{1148,5}{2,7} = 420,2 \text{ Н * м};$$

$$T_4 = \frac{P_4}{\omega_4} = \frac{687,1}{0,07} = 10056,1 \text{ Н * м};$$

Кінематичні та силові характеристики привода наведені в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 Кінематичні та силові характеристики привода

	Вали			
	I	II	III	IV
Передачі	Прямозуба циліндрична		Черв'ячна	
$\eta$	0,95		0,81	
$i$	3		18	
$\omega$ , с <sup>-1</sup>	147,58	49,19	2,73	0,07
$n$ , об/хв	1410	470	26,1	0,67
$T$ , Н*м	10,2	30	420,22	10056,1
$P$ , Вт	1499,28	1424,31	1148,45	687,07

#### 1.4. Розрахунок передач редуктора

##### 1.4.1. Розрахунок прямозубої циліндричної передачі

Схему передачі наведено на Рис. 1.3

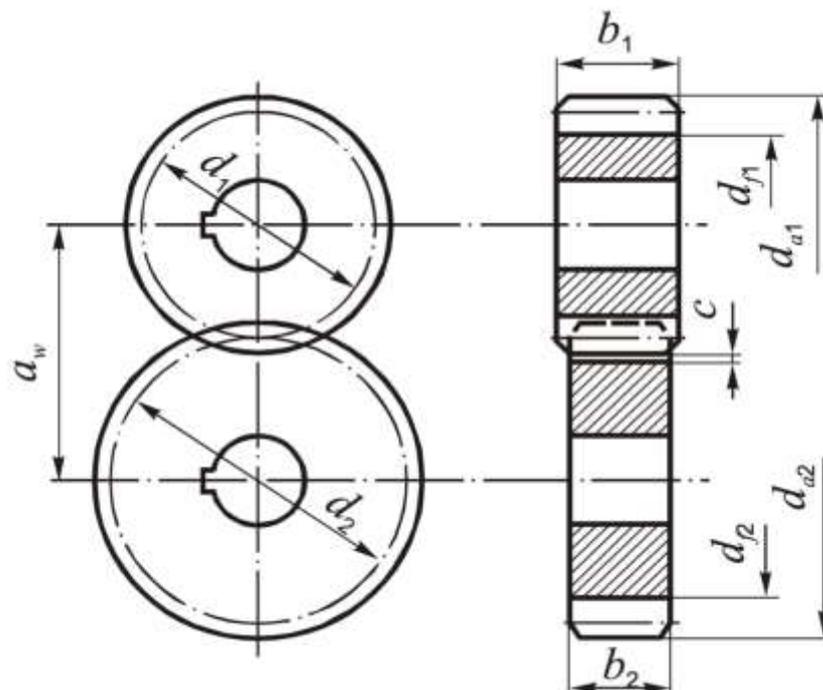


Рис. 1.3 Схема прямозубої циліндричної передачі

##### 1.4.1.1. Проектний розрахунок передачі

Попередньо беремо коефіцієнт ширини вінця  $\psi_{ba} = 0,4$ .

$$\psi_{bd} = 0,5 * \psi_{ba}(U + 1) = 0,5 * 0,4(3 + 1) = 0,8;$$

В залежності від  $\psi_{bd}$  і  $H < 350 \Rightarrow K_{H\beta} = 1$ ;  $K_{\alpha} = 495 \text{ МПа}^{1/3}$  – для прямозубого зачеплення [5].

Мінімальна міжосьова відстань передачі:

$$a_{\omega min} = K_{\alpha}(U + 1) \sqrt[3]{\frac{T_{1H} * K_{H\beta}}{U * \psi_{ba} * [\sigma]_H^2}} = 495(3 + 1) \sqrt[3]{\frac{10,16 * 1}{3 * 0,4 * 486,82^2}} = 65,2 \text{ мм};$$

Фактична  $a_{\omega} = 90 \text{ мм}$ ;

Число зубців:  $z_1 = 25$ ;  $z_2 = U * z_1 = 3 * 25 = 75$ .

Модуль зубців:

$$m'_n = \frac{2 * a_{\omega} * \cos\beta}{z_1 + z_2} = \frac{2 * 90 * 1}{25 + 75} = 1,8 \text{ мм};$$

Згідно з ГОСТ  $m_n = 2 \text{ мм}$ .

Перераховуємо  $a_{\omega}$  при  $m_n = 2$

$$a_{\omega} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2 * \cos\beta} = \frac{2(25 + 75)}{2} = 100 \text{ мм};$$

Приймаємо  $a_{\omega} = 100 \text{ мм}$ .

#### 1.4.1.2. Попередні значення деяких параметрів передачі

1) Ділильні діаметри шестерні та колеса:

$$d_1 = \frac{m_n * z_1}{\cos\beta} = \frac{2 * 25}{1} = 50 \text{ мм};$$

$$d_2 = \frac{m_n * z_2}{\cos\beta} = \frac{2 * 75}{1} = 150 \text{ мм}.$$

2) Ширина зубчастих вінців:

$$b_2 = \psi_{ba} * a_{\omega} = 0,4 * 100 = 40 \text{ мм};$$

$$b_1 = b_2 + 2 \text{ мм} = 42 \text{ мм}.$$

3) Колова швидкість зубчастих коліс:

$$V = 0,5 * \omega_1 * d_1 = 0,5 * 147,58 * 50 * 10^{-3} = 3,69 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

Вибираємо ступінь точності  $n_{СТ} = 9$  для всіх показників точності зубчастих коліс і передачі[6].

4) Еквівалентна кількість числа зубців шестерні та колеса [5]:

$$z_{V1} = z_1 = 25; z_{V2} = z_2 = 75.$$

5) Коефіцієнт торцевого перекриття [5]:

$$\varepsilon_\alpha = \left[ 1,88 - 3,2 \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right] \cos\beta = \left[ 1,88 - 3,2 \left( \frac{1}{25} + \frac{1}{75} \right) \right] = 1,71.$$

6) Колова сила у зачепленні коліс:

$$F_t = \frac{2 * T_1}{d_1} = \frac{2 * 10,16 * 10^3}{50} = 406,36 \text{ Н.}$$

1.4.1.3. Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість

Для розрахунку попередньо визначимо такі коефіцієнти:

- коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів зубчастих коліс  $Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}$  [6];
- коефіцієнт форми спряжених поверхонь зубців  $Z_H = 1,77 * \cos\beta = 1,77 * 1 = 1,77$  [6];
- коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній при  $Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1,71}} = 0,760$  [6];
- коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження між зубцями в залежності від колової швидкості та ступеня точності  $K_{H\alpha} = 1$  [6];
- коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження по ширині вінця  $K_{H\beta} = 1$  [6];
- коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження зубців в залежності від колової швидкості, твердості зубців колеса та ступеня точності  $K_{HV} = 1,05$  [6].

Питома розрахункова колова сила [5]:

$$\omega_{Ht} = \frac{F_t}{b_2} * K_{H\alpha} * K_{H\beta} * K_{HV} = \frac{406,36}{40} * 1 * 1 * 1,05 = 10,67 \frac{\text{Н}}{\text{мм}};$$

Розрахункове контактне напруження:

$$\sigma_H = Z_M * Z_H * Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_1} * \frac{U + 1}{U}} = 275 * 1,77 * 0,76 \sqrt{\frac{10,67}{50} * \frac{3 + 1}{3}} = 198,56 \text{ МПа};$$

Стійкість зубців проти втомного викришування їхніх поверхонь забезпечується, оскільки  $\sigma_H = 198,56 \text{ МПа}$ ,  $[\sigma]_H = 486,8 \Rightarrow \sigma_H < [\sigma]_H$ .

### 1.4.2. Розрахунок тихохідної черв'ячної передачі

Схему передачі зображено на Рис. 1.4.

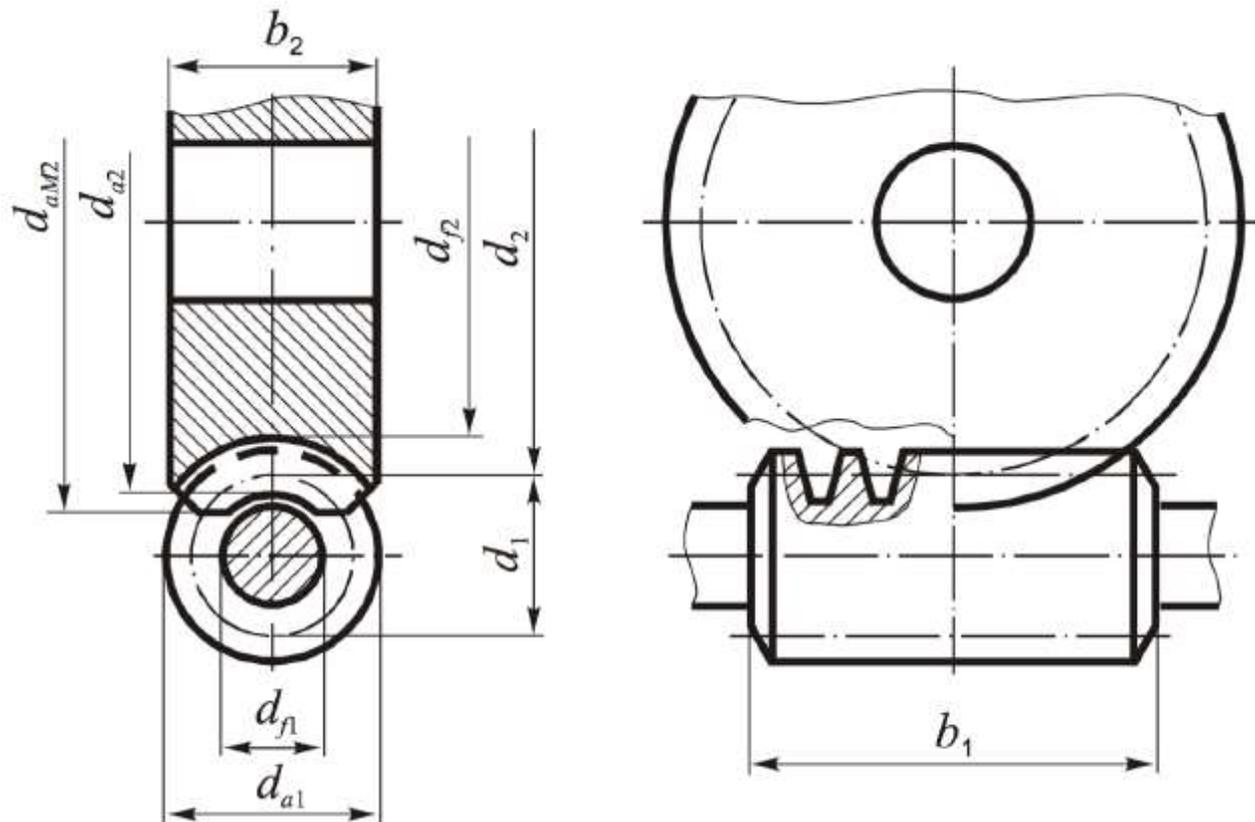


Рис. 1.4. Схема черв'ячної передачі

#### 1.4.2.1. Проектний розрахунок черв'ячної передачі

Використовується допоміжний коефіцієнт  $K_\alpha = 310 \text{ МПа}^{1/3}$  — для сталевго черв'яка та бронзового вінця колеса [6].

Число витків черв'яка обираємо  $z_1 = 2$ , тоді число зубців черв'ячного колеса  $z_2 = iz_1 = 40 \cdot 2 = 80$ .

Коефіцієнт діаметра черв'яка  $q \geq 0,212z_2 = 0,212 \cdot 80 = 16,96$ . Вибираємо за [6]  $q = 20$ .

Визначаємо коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження по ширині вінця черв'ячного колеса [6]:

$$K_{H\beta} = 1 + \left(\frac{z_2}{\theta}\right)^3 (1 - x) = 1 + \left(\frac{80}{194}\right)^3 (1 - 0,5) = 1,04;$$

Де  $\theta = 194$  [6, табл. 28.5],  $x = 0,5$  для легкого режиму навантаження передачі.

Визначаємо мінімальну міжосьову відстань:

$$a_{Wmin} = K_{\alpha} \left( \frac{z_2}{q} + 1 \right)^3 \sqrt{\frac{T_4 \cdot K_{H\beta} \cdot q^2}{(z_2 \cdot [\sigma]_H)^2}} = 310 \left( \frac{80}{20} + 1 \right)^3 \sqrt{\frac{10056,1 \cdot 1,04 \cdot 20^2}{(80 \cdot 294,1)^2}} =$$

$$= 303,69 \text{ мм};$$

Визначаємо модуль передачі

$$m' = \frac{2a_{Wmin}}{z_2 + q} = \frac{2 \cdot 303,69}{80 + 20} = 6,07;$$

За стандартом вибираємо  $m = 6,3$  мм, якому відповідає  $q = 20$ [6].

#### 1.4.2.2. Попередні значення деяких параметрів передачі

Розміри вінців черв'яка та черв'ячного колеса:

- Ділильні діаметри

$$d_1 = mq = 6,3 \cdot 20 = 126 \text{ мм};$$

$$d_2 = mz_2 = 6,3 \cdot 80 = 504 \text{ мм};$$

- Діаметри вершин витків черв'яка та зубців колеса:

$$d_{a1} = d_1 + 2m = 126 + 2 \cdot 6,3 = 138,6 \text{ мм}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2m = 504 + 2 \cdot 6,3 = 516,6 \text{ мм};$$

- Діаметри западин

$$d_{f1} = d_1 - 2m = 126 - 2 \cdot 6,3 = 110,88 \text{ мм};$$

$$d_{f2} = d_2 - 2m = 504 - 2 \cdot 6,3 = 488,88 \text{ мм};$$

- Найбільший діаметр черв'ячного колеса

$$d_{am} \leq d_{a2} + 1,5m = 516,6 + 1,5 \cdot 6,3 = 526,05 \text{ мм};$$

- Ширина вінця черв'ячного колеса

$$b_2 \leq 0,75d_{a1} = 0,75 \cdot 138,6 = 103,95 \text{ мм};$$

$$\text{Приймаємо } b_2 = 105 \text{ мм};$$

- Міжосьова відстань передачі

$$a_W = 0,5m(z_2 + q) = 0,5 \cdot 6,3(80 + 20) = 315 \text{ мм};$$

- Ділильний кут підйому лінії витків черв'яка:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{z_1}{q} = \frac{2}{20} = 0,1; \gamma = 5,73^\circ;$$

- Швидкість ковзання у зачепленні:

$$V_s = \frac{\omega_3 d_1}{2 \cos \gamma} = \frac{2,73 \cdot 126 \cdot 10^{-3}}{2 \cos(5,73^\circ)} = 0,17;$$

- Уточнене значення допустимого контактного напруження

$$[\sigma]_H = [\sigma]_{H0} = 300 - 25V_s = 300 - 250 \cdot 0,17 = 295,67 \text{ МПа};$$

- Еквівалентне число зубців колеса

$$z_{V2} = \frac{z_2}{\cos^3 \gamma} = \frac{80}{\cos^3(5,73^\circ)} = 81,21;$$

- Колова сила, що діє на зубці колеса:

$$F_{t2} = \frac{2T_4}{d_2} = \frac{2 \cdot 10056,1}{504} = 39905,14 \text{ Н};$$

#### 1.4.2.3. Розрахунок зубців черв'ячного колеса на контактну витривалість

Визначимо коефіцієнти:

$Z_M = 210 \text{ МПа}^{1/2}$  – коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів черв'яка і вінця колеса [6];

$Z_H = 1,8$  – коефіцієнт форми спряжених поверхонь витків та зубців [6];

$Z_\varepsilon = 0,75$  – коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній у зачепленні [6];

$K_{H\beta} = 1,04$ ;

$K_{HV} = 1,25$  – коефіцієнт динамічного навантаження [6].

Питома розрахункова колова сила

$$\omega_{Ht} = \frac{F_{t2}}{b_2} K_{H\beta} K_{HV} = \frac{39905,14}{105} \cdot 1,04 \cdot 1,25 = 491,72 \frac{\text{Н}}{\text{мм}};$$

Розрахункове контактне напруження:

$$\sigma_H = Z_M Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_2}} = 210 \cdot 1,8 \cdot 0,75 \cdot \sqrt{\frac{491,72}{504}} = 280,02 \text{ МПа};$$

Стійкість зубців проти заїдання і втомного викришування забезпечується, оскільки [5]

$$\sigma_H = 280,02; [\sigma]_H = 295,67 \text{ МПа} \Rightarrow \sigma_H \leq [\sigma]_H.$$

### 1.5. Розрахунок валів та їх опор

#### 1.5.1. Розрахунок швидкохідного вала

##### 1.5.1.1. Проектний розрахунок і конструювання вала

Для виготовлення вала берем Сталь 45, для якої  $\sigma_B = 600 \text{ МПа}$ ;

$\sigma_T = 355 \text{ МПа}$ ;  $[\tau] = 25 \text{ МПа}$ .

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 105055,6}{\pi \cdot 25}} = 27,77 \text{ мм};$$

З конструктивних міркувань оберемо  $d = 44 \text{ мм}$ .

$d_n = 40 \text{ мм}$ - діаметр підшипники.

##### 1.5.1.2. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників

Підбираємо підшипники кочення для вхідного вала редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку вала [5]:

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = \sqrt{143,93^2 + 196,16^2} = 243,29 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = \sqrt{557,88^2 + 793,85^2} = 970,27 \text{ Н}$$

Осьове навантаження вала  $F_a = 277,88 \text{ Н}$ ; діаметр цапф вала для підшипників  $d_n = 25$ ; кутова швидкість вала  $\omega = 95,6 \text{ с}^{-1}$  потрібна довговічність підшипників  $L_h = 10000 \text{ год.}$ , при 90% надійності, типовий режим навантаження вала – середній нормальний (СН), короткочасне перевантаження до 150%, робоча температура підшипників до  $50^\circ\text{C}$ . В перерізі В (оскільки для опори є найбільшим навантаженням) [6]:

$$\frac{F_a}{R_B} = \frac{2334,57}{970,27} = 2,51 > 0,35$$

То для опор вала доцільно застосовувати радіально опорні роликові конічні підшипники серії 7308А для яких:  $C_0 = 56000 \text{ Н}$ ;  $C_r = 80900 \text{ Н}$ . Підшипники обрано за ГОСТ 27365-87 [6].

1.5.1.3. Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипник

Для типового режиму навантаження (СН) коефіцієнт інтенсивності:  $K_e = 0,57$ . Згідно з умови роботи підшипника, беремо:  $V = 1$  – обертання внутрішнього кільця підшипника  $K_\sigma = 1,5$  – коефіцієнт безпеки при короткочасних перевантаженнях до 150%,  $K_T = 1$  – температурний коефіцієнт до 50°C; параметр осевого навантаження  $e = 0,51$  [6]

В даному випадку  $R_r = R_B = 970,27$  Н та осьова сила  $F_a = 2437,55$  Н. Оскільки для опори В осьова сила більша від радіальної, доцільно вибрати для опори вала роликові радіально-опорні конічні підшипники серії 7308А [6].

Для визначення осевого навантаження  $R_{aB}$  на підшипник опори В попередньо обчислимо осеві складові сили у підшипниках опор А і В при навантаженні їх радіальними  $R_A$  і  $R_B$

$$F_{sA} = 0,83eR_A = 0,83 \cdot 0,51 \cdot 253,57 = 102,98 \text{ Н}$$

$$F_{sB} = 0,83eR_B = 0,83 \cdot 0,51 \cdot 970,27 = 410,72 \text{ Н}$$

Рівняння рівноваги вала

$$F_a + R_{aA} - R_{aB} = 0$$

Якщо  $R_{aA} = R_A$ , то

$$R_{aB} = F_a + F_{sA} = 2334,57 + 102,98 = 2437,56 \text{ Н} > F_{sB} = 410,72 \text{ Н}$$

Отже  $R_{aB}$  визначино правильно

$$\frac{R_{aB}}{(VR_B)} = \frac{2437,56}{(1 \cdot 970,27)} = 2,51 > e = 0,51$$

Маємо за [2]  $X = 0,4$ ,  $Y = 1,16$ ;

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипники опори

$$R = (XVR_r + YR_{aB})K_\sigma K_T = (0,4 \cdot 1 \cdot 970,27 + 1,16 \cdot 2437,56) \cdot 1,5 \cdot 1 = 582,16 \text{ Н}$$

$$R_e = K_e R = 0,57 \cdot 582,16 = 331,83 \text{ Н}$$

1.5.2. Розрахунок проміжного вала

1.5.2.1. Проектний розрахунок і конструювання вала

Для виготовлення вала берем Сталь 45, для якої  $\sigma_B = 600$  МПа;

$$\sigma_T = 355 \text{ МПа}; [\tau] = 25 \text{ МПа.}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 420222,4}{\pi \cdot 25}} = 44,08 \text{ мм};$$

З конструктивних міркувань оберемо  $d = 110 \text{ мм}$ .

$d_n = 90 \text{ мм}$ - діаметр під підшипники.

### 1.5.2.2. Перевірка статичної міцності вала

Сили в зачепленні:

$$F_{t1} = 3990,51 \text{ Н-колова сила};$$

$$F_{r1} = 14524,28 \text{ Н-радіальна сила};$$

$$F_{a1} = 39905,14 \text{ Н-осьова сила.}$$

Сили в зачепленні:

$$F_{r2} = 849,71 \text{ Н-радіальна сила};$$

$$F_{t2} = 2334,57 \text{ Н-колова сила.}$$

$$F_{a2} = 583,64 \text{ Н-осьова сила.}$$

Згинальний момент від сили  $F_{a1}$ :

$$M_{a1} = F_{a1} \frac{d_1}{2} = 39305,14 \frac{126}{2} = 2514023,95 \text{ Н} \cdot \text{мм};$$

Згинальний момент від сили  $F_{a2}$ :

$$M_{a2} = F_{a2} \frac{d_2}{2} = 583,64 \frac{360}{2} = 105055,6 \text{ Н} \cdot \text{мм};$$

У YX площині:

$$\sum M_{Ai} = F_{r1}a - R_B(a + b) - F_{r2}(a + b + c) + M_{a1} - M_{a2} = 0;$$

$$\begin{aligned} R_B &= \frac{F_{r1}a + F_{r2}(a + b + c) + M_{a1} - M_{a2}}{a + b} = \\ &= \frac{14524,28 \cdot 217,75 - 849,71 \cdot (217,75 + 257,75 + 106,75)}{147,88 + 147,88} \\ &+ \frac{2514023,95 - 105055,6}{147,88 + 147,88} = 10676,94 \text{ Н} \end{aligned}$$

$$\sum Y_i = R_A - F_{r1} + F_{r2} + R_B = 0$$

$$R_A = F_{r1} - F_{r2} - R_B = 14524,28 - 849,71 - 10676,64 = 2997,63 \text{ H}$$

У ZX площині:

$$\sum M_{Ai} = F_{t1}a - R_B(a + b) + F_{t2}(a + b + c) = 0;$$

$$\begin{aligned} R_B &= \frac{F_{t1}a + F_{t2}(a + b + c)}{a + b} = \\ &= \frac{3990,51 \cdot 217,75 + 2334,57 \cdot (217,75 + 257,75 + 106,75)}{217,75 + 257,75} = \\ &= 4686,09 \text{ H}; \end{aligned}$$

$$\sum Y_i = R_A - F_{t1} + R_B - F_{t2} = 0$$

$$R_A = F_{t1} - R_B + F_{t2} = 3990,51 - 4686,09 + 2324,57 = 1638,99 \text{ H};$$

Сумарні згинальні моменти в перерізах I-I і II-II

$$M_I = \sqrt{(M_y^I)^2 + (M_z^I)^2} = \sqrt{3257000^2 + 420200^2} = 3283994,07 \text{ Нмм}$$

$$M_{II} = \sqrt{(M_y^{II})^2 + (M_z^{II})^2} = \sqrt{181000^2 + 208900^2} = 276405,88 \text{ Нмм}$$

Оскільки діаметри вала у перерізах I-I і II-II однакові, крутні моменти також однакові, а згинальний момент у перерізі I-I більший, ніж у перерізі II-II, то перевірку міцності слід виконувати для перерізу I-I.

Розрахункові схеми проміжного валу редуктора наведені на рис. 1.5.

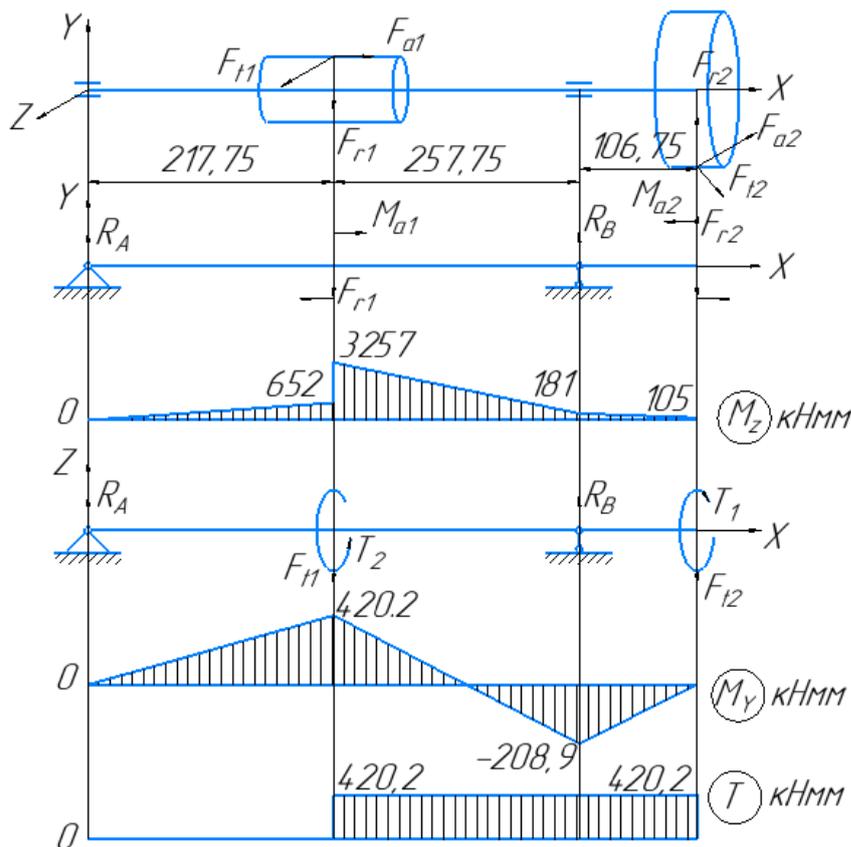


Рис. 1.5. Розрахункові схеми проміжного валу редуктора

Номінальні напруження в перерізі:

$$\sigma_{зг} = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{32 \cdot 3283994}{3,14 \cdot 110^3} = 25,14 \text{ МПа}$$

$$\sigma_c = \frac{4F_{a1}}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 39905,14}{3,14 \cdot 110^2} = 4,2 \text{ МПа}$$

$$\tau = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3} = \frac{16 \cdot 420222,4}{3,14 \cdot 110^3} = 1,61 \text{ МПа}$$

За III-м критерієм міцності визначаємо еквівалентні напруження [15]:

$$\sigma_{екв} = \sqrt{(\sigma_{зг} + \sigma_c)^2 + 4\tau^2} = \sqrt{(25,14 + 4,2)^2 + 4 \cdot 1,61^2} = 29,52 \text{ МПа}$$

Допустиме еквівалентне напруження [5]:

$$[\sigma]_{екв} = 0,8\sigma_T = 0,8 \cdot 355 = 284 \text{ МПа}$$

Максимальне еквівалентне напруження при короткому перевантаженні:

$$\sigma_{екв}^{max} = \sigma_{екв} R_{II} = 29,52 \cdot 2,2 = 64,95 \text{ МПа}$$

Умова статичної міцності виконується, оскільки

$$\sigma_{екв}^{max} = 64,95 \text{ МПа}; [\sigma]_{екв} = 284 \text{ МПа} \Rightarrow \sigma_{екв}^{max} \leq [\sigma]_{екв}.$$

#### 1.5.2.4. Розрахунок вала на жорсткість

Для розрахунку прогину скористаємося методом Мора [15].

Основний момент інерції перерізу вала:

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{3.14 \cdot 110^4}{64} = 7183240 \text{ мм}^4 \quad E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа};$$

Прогин вала під черв'яком

У YX площині:

$$y_B = \frac{1}{EI} \left[ \int_0^{217,75} R_A x \bar{R}_A x dx + \int_0^{257,75} [F_{r2}(x + 106,75) + M_{a2} + R_B x] \bar{R}_B x dx \right]$$

$$= 0.0269 \text{ мм}$$

У ZX площині:

$$y_G = \frac{1}{EI} \left[ \int_0^{217,75} R_A x \bar{R}_A x dx + \int_0^{257,75} [-F_{t2}(x + 106,75) + R_B x] \bar{R}_B x dx \right] = 0.0037 \text{ мм}$$

Допустимий прогин вала  $[y] = 0,005m = 0,0315 \text{ мм};$

$$y = \sqrt{y_B^2 + y_G^2} = 0,0272$$

$$y = 0,0272 \text{ мм} \leq [y] = 0,0315 \text{ мм};$$

Умова жорсткості виконується.

Знайдемо кут нахилу в опорі В

$$\theta_B = \frac{1}{EI} \int_0^{257,75} (R_A(x + 217,75) + M_{A1} - F_{r1}x)(-\bar{R}_A(x + 217,75))dx = 0,00019$$

$$\theta_G = \frac{1}{EI} \int_0^{257,75} (R_A(x + 217,75) - F_{t1}x)(-\bar{R}_A(x + 217,75))dx = -2,1 \cdot 10^{-6}$$

$$\theta = \sqrt{\theta_B^2 + \theta_G^2} = 0,00019 < [\theta] = 0.0016$$

Умова жорсткості виконується.

#### 1.5.2.5. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників

Підбираємо підшипники кочення для вхідного вала редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку вала [6]:

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = \sqrt{2997,63^2 + 1638,99^2} = 3416,44 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = \sqrt{10676,94^2 + 4686,1^2} = 11660,04 \text{ Н}$$

Осьове навантаження вала  $F_a = 40488,78 \text{ Н}$ ; діаметр цапф вала для підшипників  $d_n = 90$ ; кутова швидкість вала  $\omega = 2,73 \text{ с}^{-1}$  потрібна довговічність підшипників  $L_h = 10000 \text{ год.}$ , при 90% надійності, типовий режим навантаження вала – середній нормальний (СН), короткочасне перевантаження до 150%, робоча температура підшипників до  $50^\circ\text{C}$ . В перерізі В (оскільки для опори є найбільшим навантаженням [6]):

$$\frac{F_a}{R_B} = \frac{40488,78}{11660,04} = 3,47 > 0,35$$

То для опор вала доцільно застосовувати радіально опорні роликові конічні підшипники серії 7218А для яких:  $C_0 = 150000 \text{ Н}$ ;  $C_r = 183000 \text{ Н}$ . Підшипники обрано за ГОСТ 27365-87 [6].

1.5.2.6. Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипник

Для типового режиму навантаження (СН) коефіцієнт інтенсивності:  $K_e = 0,57$ . Згідно з умови роботи підшипника, беремо:  $V = 1$  – обертання внутрішнього кільця підшипника  $K_\sigma = 1,5$  – коефіцієнт безпеки при короткочасних перевантаженнях до 150%,  $K_T = 1$  – температурний коефіцієнт до  $50^\circ\text{C}$ ; параметр осьового навантаження  $e=0,35$  [6].

В даному випадку  $R_r = R_B = 11660,04 \text{ Н}$  та осьова сила  $F_a = 40488,78 \text{ Н}$ . Оскільки для опори В осьова сила більша від радіальної, доцільно вибрати для опори вала роликові радіально-опорні конічні підшипники серії 7218А [6].

Для визначення осьового навантаження  $R_{aB}$  на підшипник опори В попередньо обчислимо осьові складові сили у підшипниках опор А і В при навантаженні їх радіальними  $R_A$  і  $R_B$

$$F_{sA} = 0,83eR_A = 0,83 \cdot 0,35 \cdot 3416,44 = 992,48 \text{ Н}$$

$$F_{SB} = 0,83eR_B = 0,83 \cdot 0,35 \cdot 11660,04 = 3387,24\text{Н}$$

Рівняння рівноваги вала

$$F_a + R_{aA} - R_{aB} = 0$$

Якщо  $R_{aA} = R_A$ , то

$$R_{aB} = F_a + F_{SA} = 40488,78 + 992,48 = 41481,26\text{ Н} > F_{SB} = 3387,24\text{Н}$$

Отже  $R_{aB}$  визначино правильно

$$\frac{R_{aB}}{(VR_B)} = \frac{41481,26}{(1 \cdot 11660,04)} = 3,55 > e = 0,35$$

Маємо за [6]  $X = 0,4, Y = 1,49$ ;

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипники опори

$$R = (XVR_r + YR_{aB})K_\sigma K_T = (0,4 \cdot 1 \cdot 11660,04 + 1,49 \cdot 41481,26) \cdot 1,5 \cdot 1 \\ = 6996,02\text{Н}$$

$$R_e = K_e R = 0,57 \cdot 6996,02 = 3987,73\text{ Н}$$

1.5.2.7. Розрахунок довговічності підшипника

Для 90%-ї надійності коефіцієнт  $a_1 = 1$ , а для звичайних умов експлуатації серійних роликкових радіально-опорних конічних підшипників коефіцієнт  $a_{23} = 0,7$  [6].

Розрахунковий ресурс підшипників, млн. об,

$$L = a_1 a_{23} \left( \frac{C_r}{R_e} \right)^p = 1 \cdot 0,7 \cdot \left( \frac{183000}{3987,73} \right)^{\frac{10}{3}} = 67650\text{ млн. об}$$

Тут показник  $p = \frac{10}{3}$  для роликкових радіально-опорних конічних підшипників

Розрахункова довговічність підшипника, год.

$$L_h = \frac{1745L}{\omega} = \frac{1745 \cdot 67650}{2,73} = 4,3 \cdot 10^7\text{ год}$$

Попередньо вибраний підшипник серії 7218А для опори В вала має довговічність більшу від заданої потрібної. Для опори А вала беремо такий самий підшипник. [6]

### 1.5.3. Розрахунок тихохідного вала

#### 1.5.3.1. Проектний розрахунок і конструювання вала

Для виготовлення вала берем Сталь 45, для якої  $\sigma_B = 600$  МПа;

$\sigma_T = 355$  МПа;  $[\tau] = 25$  МПа.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 10056096}{\pi \cdot 25}} = 127,03 \text{ мм};$$

З конструктивних міркувань оберемо  $d = 130$  мм.

$d_n = 130$  мм- діаметр під підшипники.

#### 1.5.3.2. Аналіз умов навантаження та вибір типу, розміри підшипників

Підбираємо підшипники кочення для вхідного вала редуктора за такими даними, одержаними при розрахунку вала [5]:

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = \sqrt{3066,84^2 + 19952,57^2} = 20186,89 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = \sqrt{3916,56^2 + 19952,57^2} = 20333,33 \text{ Н}$$

Осьове навантаження вала  $F_a = 3990,51$  Н; діаметр цапф вала для підшипників  $d_n = 130$ ; кутова швидкість вала  $\omega = 0,07 \text{ с}^{-1}$  потрібна довговічність підшипників  $L_h = 10000$  год., при 90% надійності, типовий режим навантаження вала – середній нормальний (СН), короткочасне перевантаження до 150%, робоча температура підшипників до 50°C. В перерізі В (оскільки для опори є найбільшим навантаженням) [5]:

$$\frac{F_a}{R_B} = \frac{3990,51}{20333,33} = 0,19 < 0,35$$

То для опор вала доцільно застосовувати радіально опорні кулькові упорні підшипники серії 46226 для яких:  $C_0 = 153000$  Н;  $C_r = 193000$  Н. Підшипники обрано за ГОСТ 831-75 [6].

1.5.3.3. Визначення розрахункового еквівалентного навантаження на підшипник.

Для типового режиму навантаження (СН) коефіцієнт інтенсивності:  $K_e = 0,57$ . Згідно з умови роботи підшипника, беремо:  $V = 1$  – обертання внутрішнього кільця підшипника  $K_\sigma = 1,5$  – коефіцієнт безпеки при короткочасних перевантаженнях до 150%,  $K_T = 1$  – температурний коефіцієнт до 50°C; параметр осевого навантаження  $e = 0,51$  [5].

В даному випадку  $R_r = R_B = 20333,33$  Н а для кулькових упорних підшипників осьова сила  $F_a = 3990,5$  Н. [6]

$$\frac{R_a}{C_o} = \frac{3990,5}{153000} = 0,026$$

Беремо  $e = 0,22$

$$\frac{R_a}{(VR_B)} = \frac{3990,5}{20333,33} = 0,19 < e = 0,22$$

Маємо за [6]  $X = 1, Y = 0$ ;

Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипники опори

$$R = (XVR_r + YR_a)K_\sigma K_T = (1 \cdot 1 \cdot 20333,33 + 0 \cdot 3990,51) \cdot 1,5 \cdot 1 = 30500 \text{ Н}$$

$$R_e = K_e R = 0,57 \cdot 30500 = 17385 \text{ Н}$$

## 2. Проектування корегованого евольвентного зачеплення зубчастих коліс

До складу редуктора входить циліндрична зубчаста передача, яку було спроектовано відповідно до заданого максимального крутного моменту та кутової швидкості захвату. Для розрахунку було використано передатне відношення, режим навантаження та розраховано строк служби передачі. Для шестерні та колеса з кількістю зубців більше 17 дозволяється виготовлення без корегування. Однак в подальшому є необхідність вивчення показників якості зачеплення, щоб, за потреби, оптимізувати передачу. Для цього необхідно провести аналіз якості зачеплення та на основі даних вибрати коефіцієнт зміщення та оптимізувати передачу [7,1].

### 2.1. Показники якості зачеплення

Для оцінки якості зачеплення, міцності передачі, її плавності та безшумності, і для оцінки її зносостійкості задаємо такі якісні показники [7]:

- коефіцієнт торцевого перекриття  $\varepsilon_\alpha$
- коефіцієнт питомого ковзання  $\lambda$
- коефіцієнт питомого тиску  $\Theta$ ;

Необхідно також врахувати, що загострення зубця призводить до зменшення міцності в вершині і тому варто взяти до уваги коефіцієнт товщини зубця.

*Коефіцієнт торцевого перекриття* (відповідає позначенню «ea» в програмі K-PRO) відповідає за неперервність зачеплення. Для даного випадку циліндричної прямозубої передачі має значення  $\varepsilon_\alpha = 1,1$  [7].

*Коефіцієнт питомого ковзання* визначає ступінь взаємного проковзування коліс під час зачеплення. В програмі K-PRO позначені як «lam1» і «lam2». Підберемо та використаємо такі значення, за яких коефіцієнти питомого ковзання матимуть найближчі значення [7].

*Коефіцієнт питомого тиску* враховує залежність контактних напружень від кривизни профілю зуба (позначається «teta» в середовищі програми K-PRO) [7].

За відсутності підрізання ніжки зуба, загострення його вершини та неперервності зачеплення підберемо коефіцієнт зміщення. Підрізання буде відбуватися за від'ємного значення коефіцієнта зміщення, загострення - при певному додатному значенні. Форма зубця за таких коефіцієнтів буде вважатися нетехнологічною і за припущення, що ці значення повинні бути більшими за  $x_{min1}$  та  $x_{min2}$ . Коефіцієнт товщини зубця  $x_{min2}$  характеризує загострення головки зубця (позначані «sk1» і «sk2» в інтерфейсі програми K-PRO), де мінімальні і максимальні значення визначаються видом термообробки і структурою матеріалу. Для термообробки поліпшення приймемо  $S_a \geq 0,25 \dots 0,3$  [7].

## 2.2. Розрахунок параметрів некорегованої передачі

При розрахунку некорегованої передачі задаємо коефіцієнти зміщення  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = 0$ ; Процес розрахунку параметрів:

1. Запуск програми K-PRO;

2. Запис даних:

- Кількість зубців  $z_1$  і  $z_2$ ;

- Модуль зачеплення  $m$ ;

- Кут нахилу  $\beta$ .

- Впевнившись що задана міжосьова відстань, ввести її значення

Вхідні дані:

Кількість зубців шестерні	$z_1 = 25$ ;
Кількість зубців колеса	$z_2 = 75$ ;
Модуль зачеплення	$m = 2.0$ ;
Кут нахилу лінії зуба	$\beta = 0$ ;
Міжосьва відстань	$a_w = 100$ ;

Таблиця 2.1. Показники якості зачеплення до корегування

x1	x2	sk1	sk2	ea	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\theta$
0	0	0,7198	0,7962	1,7144	2,2452	0,3036	0,3119
0	0	0,7198	0,7962	1,7144	2,2452	0,3036	0,3119
0	0	0,7198	0,7962	1,7144	2,2452	0,3036	0,3119
0	0	0,7198	0,7962	1,7144	2,2452	0,3036	0,3119
0	0	0,7198	0,7962	1,7144	2,2452	0,3036	0,3119
0	0	0,7198	0,7962	1,7144	2,2452	0,3036	0,3119
0	0	0,7198	0,7962	1,7144	2,2452	0,3036	0,3119
0	0	0,7198	0,7962	1,7144	2,2452	0,3036	0,3119
0	0	0,7198	0,7962	1,7144	2,2452	0,3036	0,3119
0	0	0,7198	0,7962	1,7144	2,2452	0,3036	0,3119
0	0	0,7198	0,7962	1,7144	2,2452	0,3036	0,3119
0	0	0,7198	0,7962	1,7144	2,2452	0,3036	0,3119
0	0	0,7198	0,7962	1,7144	2,2452	0,3036	0,3119
0	0	0,7198	0,7962	1,7144	2,2452	0,3036	0,3119
0	0	0,7198	0,7962	1,7144	2,2452	0,3036	0,3119

x1min=-0,4706

x2min=-3,4118

Коефіцієнт зміщення шестерні:  $x_1 = 0$ Коефіцієнт зміщення колеса:  $x_2 = 0$ 

Параметри з'єднання

Міжосьова відстань:  $a_w = 100$ Кут зачеплення (град):  $alt_w = 20$ Висота зуба:  $h_i = 4.5$ Коефіцієнт торцевого перекриття:  $ea = 1.7144$ Коефіцієнт тиску в полюсі:  $\theta = 0.3119$ 

Параметри шестерні

Радіус ділільного кола:  $r = 25$ Радіус початковій окружності:  $r_w = 25$ Радіус кола вершин:  $r_a = 27$ Радіус кола западин:  $r_f = 22.5$

Радіус основного кола:  $r_b = 23.4923$

Коефіцієнт товщини по окружності вершин:  $s_k = 0.7198$

Коефіцієнт питомого ковзання:  $\lambda = 2.2452$

Параметри колеса

Радіус ділительного кола:  $r = 75$

Радіус початковій окружності:  $r_w = 75$

Радіус кола вершин:  $r_a = 77$

Радіус кола западин:  $r_f = 72.5$

Радіус основного кола:  $r_b = 70.4769$

Коефіцієнт товщини по окружності вершин:  $s_k = 0.7962$

Коефіцієнт питомого ковзання:  $\lambda = 0.3036$

Таблиця 2.2. Координати шестерні до корегування

№	Т-д	x	y	№	Т-д	x	y
1	Прхд	2,705	22,3367	11	Евлв	1,7293	24,311
2	Прхд	2,2665	22,5188	12	Евлв	1,682	24,5274
3	Прхд	2,0261	22,7928	13	Евлв	1,6219	24,7659
4	Прхд	1,9085	23,056	14	Евлв	1,5473	25,0257
5	Прхд	1,8491	23,3123	15	Евлв	1,4569	25,3063
6	Прхд	1,8245	23,5768	16	Евлв	1,3493	25,6068
7	Евлв	1,8192	23,676	17	Евлв	1,2231	25,9264
8	Евлв	1,8085	23,7994	18	Евлв	1,077	26,2642
9	Евлв	1,791	23,9465	19	Евлв	0,9096	26,6192
10	Евлв	1,7651	24,1172	20	Евлв	0,7197	26,9904

Таблиця 2.3. Координати колеса до корегування

№	Т-д	х	у	№	Т-д	х	у
1	Прхд	2,9117	72,4414	11	Евлв	1,7712	74,3687
2	Прхд	2,5196	72,5622	12	Евлв	1,6879	74,6308
3	Прхд	2,3048	72,754	13	Евлв	1,5987	74,9007
4	Прхд	2,2007	72,9174	14	Евлв	1,5036	75,1781
5	Прхд	2,1434	73,0535	15	Евлв	1,4022	75,463
6	Прхд	2,1069	73,1762	16	Евлв	1,2945	75,7553
7	Евлв	2,0499	73,3986	17	Евлв	1,1802	76,0548
8	Евлв	1,988	73,6291	18	Евлв	1,0592	76,3615
9	Евлв	1,9211	73,8677	19	Евлв	0,9313	76,6753
10	Евлв	1,8489	74,1142	20	Евлв	0,7962	76,9959

Проаналізуємо показники зачеплення до корегування. Умова неперервності зачеплення виконується, бо  $e_a = 1,7144 > 1,1$ . Оскільки коефіцієнти ковзання дуже відрізняються, умова рівномірного спрацювання колеса і шестерні не виконується: для шестерні  $\lambda_{a1} = 2,2452$ , а для колеса  $\lambda_{a2} = 0,3036$  [7].

### 2.3. Розрахунок параметрів корегованої передачі

Розрахунок параметрів передачі до корегування виконується у програмі KPRO. Порядок розрахунку виглядає наступним чином:

Запускаємо програму K-PRO.

Вводимо дані:

- кількість зубців  $z_1$  і  $z_2$ ;
- модуль зачеплення  $m$ ;
- міжосьова відстань  $a_w$ .

Вхідні дані:

Число зубців шестерні  $z_1 = 25$

Число зубців колеса  $z_2 = 75$

Модуль зачеплення  $m = 2$

Задаємо діапазон зміни  $x_1$  в межах від 0 до 1.

Таблиця 2.4. Показники зачеплення для діапазону  $x_1$  в межах від 0 до 1

$x_1$	$x_2$	sk1	sk2	ea	lam1	lam2	teta
.000	.000	.720	.796	1.714	2.245	.304	.312
.100	-.100	.689	.807	1.698	1.760	.336	.312
.200	-.200	.655	.816	1.678	1.386	.368	.312
.300	-.300	.618	.824	1.656	1.089	.401	.312
.400	-.400	.578	.831	1.632	.847	.435	.312
.500	-.500	.535	.836	1.605	.646	.470	.312
.600	-.600	.489	.840	1.575	.477	.505	.312
.700	-.700	.441	.843	1.543	.332	.541	.312
.800	-.800	.389	.844	1.509	.207	.578	.312
.900	-.900	.335	.844	1.472	.097	.616	.312
1.000	-1.000	.278	.843	1.432	.000	.655	.312

$x_{1\min} = -0,4706$

$x_{2\min} = -3,4118$

Обираємо оптимальний діапазон коефіцієнтів зміщення  $0,500 \leq x_1 \leq 0,600$ . При цьому враховуємо умову максимального наближення коефіцієнтів питомого ковзання  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$ , це мінімізує знос зубців. Коефіцієнт торцевого перекриття  $\varepsilon_\alpha$  порівнюємо з допустимим значенням торцевого перекриття для прямозубих зачеплень 9 класу точності  $[\varepsilon_\alpha] = 1,1$ . Для неперервного зачеплення та рівномірного зносу зубців колеса мають відповідати вимогам  $\varepsilon_\alpha \geq [\varepsilon_\alpha]$ , що справджується в даному випадку. Коефіцієнт питомого тиску  $\theta$ , який залежить від коефіцієнта зміщення, має бути як найменшим [7].

Необхідні більш точні значення коефіцієнтів зміщення, тому інтервал зміни  $x_1$  розглядаємо в ще вужчому діапазоні. Для цього ствердно відповідаємо на запит програми щодо проведення розрахунку з новими коефіцієнтами зміщення і знову вводимо задану міжосьову відстань та діапазон зміни  $x_1$ . [7]

Загострення зубців не відбувається, оскільки для термообробки поліпшення коефіцієнт товщини зубця становить  $S_b \geq 0,25$ .  $.0,3$ . У даному випадку коефіцієнт товщини зубця для шестерні  $sk_1 = 0.489 > 0.3$ ;  $sk_2 = 0.840 > 0.3$ .

Таблиця 2.5. Показники зачеплення для діапазону  $x_1$  в межах від 0,5 до 0,6

$x_1$	$x_2$	$sk_1$	$sk_2$	$ea$	$lam_1$	$lam_2$	$teta$
.500	-.500	.535	.836	1.605	.646	.470	.312
.510	-.510	.531	.837	1.602	.628	.473	.312
.520	-.520	.526	.837	1.599	.610	.477	.312
.530	-.530	.522	.838	1.596	.593	.480	.312
.540	-.540	.517	.838	1.593	.575	.484	.312
.550	-.550	.513	.839	1.591	.558	.487	.312
.560	-.560	.508	.839	1.588	.541	.491	.312
.570	-.570	.503	.839	1.585	.525	.495	.312
.580	-.580	.499	.840	1.582	.509	.498	.312
.590	-.590	.494	.840	1.579	.493	.502	.312
.600	-.600	.489	.840	1.575	.477	.505	.312

$x_{1min} = -0,4706$

$x_{2min} = -3,4118$

Обираємо оптимальний діапазон коефіцієнтів зміщення  $0,580 \leq x_1 \leq 0,590$ . При цьому враховуємо умову максимального наближення коефіцієнтів питомого ковзання  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$ , це мінімізує знос зубців. Коефіцієнт торцевого перекриття  $\epsilon_\alpha$  порівнюємо з допустимим значенням торцевого перекриття для прямозубих зачеплень 9 класу точності  $[\epsilon_\alpha] = 1,1$ . Для неперервного зачеплення та рівномірного зносу зубців колеса мають відповідати вимогам  $\epsilon_\alpha \geq [\epsilon_\alpha]$ , що справджується в даному випадку. Коефіцієнт питомого тиску  $\theta$ , який залежить від коефіцієнта зміщення, має бути як найменшим. [7]

Необхідні більш точні значення коефіцієнтів зміщення, тому інтервал зміни  $x_1$  розглядаємо в ще вужчому діапазоні. Для цього ствердно відповідаємо на запит програми щодо проведення розрахунку з новими коефіцієнтами зміщення і знову вводимо задану міжосьову відстань та діапазон зміни  $x_1$ .

Загострення зубців не відбувається, оскільки для термообробки поліпшення коефіцієнт товщини зубця становить  $S_b \geq 0,25 \cdot 0,3$ . У даному випадку коефіцієнт товщини зубця для шестерні  $sk_1 = 0.494 > 0.3$ ;  $sk_2 = 0.840 > 0.3$ .

Таблиця 2.6. Показники зачеплення для діапазону  $x_1$  в межах від 0,580 до 0,590

$x_1$	$x_2$	$sk_1$	$sk_2$	$ea$	$\lambda_{a1}$	$\lambda_{a2}$	$\theta$
.580	-.580	.499	.840	1.582	.509	.498	.312
.581	-.581	.498	.840	1.581	.507	.498	.312
.582	-.582	.498	.840	1.581	.505	.499	.312
.583	-.583	.497	.840	1.581	.504	.499	.312
.584	-.584	.497	.840	1.580	.502	.500	.312
.585	-.585	.496	.840	1.580	.501	.500	.312
.586	-.586	.496	.840	1.580	.500	.500	.312
.587	-.587	.495	.840	1.579	.497	.501	.312
.588	-.588	.495	.840	1.579	.496	.501	.312
.589	-.589	.494	.840	1.579	.494	.501	.312
.590	-.590	.494	.840	1.579	.493	.502	.312

$x_{1\min} = -0,4706$

$x_{2\min} = -3,4118$

Після вибору коефіцієнтів зміщення розраховуємо параметри коліс та передачі, ствердно відповівши на запит програми.

Обраний коефіцієнт зміщення шестерні  $x_1 = 0,586$

Обраний коефіцієнт зміщення колеса  $x_2 = -0,586$

Параметри з'єднання:

Міжосьова відстань:  $a_w = 100$

Кут зачеплення (град):  $\alpha_{tw} = 20$

Висота зуба:  $h_i = 4.5$

Коефіцієнт торцевого перекриття:  $ea = 1.5797$

Коефіцієнт тиску в полюсі:  $\theta = 0.3119$

Параметри шестерні:

Радіус ділильного кола:  $r = 25$

Радіус початковій окружності:  $r_w = 25$

Радіус кола вершин:  $r_a = 28.172$

Радіус кола западин:  $r_f = 23.672$

Радіус основного кола:  $r_b = 23.4923$

Коефіцієнт товщини по окружності вершин:  $s_k = 0.4959$

Коефіцієнт питомого ковзання:  $\lambda = 0.500$

Параметри колеса:

Радіус ділильного кола:  $r = 75$

Радіус початковій окружності:  $r_w = 75$

Радіус кола вершин:  $r_a = 75.828$

Радіус кола западин:  $r_f = 71.328$

Радіус основного кола:  $r_b = 70.4769$

Коефіцієнт товщини по окружності вершин:  $s_k = 0.8399$

Коефіцієнт питомого ковзання:  $\lambda = 0.500$

Ствердно відповідаємо на запит програми щодо розрахунку координат шестерні та колеса. Після чого отримуємо координати точок профіля зубців кожного колеса.

Таблиця 2.7. Координати шестерні після корегування

№	Т-д	х	у	№	Т-д	х	у
1	Прхд	2,8459	23,5002	11	Евлв	1,8918	25,2674
2	Прхд	2,4794	23,6459	12	Евлв	1,8022	25,5343
3	Прхд	2,294	23,8397	13	Евлв	1,6984	25,8166
4	Прхд	2,2151	23,988	14	Евлв	1,5794	26,1137
5	Прхд	2,1789	24,0968	15	Евлв	1,4442	26,4249
6	Прхд	2,1606	24,1825	16	Евлв	1,292	26,7496
7	Евлв	2,1273	24,3647	17	Евлв	1,1219	27,087
8	Евлв	2,0848	24,5646	18	Евлв	0,9331	27,4364
9	Евлв	2,0321	24,7821	19	Евлв	0,7246	27,7969
10	Евлв	1,9681	25,0165	20	Евлв	0,4958	28,1676

Таблиця 2.8. Координати колеса після корегування

№	Т-д	х	у	№	Т-д	х	у
1	Прхд	2,8646	71,2704	11	Евлв	1,6387	73,3855
2	Прхд	2,4278	71,4077	12	Евлв	1,5738	73,623
3	Прхд	2,1733	71,6423	13	Евлв	1,5034	73,869
4	Прхд	2,0347	71,8718	14	Евлв	1,4273	74,1236
5	Прхд	1,9483	72,0965	15	Евлв	1,3453	74,3865
6	Прхд	1,8889	72,3301	16	Евлв	1,2572	74,6578
7	Евлв	1,8481	72,5233	17	Евлв	1,1629	74,9372
8	Евлв	1,8029	72,7255	18	Евлв	1,062	75,2247
9	Евлв	1,753	72,9367	19	Евлв	0,9544	75,5201
10	Евлв	1,6984	73,1567	20	Евлв	0,8399	75,8233

Виконаємо аналіз показників зачеплення після корегування.

Умова неперервності зачеплення виконується, бо  $e_a = 1,580 > 1,1$ .

Через те, що коефіцієнти ковзання однакові, умова рівномірного спрацювання колеса і шестерні також виконується: для шестерні  $\lambda_{m1} = 0.500$ , а для колеса  $\lambda_{m2} = 0,500$ . Підрізання зубців не відбувається, оскільки коефіцієнти зміщення перевищують їх мінімально допустимі значення: для шестерні  $x_1 = 0,586 > x_{\min 1} = -0,471$  та для колеса  $x_2 = -0,586 > x_{\min 2} = -3,412$ .

На рис. 2.1. зображені профілі шестерні і колеса до і після корегування, що були побудовані на основі даних, наведених вище.

*Зуб шестерні*

*Зуб колеса*

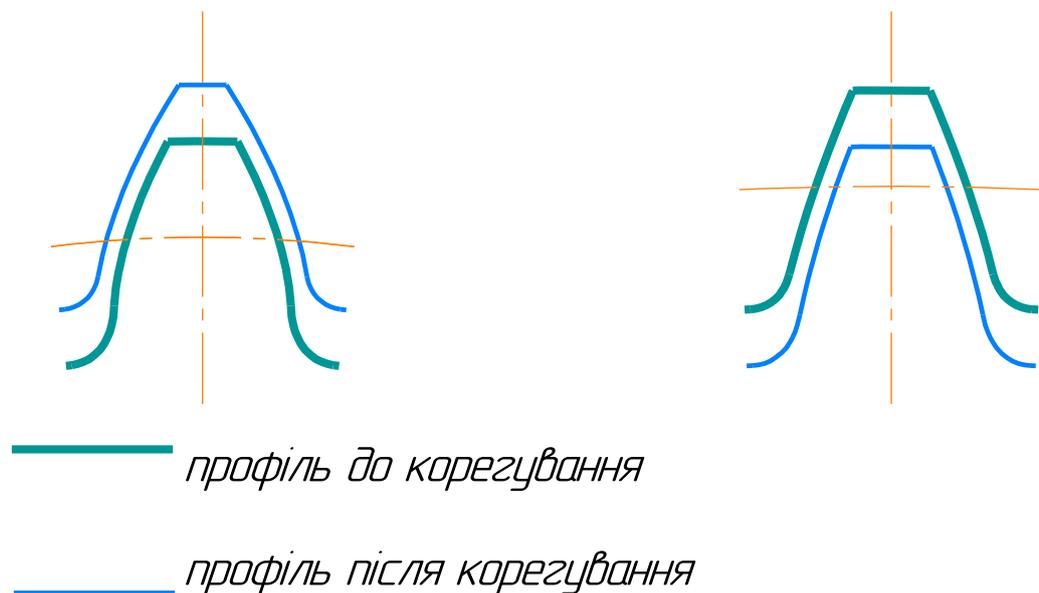


Рис. 2.1. Профілі зубців шестерні і колеса до і після корегування

#### 2.4. Висновки

Після дослідження якості зачеплення, що входить до складу випробувальної установки, до корегування, було встановлено, що умова рівномірного спрацювання шестерні і колеса не виконується, оскільки коефіцієнти питомого ковзання на ніжках шестерні і колеса відрізняються на порядок. Необхідним було провести корегування зубчатої передачі шляхом підбору відповідних коефіцієнтів зміщення. Після вибору основні показники якості зачеплення отримали оптимальні значення. Після корегування цих параметрів знос шестерні та зубчатого колеса є рівномірним, таким чином довговічність передачі буде більшою.

### 3. Розрахунок круглої ступінчатої пластини

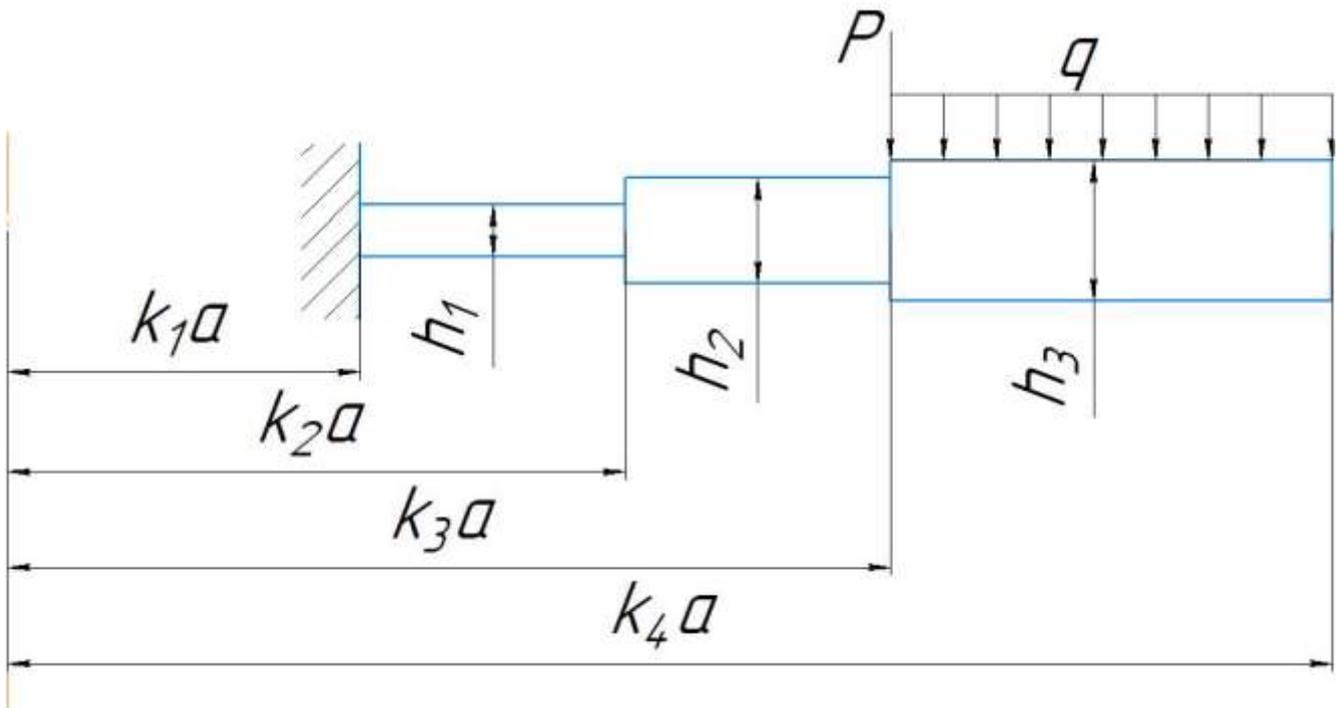


Рис. 3.1. Схема ступінчатої плити

Дано:  $a = 1$  см,  $k_1 = 4$ ,  $k_2 = 7$ ,  $k_3 = 10$ ,  $k_4 = 15$ ,  $h_1 = 0,3$  см,  $h_2 = 0,6$  см,  $h_3 = 0,8$  см,  $q_3 = q$ ,  $P = q$ ,  $E = 2 * 10^7 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2}$ ,  $\mu = 0,3$ ,  $H = 3h_1$  см

Для заданої кругової ступінчатої пластини необхідно визначити допустимі навантаження та побудувати епюри використовуючи IV теорію міцності [1].

Визначаємо значення  $\lambda_i$  для кожної ділянки:

$$\lambda_i = \frac{r_{i1}}{r_{i2}}$$

$$\lambda_1 = \frac{8}{14} = 0,57$$

$$\lambda_2 = \frac{14}{20} = 0,7$$

$$\lambda_3 = \frac{20}{30} = 0,67$$

Визначимо циліндричну жорсткість поверхні [8]:

$$D_1 = \frac{Eh_1^3}{12(1-\mu^2)} = 0,49 * 10^5 \text{ Н * см}$$

$$D_2 = \frac{Eh_2^3}{12(1-\mu^2)} = 3,96 * 10^5 \text{ Н * см}$$

$$D_3 = \frac{Eh_3^3}{12(1-\mu^2)} = 9,38 * 10^5 \text{Н} * \text{см}$$

Матрицю переходу від початку до кінця ділянки, визначаємо за формулою [8]

$$L_i = \begin{pmatrix} \psi_{\theta\theta}(\lambda_i) & \frac{D_i}{D_1} \psi_{\theta m}(\lambda_i) \\ \frac{D_i}{D_1} \psi_{r\theta}(\lambda_i) & \psi_{rm}(\lambda_i) \end{pmatrix}$$

$$L_1 = \begin{pmatrix} 0,5616 & 0,3373 \\ 0,3069 & 0,7639 \end{pmatrix}$$

$$L_2 = \begin{pmatrix} 0,6685 & 0,0319 \\ 1,856 & 0,8215 \end{pmatrix}$$

$$L_3 = \begin{pmatrix} 0,633 & 0,0148 \\ 4,8545 & 0,802 \end{pmatrix}$$

Вектори навантаження для ділянки визначають за формулою

$$R_i = \begin{pmatrix} \frac{P_{i1}}{D_i} \psi_{\theta p}(\lambda_i) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_i} \psi_{\theta q}(\lambda_i) \\ \frac{P_{i1}}{D_1} \psi_{rp}(\lambda_i) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_1} \psi_{rq}(\lambda_i) \end{pmatrix}$$

Визначаємо сили прикладені по колу на початку ділянок

$$P_{11} = q \pi(r_{32}^2 - r_{31}^2) + 2\pi r_{22} q = 455,3q$$

$$P_{21} = P_{11} = 455,3q$$

$$P_{31} = q \pi(r_{32}^2 - r_{31}^2) = 392,5q$$

Розподілене навантаження на ділянках буде

$$q_1 = 0$$

$$q_2 = 0$$

$$q_3 = -q$$

Знаходимо вектори навантаження для кожної ділянки [8]

$$\begin{aligned}
R_1 &= \begin{pmatrix} \frac{P_{11}}{D_1} \psi_{\theta p}(0,57) + \frac{q_1 r_{12}^2}{D_1} \psi_{\theta q}(0,57) \\ \frac{P_{i1}}{D_1} \psi_{rp}(0,57) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_1} \psi_{rq}(0,57) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{455,3q * 0,0179}{0,49 * 10^5} \\ \frac{455,3 * 0,0771}{0,49 * 10^5} \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} 14,2483 * 10^{-5} \\ 61,3519 * 10^{-5} \end{pmatrix} q \\
R_2 &= \begin{pmatrix} \frac{P_{21}}{D_2} \psi_{\theta p}(0,7) + \frac{q_2 r_{22}^2}{D_2} \psi_{\theta q}(0,7) \\ \frac{P_{21}}{D_1} \psi_{rp}(0,7) + \frac{q_2 r_{22}^2}{D_1} \psi_{rq}(0,7) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{455,3q * 0,0081}{3,96 * 10^5} \\ \frac{455,3q * 0,0511}{0,49 * 10^5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9322 * 10^{-5} \\ 47,0486 * 10^{-5} \end{pmatrix} \\
R_3 &= \begin{pmatrix} \frac{P_{31}}{D_3} \psi_{\theta p}(0,67) + \frac{q_3 r_{32}^2}{D_3} \psi_{\theta q}(0,67) \\ \frac{P_{31}}{D_1} \psi_{rp}(0,67) + \frac{q_3 r_{32}^2}{D_1} \psi_{rq}(0,67) \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \frac{392,2q * 0,01}{9,38 * 10^5} - \frac{q * 15^2 * 0,01}{9,38 * 10^5} \\ \frac{392,2q * 0,0569}{0,49 * 10^5} - \frac{q * 15^5 * 0,0569}{0,49 * 10^5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,1786 * 10^{-5} \\ 19,2733 * 10^{-5} \end{pmatrix} q
\end{aligned}$$

### 3.1. Перший розрахунок

У початковій точці вектор стану буде мати вигляд:

$$\bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Вектори стану на початку і у кінці кожної ділянки визначаємо за допомогою матриці переходу від початку до кінця ділянки

$$\bar{X}_{12} = \bar{X}_{21} = L_1 \bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 0,3373 \\ 0,7639 \end{pmatrix}$$

$$\bar{X}_{22} = L_2 \bar{X}_{21} = \begin{pmatrix} 0,2498 \\ 1,2536 \end{pmatrix}$$

$$\bar{X}_{32} = L_3 \bar{X}_{22} = \begin{pmatrix} 0,1767 \\ 2,2182 \end{pmatrix}$$

### 3.2. Другий розрахунок

Оскільки по внутрішньому контуру пластина підкріплена ребром, але не навантажена зовнішніми силами і моментом, то вектор стану в початковій точці першої ділянки обираємо у вигляді [8]:

$$\bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Вектори стану другого розв'язку на початку і у кінці кожної ділянки визначаємо за допомогою матриць переходу від початку до кінця ділянки і векторів навантаження [8]:

$$\bar{X}_{12} = L_1 \bar{X}_{11} + R_1 = \begin{pmatrix} 14,2483 * 10^{-5} \\ 61,3519 * 10^{-5} \end{pmatrix} q$$

$$\bar{X}_{22} = L_2 \bar{X}_{21} + R_2 = \begin{pmatrix} 12,4098 * 10^{-5} \\ 123,8858 * 10^{-5} \end{pmatrix} q$$

$$\bar{X}_{32} = L_3 \bar{X}_{31} + R_3 = \begin{pmatrix} 9,5151 * 10^{-5} \\ 140,3267 * 10^{-5} \end{pmatrix} q$$

Сумарний вектор стану визначається за формулою:

$$X = \bar{X}C + \bar{X}$$

Сталу  $C$  обираємо так, щоб задовільнити граничні умови на зовнішньому контурі пластини, а саме, при  $r = r_{32}$ ;  $\frac{M_r}{D} = 0$  [8]

Вектор стану для точки зовнішнього контуру

$$X_{32} = \bar{X}_{32}C + \bar{X}_{32} = \begin{pmatrix} \left(\frac{\bar{\theta}}{r}\right)_{32}C + \left(\frac{\bar{\theta}}{r}\right)_{32} \\ \left(\frac{\bar{M}_r}{D}\right)_{32}C + \left(\frac{\bar{M}_r}{D}\right)_{32} \end{pmatrix}$$

Тоді з граничних умов визначають

$$\left(\frac{\bar{M}_r}{D}\right)_{32} C + \left(\frac{\bar{M}_r}{D}\right)_{32} = 0;$$

Тоді  $C = -63,267 * 10^{-5} * q$ ; сумарний вектор стану на початку і в кінці кожної ділянки:

$$X_{11} = \overline{X_{11}}C + \overline{\overline{X_{11}}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} * (-63,267 * 10^{-5} * q) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -63,267 * 10^{-5} \end{pmatrix} q$$

$$X_{12} = \overline{X_{12}}C + \overline{\overline{X_{12}}} = \begin{pmatrix} 0,3373 \\ 0,7639 \end{pmatrix} * (-63,267 * 10^{-5} * q) + \begin{pmatrix} 14,24 * 10^{-5} \\ 61,35 * 10^{-5} \end{pmatrix} q =$$

$$= \begin{pmatrix} -7,09 * 10^{-5} \\ 13,02 * 10^{-5} \end{pmatrix} q$$

$$X_{22} = \overline{X_{22}}C + \overline{\overline{X_{22}}} = \begin{pmatrix} 0,2498 \\ 1,2536 \end{pmatrix} * (-63,267 * 10^{-5} * q) + \begin{pmatrix} 12,41 * 10^{-5} \\ 123,88 * 10^{-5} \end{pmatrix} q =$$

$$= \begin{pmatrix} -3,39 * 10^{-5} \\ 44,57 * 10^{-5} \end{pmatrix} q$$

$$X_{32} = \overline{X_{32}}C + \overline{\overline{X_{32}}} = \begin{pmatrix} 0,1767 \\ 2,2182 \end{pmatrix} * (-63,267 * 10^{-5} * q) + \begin{pmatrix} 9,51 * 10^{-5} \\ 140,32 * 10^{-5} \end{pmatrix} q$$

$$= \begin{pmatrix} -1,66 * 10^{-5} \\ 0 \end{pmatrix} q$$

### 3.3. Визначення параметрів

Знаходимо величину радіального і кругового згинальних моментів  $M_r$  та  $M_t$  [8]

Знаходимо величину моменту  $M_r$ :

$$X_{ij} = \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} q, \Rightarrow \frac{M_r}{D_1} = B, \quad M_r = D_1 * B$$

$$M_{r11} = -31,28q$$

$$M_{r12} = M_{r21} = 6,44q$$

$$M_{r22} = M_{r31} = 22,04q$$

$$M_{r32} = 0$$

Знайдемо відносний кут повороту  $\theta$ :

$$\theta_{11} = A_{11}r_{11} = 0$$

$$\theta_{12} = A_{12}r_{12} = -4,29 * 10^{-3}$$

$$\theta_{22} = A_{22}r_{22} = -2,93 * 10^{-3}$$

$$\theta_{32} = A_{32}r_{32} = -2,16 * 10^{-3}$$

Коловий момент  $M_t$  знаходимо за формулою:

$$M_{tij} = \mu M_{rij} + \left(\frac{\theta}{r}\right)_{ij}(1 - \mu^2)D$$

$$M_{t11} = -9,38q$$

$$M_{t12} = -1,26q$$

$$M_{t21} = -23,61$$

$$M_{t22} = 5,61q$$

$$M_{t31} = 22,36q$$

$$M_{t32} = -14,22q$$

Знаходимо напруження  $\sigma_r$  та  $\sigma_t$

$$\sigma_{rij} = \frac{\sigma M_{rij}}{h_i^2}$$

$$\sigma_{r11} = -2085q$$

$$\sigma_{r12} = 429q$$

$$\sigma_{r21} = 107q$$

$$\sigma_{r22} = 367q$$

$$\sigma_{r31} = 206q$$

$$\sigma_{r32} = 0$$

$$\sigma_{tij} = \frac{6M_{tij}}{h_i^2}$$

$$\sigma_{t11} = -625q$$

$$\sigma_{t12} = -84q$$

$$\sigma_{t21} = -393q$$

$$\sigma_{t22} = -93q$$

$$\sigma_{t31} = -209q$$

$$\sigma_{t32} = -105q$$

За 4 теорією міцності визначаємо  $\sigma_{\text{екв}}^4$

$$\sigma_{\text{екв}}^4 = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2 - \sigma_r \sigma_t}$$

$$\sigma_{\text{екв}4}^{11} = 1853q$$

$$\sigma_{\text{екв}4}^{12} = 477q$$

$$\sigma_{\text{екв4}}^{21} = 456q$$

$$\sigma_{\text{екв4}}^{22} = 422q$$

$$\sigma_{\text{екв4}}^{31} = 360q$$

$$\sigma_{\text{екв4}}^{32} = 105q$$

Визначаємо переміщення на початках та кінцях ділянок:

$$W_{i2} = W_{i1} + \left(\frac{\theta}{r}\right)_{i1} r_i^2 * \psi_{\omega\theta}(\lambda_{11}) + \left(\frac{M_r}{D}\right)_{i1} r_i^2 * \psi_{\omega M}(\lambda_M) + \sum \frac{P_K r_i^2}{D_i} \psi_{\omega P}(\lambda_K) +$$

$$+ \sum \frac{q_j r_i^4}{D_i} \psi_{\omega q}(\lambda_j) + \sum \frac{M_l r_i^2}{D_i} \psi_{\omega M}(\lambda_l);$$

$$W_{11} = 0$$

$$W_{12} = -2,95 * 10^{-3} q$$

$$W_{22} = -4,54 * 10^{-3} q$$

$$W_{32} = -6,44 * 10^{-3} q$$

Визначаємо максимальне значення розподіленої сили  $q$  з умовою міцності, аналізуючи [15]

$$\sigma_{\text{екв4}}^{\text{max}} = 1853q$$

$$\sigma_{\text{екв4}} = \sigma_{\text{екв4}}^{\text{max}} [q] \leq [\sigma]$$

$$[q] = \frac{[\sigma]}{\sigma_{\text{екв4}}^{\text{max}}} = 8,6$$

Отже, щоб виконувалася умова міцності розподілене навантаження має бути:

$$q \leq 8,6 \text{кН/см}^2$$

Епюри наведені на рис. 3.2.

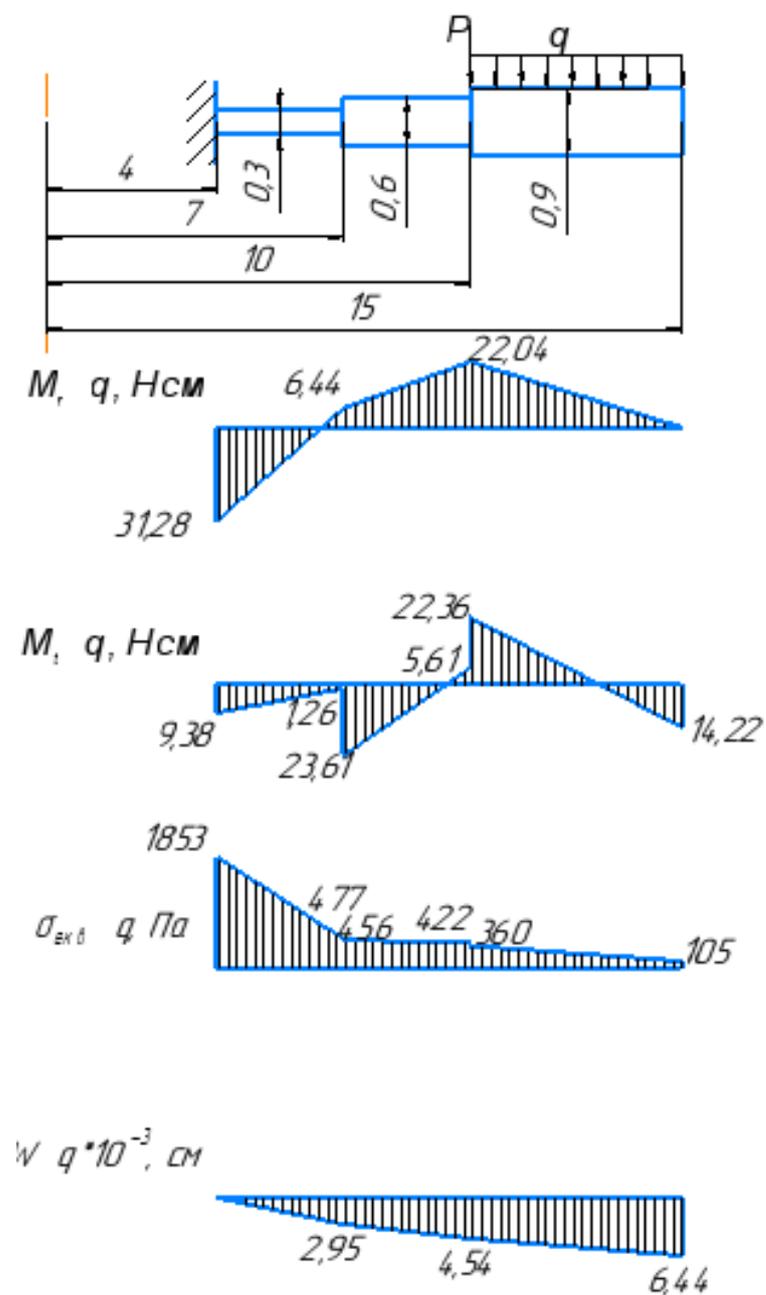


Рис. 3.2. Епюри

#### 4. Визначення НДС при стисканні кульки у підшипнику

При заданні зовнішніх навантажень на поверхні сфери, де  $r = a$  (внутрішня задача), маємо [9]:

$$R_r = \sigma(\alpha) \text{ і } A_r = \tau(\alpha).$$

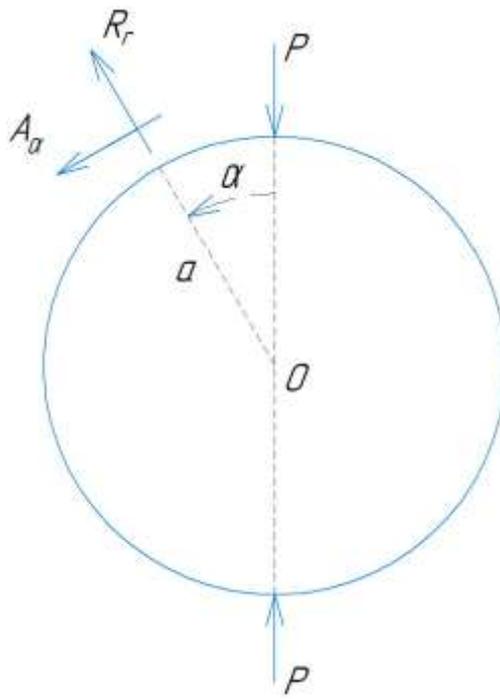


Рис. 4.1 Схема навантаження кульки

Ці функції необхідно представити рядами [9]:

$$\sigma(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n P_n(\mu);$$

$$\tau(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} \tau_n \frac{dP_n}{d\mu} = - \sum_{n=1}^{\infty} \tau_n \frac{dP_n}{d\alpha} \sin \alpha;$$

де коефіцієнти визначаються за формулами:

$$\sigma(\alpha) = \frac{2n+1}{2} \int_0^{\pi} \sigma(\alpha) P_n(\cos \alpha) \sin \alpha d\alpha;$$

$$\tau(\alpha) = \frac{2n+1}{2n(n+1)} \int_0^{\pi} \tau(\alpha) \frac{dP_n}{d\alpha} \sin \alpha d\alpha;$$

для реальної задачі [9]:

$$\sigma(\alpha) = f(x) = \begin{cases} -p, \text{ при } 0 < \alpha < \varepsilon, \text{ і } \pi - \varepsilon < \alpha < \pi \\ 0, \text{ при } \varepsilon < \alpha < \pi - \varepsilon \end{cases}$$

$$\tau(\alpha) = 0.$$

Розіб'ємо нормальне навантаження на дві складові [9]:

$$\sigma(\alpha) = \sigma^{(1)}(\alpha) + \sigma^{(2)}(\alpha)$$

так, що

$$\sigma^{(1)}(\alpha) = \begin{cases} -p, & \text{при } 0 < \alpha < \varepsilon \\ 0, & \text{при } \varepsilon < \alpha < \pi \end{cases}$$

$$\sigma^{(2)}(\alpha) = \begin{cases} -p, & \text{при } \pi - \varepsilon < \alpha < \pi \\ 0, & \text{при } 0 < \alpha < \pi - \varepsilon \end{cases}$$

розглянемо перший випадок навантаження:

$$\sigma^{(1)}(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n^{(1)} P_n(\cos \alpha),$$

Площа, по якій розподілене рівномірне навантаження  $p$  при малому значенні кута  $\varepsilon$ , приблизно рівна  $\pi\alpha^2\varepsilon^2$  [9].

Зробивши граничний перехід при  $\varepsilon \rightarrow 0$ , і  $p\pi\alpha^2\varepsilon^2 \rightarrow P$ , отримаємо:

$$\sigma_n^{(1)} = -\frac{P}{2\pi\alpha^2} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{P_{n-1} \cos(\varepsilon) - P_{n+1} \cos(\varepsilon)}{\varepsilon^2} = \frac{-P(2n+1)}{4\pi\alpha^2}.$$

Для зосередженої сили в полюсі  $\alpha = \pi$ , аналогічно матимемо:

$$\sigma_n^{(2)} = -\frac{P}{2\pi\alpha^2} \cdot \frac{2n+1}{2} P_n(-1) = \frac{-P(2n+1)(-1)^n}{4\pi\alpha^2}.$$

Таким чином,

$$\sigma_n = \sigma_n^{(1)} + \sigma_n^{(2)} = \begin{cases} 0, & \text{при } n = 1, 3, 5 \dots \\ \frac{-P(2n+1)}{2\pi\alpha^2}, & \text{при } n = 0, 2, 4 \dots \end{cases}$$

і навантаження виражається рядом

$$\sigma(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n P_n(\mu) = \frac{P}{\pi\alpha^2} \sum_{n=0,2,4,\dots}^{\infty} \frac{2n+1}{2} P_n(\mu),$$

який розбіжний в полюсах  $\alpha = 0$ , і  $\alpha = \pi$ , і збіжний в інших точках

Для розв'язку задачі необхідно мати вираз напружень через поліноми Лежандра [9].

$$R_r = \lambda\Theta + 2G \frac{\partial U_r}{\partial r} = \sum_{n=0,2,4,\dots}^{\infty} [(n+1)(2G\alpha_n + K\lambda A_n) r^n + 2Gn(n-1)C_n r^{n-2}] P_n(\mu);$$

$$A_r = \frac{G}{r} \left( r \frac{\partial U_r}{\partial r} - U_\alpha + \frac{\partial U_r}{\partial \alpha} \right) = \sum_{n=0,2,4,\dots}^{\infty} G [(\alpha_n + n\bar{A}_n) r^n + 2(n-1)C_n r^{n-2}] P'_n(\mu).$$

Для визначення довільних сталих  $A_n$  і  $C_n$  використаємо:

$$\begin{cases} (n+1)(2G\alpha_n + K\lambda A_n)\alpha^n + 2Gn(n-1)C_n\alpha^{n-2} = -\frac{(2n+1)P}{2\pi\alpha^2}; \\ (\alpha_n + n\bar{A}_n) + 2(n-1)C_n\alpha^{-2} = 0. \end{cases}$$

Розв'язуючи рівняння (), отримаємо:

$$A_n = - \frac{(2n + 3)(2n + 1)P/\pi\alpha^{n+2}G}{4\{K(n + 1)^2 + 2(n + 3)(1 - n) - (2n + 3)[(n + 2) - 2(n + 1)\sigma]\}} ;$$

$$C_n = - \frac{\alpha_n + n\bar{A}_n}{2(n - 1)} = \frac{(1 + n)\alpha^2 A_n}{2(1 - n)(2n + 3)} [K(n + 1)^2 2(n + 3)(n + 1) - 2(2n + 3)].$$

Значення  $R_r$  та  $A_r$  при  $\alpha$  від 0 до 360 наведені в табл. 4.1.

Таблиця 4.1.

Кут	$R_r$	$A_r$
0	1065	0
30	66	-665
60	-297	292
90	338	0
120	-297	-292
150	66	655
180	1065	0
210	66	-655
240	-297	292
270	338	0
300	-297	-292
330	66	655
360	1065	0

Епюри наведені на рис. 4.1.

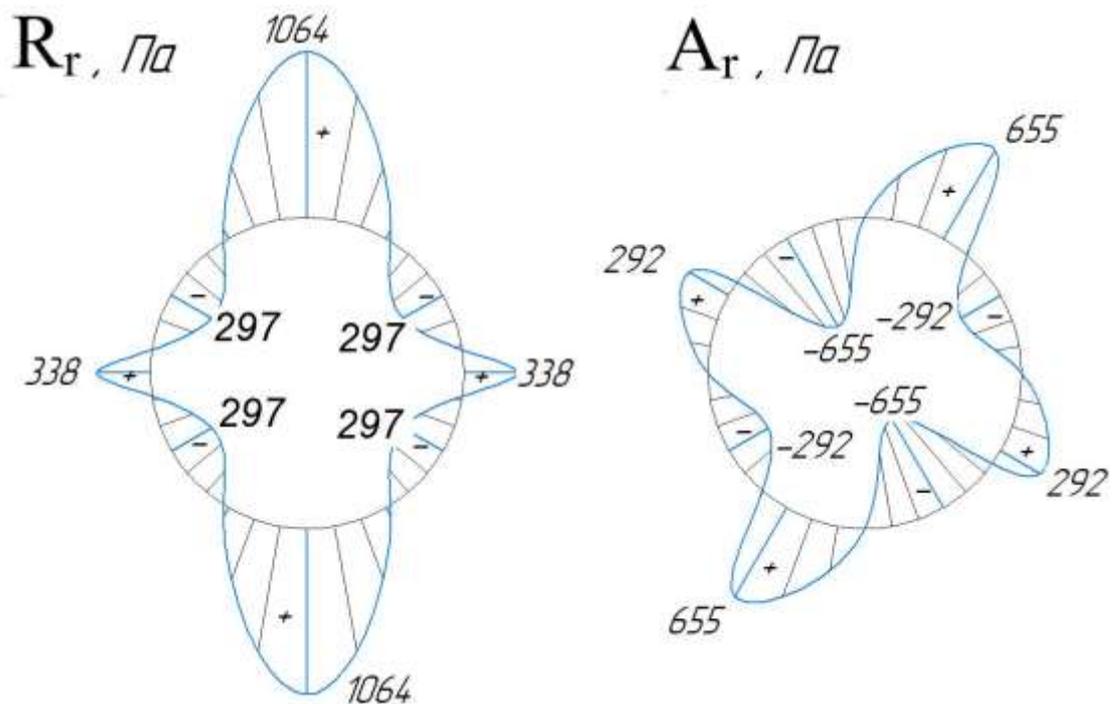


Рис.4.1 Епюри

## 5. Чисельні розрахунки напружено-деформованого стану випробувального зразка

### 5.1. Вибір зразка та його розрахункової моделі

Відповідно до типу установки обираємо тип зразка. В даній роботі розглядається установка УСНС-3 для проведення випробувань на кручення, тому необхідно вибрати зразок. Для цього скористаємось методами опору матеріалів для того, щоб визначити геометричні характеристики зразка [1].

Вхідні дані:

Варіант	E, МПа	$\mu$	$\sigma_B$ , МПа	k
9	$1,1 \cdot 10^5$	0.25	1140	4

Задаємо значення крутного моменту, що виникає на вихідному валі редуктора  $T=10$  кН\*м врахувавши, що коефіцієнт запасу потужності  $k = 4$ , а коефіцієнт концентрації напружень  $\alpha$  повинен бути не більше 1.05. [1]

$$T = \frac{T_{\max}}{k} = \frac{10}{4} = 2,5 \text{ кНм} \quad (5.1)$$

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_B}{\alpha} = \frac{1140}{1.05} = 1085,7 \text{ Мпа} \quad (5.2)$$

$$A_T = \frac{T}{\sigma_{\max}} = \frac{2,5 \cdot 10^6}{1085,7} = 2192 \text{ мм}^3 \quad (5.3)$$

Для обчислення A скористаємось методичними вказівками до виконання диплома бакалавра [1]

$$A = \frac{W_k}{\sqrt{3}} \quad (5.4)$$

Як відомо співвідношення діаметра труби до товщини стінки повинно бути в межах 10...20, прийmemo, що

$$\frac{D}{\delta} = 10 \quad (5.5)$$

Тоді отримаємо наступний вираз:

$$A = \frac{W_k}{\sqrt{3}} = \frac{\pi \cdot D^2 \cdot \delta}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{\pi \cdot D^3}{20 \cdot \sqrt{3}} \quad (5.6)$$

Виражаємо D та отримаємо:

$$D = \sqrt[3]{\frac{A_T}{\pi} \cdot 20 \cdot \sqrt{3}} = 28,9 \text{ мм} \quad (5.7)$$

Скориставшись стандартним рядом нормальних розмірів та обираємо внутрішній діаметр  $D_{\text{вн}} = 30$  мм, товщину стінки візьмемо  $\delta = 2$  мм, тоді зовнішній діаметр  $D_{\text{зовн}} = 34$  мм

Обираємо такі характеристики зразка:

Діаметр голівки:  $D_{\text{гол}} = 50$  мм.

Довжина голівки:  $L_{\text{гол}} = 24,5$  мм.

Робоча довжина зразка (циліндра):  $L_{\text{роб}} = 170$  мм

Загальна довжина зразка:  $L = 240$  мм.

Кут нахилу перехідної частини зразка:  $\theta = 11^\circ$

Радіуси заокруглень перехідної частини зразка:  $r_1 = 50$  мм,  $r_2 = 5$  мм.

Модуль Юнга  $E = 1,1 \cdot 10^5$  МПа.

Коефіцієнт Пуассона  $\mu = 0,25$ .

## 5.2. Постановка крайової задачі

Розглянемо НДС пружної задачі. Її розв'язки будемо шукати серед полів деформації, переміщень та напружень. Вони необхідні для прогнозування характеристик деформації та міцності.

В постановці задачі будемо позначати об'єм тіла рівним  $\Omega$ , саме тіло буде обмежене поверхнею  $S$ . Застосуємо систему Лагранжевих координат. Досліджуваними фізичними величинами є напруження, деформації, зусилля та переміщення. Вважаємо, що матеріал ізотропний. Розглядаються тільки малі деформації.

## 5.3. Постановка крайової задачі пружності

Припустимо [2], що в початковий момент  $t_0$  в розглядуваному тілі переміщення  $U_{ij}(\vec{x}, t_0)$ , деформації  $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t_0)$  та напруження  $\sigma_{mn}(\vec{x}, t_0)$  мають нульові значення. Нехай після цього в об'ємі тіла  $\Omega$ , а також на частині його поверхні  $S_G = S_U \cup S_P$  за деякий проміжок часу [2] відбудеться зміна навантажень, тобто на час  $t$  прикладемо:  $P_m(\vec{x}, t)$  - поверхневі сили на  $S_P$ ; відбулися переміщення  $U_i(\vec{x}, t)$  - на  $S_U$ . Тоді для визначення в кожній точці (її

однорідного околу) тіла величин:  $U_i(\vec{x}, t)$  - переміщень,  $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$  - деформацій,  $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$  – напружень. Маємо наступну крайову задачу [2]:

рівняння рівноваги як окремий випадок рівняння руху, в узагальненому вигляді:

$$\nabla_n \sigma_{mn} = 0 \quad (5.8)$$

геометричні рівняння (для малих деформацій), в узагальненому вигляді:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i U_j + U_i). \quad (5.9)$$

Усі деформації є пружними:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e. \quad (5.10)$$

фізичні рівняння:

$$\sigma_{mn} = E_{mnij} \varepsilon_{ij}^e. \quad (5.11)$$

де  $E_{mnij}$  – тензор модулів пружності.

Додатково були використані граничні умови на поверхнях  $S_U$  і  $S_P$  [2]:

$$U_i|_{S_U} = U_i; \quad (5.12)$$

$$\sigma_{mn} \nu_n|_{S_P} = P_m. \quad (5.13)$$

Для зручності будемо застосовувати варіаційну постановку задачі. Для отримання варіаційної постановки задачі використовувались співвідношення (5.8), (5.9), (5.13), симетрія властивостей тензора напружень  $\sigma_{mn} = \sigma_{nm}$  і теорема Гауса-Остроградського [2]. У результаті отримаємо наступний функціонал відносно варіацій переміщень і зв'язаних із ними деформацій:

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{S_P} P_m \delta U_m dS = 0, \quad (5.14)$$

що в купі з кінематичними граничними умовами на поверхні  $S_U$  визначить незлічену можливих (віртуальних) напружено-деформованих станів. Дійсний напружено деформований стан є одним з віртуальних, проте він додатково задовольняє лінійним фізичним рівнянням зв'язків  $\sigma_{mn} \propto \varepsilon_{mn}$ , тобто (5.10), (5.12) [2].

#### 5.4 Алгоритм отримання розв'язку

Лінійний закон Гука записали у вигляді [2]

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\}, \quad (5.15)$$

де  $[D]$  – матриця модулів пружності.

В випадку пружної ізотропії матеріалу:

$$[D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix}, \quad (5.16)$$

де  $2G = E/(1 + \mu)$ ;

$a = (1 - \mu)/(1 - 2\mu)$ ;

$b = \mu/(1 - 2\mu)$ ;  $c = 0,5$ ;

$E$  – модуль Юнга;  $\mu$  – коефіцієнт Пуассона.

Всі деформації-пружні:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\} \quad (5.17)$$

Враховуючи (5.17), записали вирази (5.15), (5.9) у вигляді:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (5.18)$$

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e \quad (5.19)$$

$\{q\}_e = \{(q^1, q^2, q^3)_{1, \dots, (q^1, q^2, q^3)_M}\}^T = \{q_1, q_2, \dots, q_{3M}\}^T$  -вектор переміщень в вузлах скінчено елементної сітки;  $[B]$  – матриця диференціювання у глобальних координатах;  $[B]$  пов'язана лише з типом скінченного елемента і системою глобальних координат [2].

Записали функціонал (5.14) з суперпозицією робіт по скінченим елементам, оскільки скінченні елементи взаємодіють один з одним у вузлах, але не перетинаються

$$F = \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T [B]^T [D] [B] \{q\}_e d\Omega - \sum_e \int_{S_p^e} \{\delta q\}_e^T [\varphi]^T \{p\} dS = 0, \quad (5.20)$$

де вектори навантажень  $\{p\} = \{p_1, p_2, p_3\}^T$ ;  $S_p^e$  - сторона скінченного елемента, що виходить на SP тіла; символ  $\Sigma$  позначає суму по всіх скінчених елементах, що містять розглядуваний ступінь свободи вузла [2].

Вирази  $\{\delta q\}_e^T$  і  $\{q\}_e$  можна винести за межі інтегралів, оскільки в підінтегральних виразах є вектори, що не залежать від параметрів інтегрування. З (5.20), шляхом групування інтегралів, отримаємо [2]:

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{\Omega_e} [B]^T [D] [B] d\Omega \cdot \{q\}_e + \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{S_p^e} [\varphi]^T \{p\} dS = 0 \quad (5.21)$$

Позначимо:

$$[K]_e = \int_{\Omega_e} [B]^T [D] [B] d\Omega \quad (5.22)$$

$$\{P\}_e = \int_{S_p^e} [\varphi]^T \{p\} dS \quad (5.23)$$

Тоді:

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T ([K]_e \{q\}_e - \{P\}_e) = 0 \quad (5.24)$$

Оскільки  $\{\delta q\}_e^T$  є довільними, то, враховуючи кінематичні граничні умови, отримано САР вигляду [2]:

$$[K]\{q\} = \{P\} \quad (5.25)$$

Система записана відносно глобального вектору дійсних переміщень  $\{q\}_e$  у вузлах скінченно елементної сітки. Додавання за ступенями вільності вузлів, в (5.25) позначено наступним чином:  $[K] = \sum_e [K]_e$ ;  $\{P\} = \sum_e \{P\}_e$ . Вектор  $\{P\}$  відображає зовнішні силові навантаженнями і масові сили [2].

### 5.5. Розрахункова схема

В цій частині роботи було розглянуто кручення зразка, що має вигляд тонкостінної трубки [1]. Розглядати тільки половину зразка, оскільки він симетричний відносно площини, нормаль якої є віссю циліндра. До зразка прикладено крутильний момент у вигляді пари сил, що представлені у вигляді сил прикладених до тонких смужок. На поверхні зразка на площині симетрії задано відсутність переміщення вздовж осі циліндра та відсутність повороту у циліндричній системі координат.

A: Static Structural  
Force 2  
Time: 1, s  
30.05.2020 18:31

A Displacement  
B Force: 74690 N  
C Force 2: 74690 N

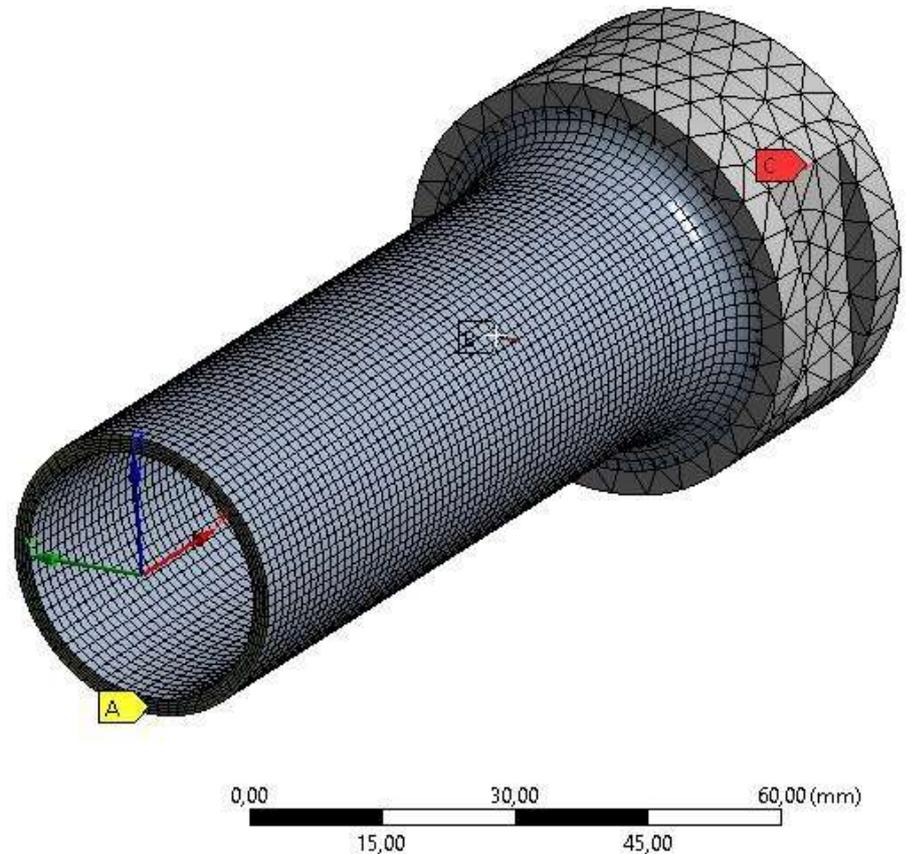


Рис.7.1 Розрахункова схема

### 5.6. Результати розрахунків

В програмному середовищі Ansys [3,4] отримали розв'язок задачі НДС зразка в пружній області. Зобразимо розподіл напружень від зосередженого зусилля (Рис. 5.2)

Обчислили коефіцієнт концентрації напружень за Мізесом для заокруглення:

$$K_{\sigma_{Max}} = \frac{\sigma_{\text{конц.}}}{\sigma_{\text{ном}}} = \frac{1174,2}{1115} = 1.017$$

Отже, складний напружений стан у досліджуваному зразку не сильно впливає на результат, тобто зразок спроектовано вірно.

**A: Static Structural**

Equivalent Stress

Type: Equivalent (von-Mises) Stress

Unit: MPa

Time: 1

30.05.2020 18:27

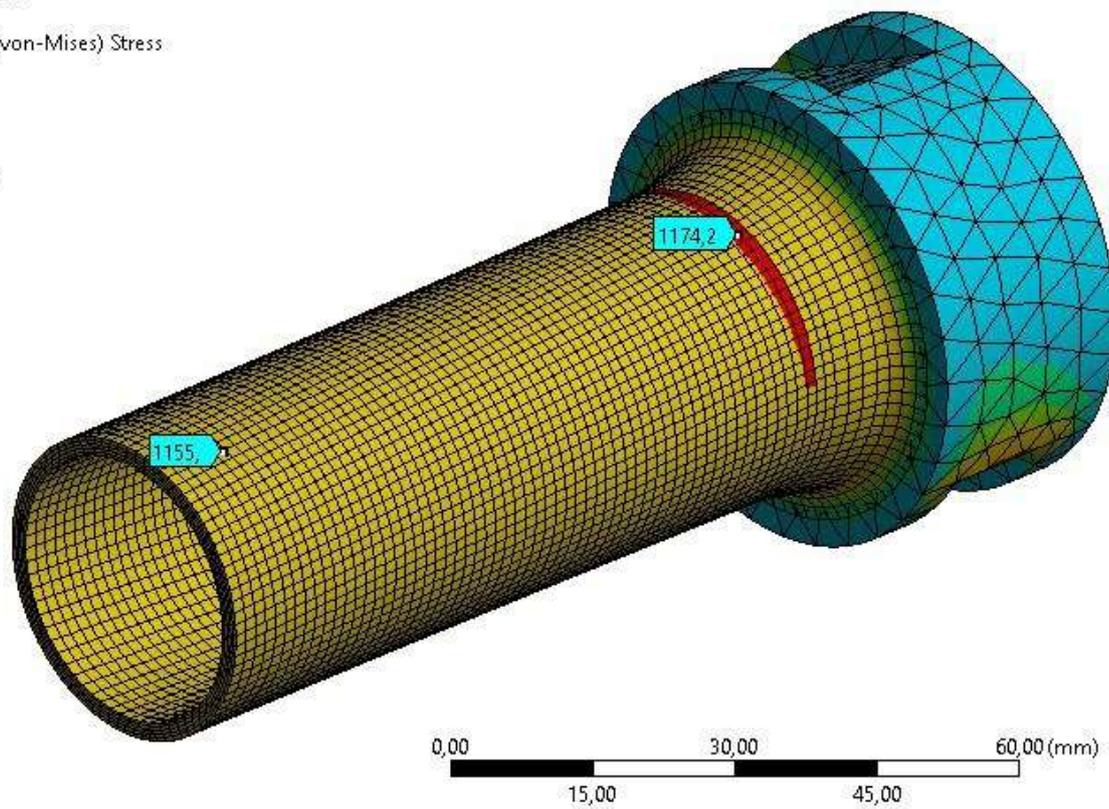
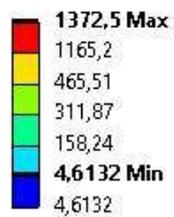


Рис.5.2. Випробувальний зразок: розподілення напружень за Мізесом, по поверхні, МПа

**6. Визначення власних частот та відповідних власних форм коливань**  
**6.1. Числові розрахунки власних частот та відповідних власних форм**  
**крутних коливань для системи з двома ступенями вільності**

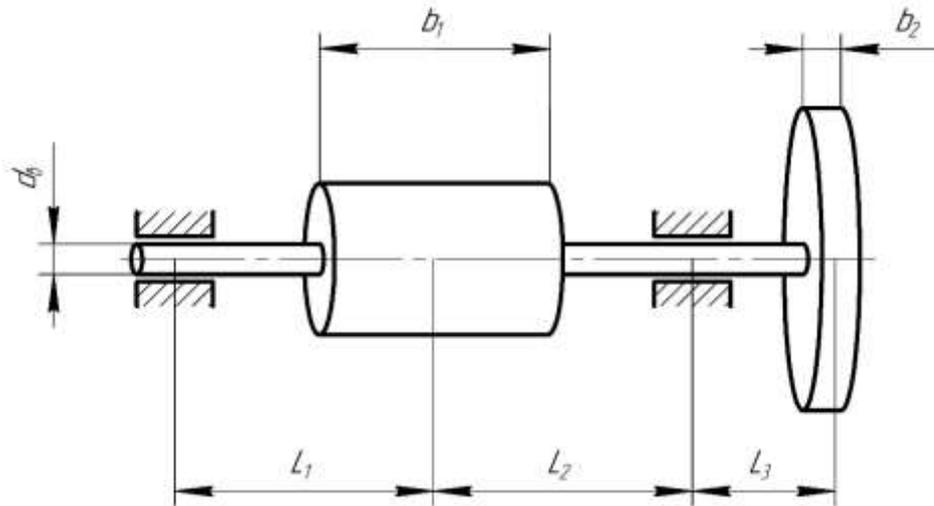


Рис. 6.1. Схема валу

Дано:  $L=642\text{мм}$ ,  $d=90\text{мм}$ ,  $G=8\cdot 10^4\text{МПа}$ ,  $h_1=125\text{мм}$ ,  $h_2=70\text{мм}$ .

За узагальнені координати приймаємо кути повороту  $\varphi_1$  та  $\varphi_2$  черв'яка та черв'ячного колеса. Як матеріал для черв'яка використовується Сталь 45 з густиною  $\rho_{ст}=7826\text{кг/м}^3$ , а для черв'ячного колеса використовується чавун СЧ15 з густиною  $\rho_{ч}=7000\text{кг/м}^3$  [1].

Жорсткість стержня визначається по формулі [10]

$$k = \frac{G \cdot I_P}{l}, \quad (6.1)$$

де  $L = 642$  мм,  $I_P$  – полярний момент інерції, який визначається за формулою:

$$I_P = \frac{\pi \cdot d_B^4}{32} = \frac{\pi \cdot 90^4}{32} = 6,438 \text{ мм}^4 \quad (6.2)$$

Де  $d_B$ - діаметр валу.

$$k = \frac{G \cdot I_P}{l} = \frac{8 \times 10^{10} \cdot 6.438 \times 10^{-6}}{642 \times 10^{-3}} = 8.022 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м} \quad (6.3)$$

Значення  $I_1, I_2$  – осьових моментів інерції для черв'яка та черв'ячного колеса знайдемо за формулою [10]:

$$I_1 = \frac{\pi \rho_1 h_1 D_1^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7826 \cdot 125 \times 10^{-3} (138,6 \times 10^{-3})^4}{32} = 0,035 \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}; \quad (6.4)$$

$$I_2 = \frac{\pi \rho_2 h_2 D_2^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7000 \cdot 70 \times 10^{-3} (375 \times 10^{-3})^4}{32} = 0,951 \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}. \quad (6.5)$$

де  $D_1, D_2$  – відповідно значення діаметрів шестерні та черв'ячного колеса,  $h_1, h_2$  – відповідно їх ширина.

Запишемо вирази для кінетичної та потенційної енергії [10,11]:

$$T = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\phi}_2^2; \quad (6.6)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k (\phi_2 - \phi_1)^2. \quad (6.7)$$

Підставляючи значення кінетичної і потенціальної енергій до рівняння Лагранжа другого роду [10]

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = 0 \quad (6.8)$$

Отримаємо систему рівнянь у вигляді:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\phi}_1 + k\phi_1 - k\phi_2 = 0 \\ I_2 \ddot{\phi}_2 - k\phi_1 + k\phi_2 = 0 \end{cases} \quad (6.9)$$

Складемо матриці інерції та жорсткості:

$$[a] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} [c] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Запишемо рівняння вільних коливань у матричному вигляді [10]:

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.11)$$

Рішення шукаємо у вигляді:  $\{\phi\} = \{\Phi\} \cos(\omega t - \beta)$

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.12)$$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.13)$$

Прирівнявши детермінант до нуля отримаємо:

$$\det \begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} = 0; \quad (6.14)$$

$$(k - \omega^2 I_1)(k - \omega^2 I_2) - k^2 = 0; \quad (6.15)$$

$$k^2 - \omega^2 k I_1 - \omega^2 k I_2 + \omega^4 I_1 I_2 - k^2 = 0. \quad (6.16)$$

Знайдемо корені цього рівняння  $\omega^4 I_1 I_2 - \omega^2 k(I_1 + I_2) = 0$ ;

$$\omega^2 [\omega^2 I_1 I_2 - k(I_1 + I_2)] = 0; \quad (6.17)$$

$$\omega^2 = \begin{cases} 0 \\ \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \end{cases} \quad (6.18)$$

$$\begin{cases} \omega_1^2 = 0 \\ \omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} = \frac{8,022 \times 10^5 (0.035 + 0.951)}{0.035 \cdot 0.951} = 2,349 \times 10^7 \text{ c}^{-2} \end{cases} \quad (6.20)$$

Підставляючи значення частот матимемо:

- у першому випадку  $\omega_1^2 = 0$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{cases} \Phi_{11} = 1 \\ \Phi_{12} \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases} \quad (6.21)$$

$$k - k\Phi_{12} = 0 \Rightarrow \Phi_{12} = 1 \quad (6.22)$$

$$\begin{cases} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{cases} = \begin{cases} 1 \\ 1 \end{cases} \quad (6.23)$$

- у другому випадку  $\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}$

$$\begin{bmatrix} k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}\right) I_1 & -k \\ -k & k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}\right) I_2 \end{bmatrix} \begin{cases} \Phi_{21} = 1 \\ \Phi_{22} \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases} \quad (6.24)$$

$$k - \frac{k(I_1 + I_2)}{I_2} - k\Phi_{22} = 0 \Rightarrow \Phi_{22} = -\frac{I_1}{I_2} = -\frac{0.035}{0.951} = -0.037 \quad (6.25)$$

Зобразимо знайдені значення форм коливань в графічному вигляді:

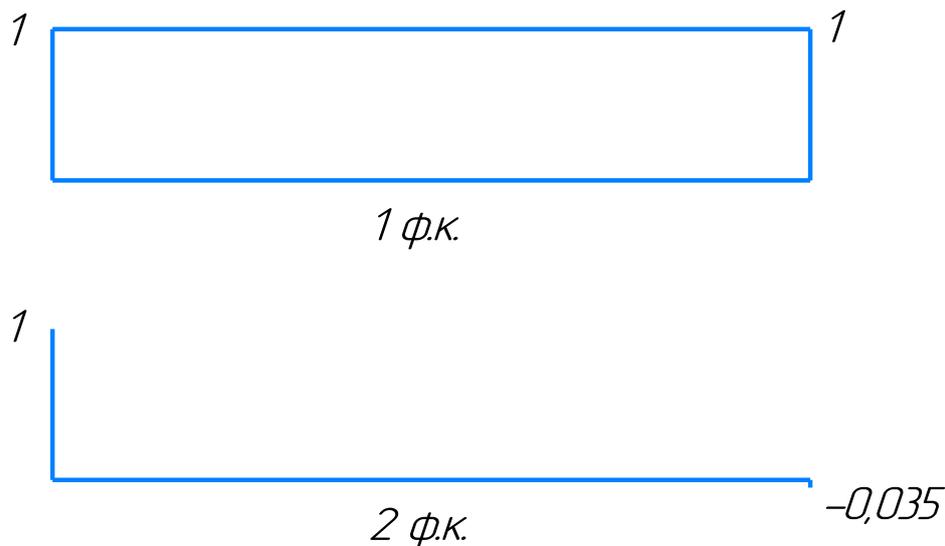


Рис. 6.2. Власні форми коливань

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, а саме [10]:

$$\{\Phi\}_l^T [c] \{\Phi\}_s = 0 \quad (6.26)$$

$$\{\Phi\}_l^T [a] \{\Phi\}_s = 0 \quad (6.27)$$

-У першому випадку перевірка:

$$\{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = 0; \quad (6.29)$$

$$\{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} 0.035 & 0 \\ 0 & 0.951 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{0.035}{0.951} \end{Bmatrix} = 0; \quad (6.30)$$

-У другому випадку перевірка:

$$\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.31)$$

$$\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} 8,022 * 10^5 & -8,022 * 10^5 \\ -8,022 * 10^5 & 8,022 * 10^5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{0,035}{0,951} \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.32)$$

Визначаємо власні частоти методом Релея [10]:

$$\omega_l^2 = \frac{\{\Phi\}_l^T [c] \{\Phi\}_l}{\{\Phi\}_l^T [a] \{\Phi\}_l}; \quad (6.33)$$

Підставляючи відповідні значення отримаємо:

$$\omega_1^2 = \frac{\{1 \ 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\{1 \ 1\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \ 1\} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\{1 \ 1\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix}} = 0; \quad (6.34)$$

$$\begin{aligned} \omega_2^2 &= \frac{\{1 \ -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\{1 \ -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \ -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{Bmatrix} k + k\frac{I_1}{I_2} \\ k - k\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\{1 \ -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix}} = \\ &= \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) + \frac{I_1}{I_2} k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \frac{k \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1} = k \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) \\ &= \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2} = \\ &= \frac{8,022 \times 10^5 \cdot (0.035 + 0.951)}{0.035 \cdot 0.951} = 2,349 \times 10^7 \text{ c}^{-2}; \quad (6.35) \end{aligned}$$

Отже, 
$$\begin{cases} \omega_1 = 0 \\ \omega_2 = \sqrt{2,349 \times 10^7} = 4846 \text{ c}^{-1} \end{cases}$$

## 6.2. Чисельний розрахунок власних частот та відповідних власних форм згинальних коливань для системи з двома ступенями вільності

### 6.2.1. Метод сил

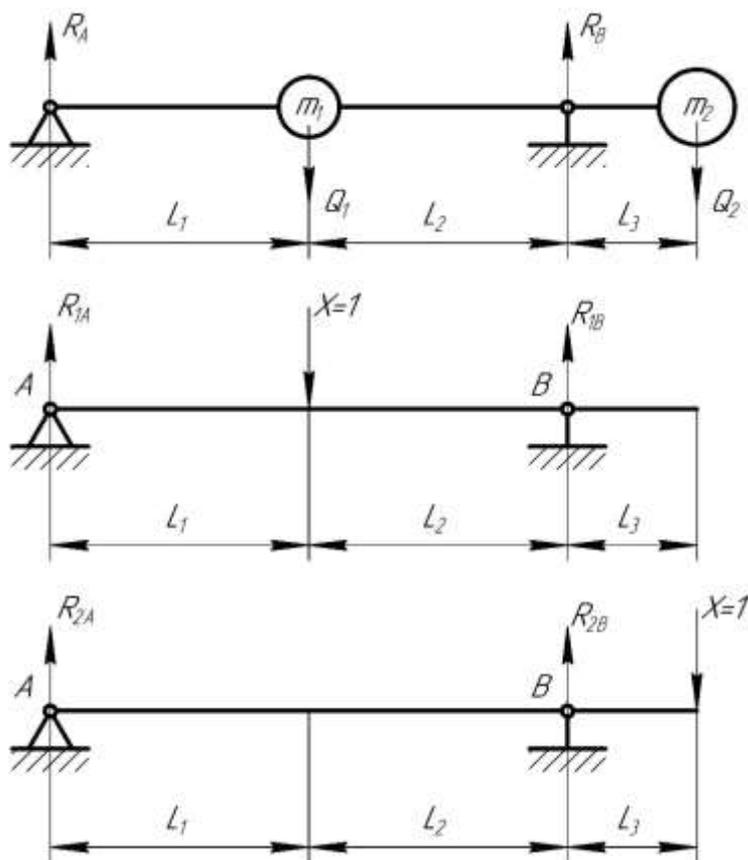


Рис. 6.3. Силова схема валу та одиничні схеми

Знайдемо невідомі реакції:

$$R_A = \frac{-Q_2 L_3 + Q_1 L_2}{L_1 + L_2} = \frac{-144.568 * 0.107 + 144.568 * 0.218}{0.218 + 0.258} = -21.061 H$$

$$R_B = \frac{Q_1 L_1 + Q_2 (L_1 + L_2 + L_3)}{L_1 + L_2} = \frac{144.568 * 0.218 + 442.876 * (0.218 + 0.258 + 0.107)}{0.218 + 0.258} = 608.505 H$$

$$R_{1B} = \frac{X L_1}{L_1 + L_2} = \frac{1 * 0.218}{0.218 + 0.258} = 0.458 H \quad R_{1A} = X - R_{1B} = 1 - 0.458 = 0.542 H$$

$$R_{2A} = \frac{-X L_3}{L_1 + L_2} = \frac{-1 * 0.107}{0.218 + 0.258} = -0.225 H$$

$$R_{2B} = \frac{X * (L_1 + L_2 + L_3)}{L_1 + L_2} = \frac{1 * (0.218 + 0.258 + 0.107)}{0.218 + 0.258} = 1.225 H$$

$$m_1 = 14,75 \text{ кг}$$

$$m_2 = 45,19 \text{ кг}$$

$$I = \frac{\pi \cdot d_B^4}{64} = \frac{\pi \cdot (90 \times 10^{-3})^4}{64} = 3.219 \times 10^{-6} \text{ м}^4 \quad (6.36)$$

$$EI = 2.1 \cdot 10^{11} \cdot 3.219 \cdot 10^{-6} = 6.76 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 \quad (6.37)$$

Знайдемо переміщення  $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{22}$ .

$$\delta_{11} = \left( \int_0^{L_1} R_{1A} * x * R_{1A} * x \, dx + \int_0^{L_2} R_{1B} * x * R_{1B} * x \, dx \right) * \frac{1}{EI} = 3.267 * 10^{-9} \text{ м}$$

$$\begin{aligned} \delta_{12} &= \left( \int_0^{L_1} R_{1A} x (-R_{2A}) * x \, dx + \int_0^{L_2} (R_{1A}(x + L_1) - x)(-R_{2A})(x + L_1) \, dx \right) \frac{1}{EI} = \\ &= 2.154 * 10^{-9} \text{ м} \end{aligned}$$

$$\delta_{22} = \left( \int_0^{L_1} (-R_{2A}) * x * (-R_{2A}) * x \, dx + \int_0^{L_2} x * x \, dx \right) \frac{1}{EI} = 3.272 * 10^{-9} \text{ м}$$

Запишемо диференційні рівняння в переміщеннях [10]:

$$\begin{cases} w_1 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ w_2 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 \end{cases} \quad (6.38)$$

Шукаємо переміщення у вигляді

$$w_i = W_i \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (6.39)$$

Підставимо (6.57) в (6.56) отримаємо:

$$\begin{cases} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) \cdot W_1 + \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \cdot W_2 = 0 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 \cdot W_1 + (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \cdot W_2 = 0 \end{cases} \quad (6.40)$$

Оскільки маємо отримати не тривіальний розв'язок маємо, що детермінант останньої матриці(6.58) має бути рівний нулю [10]:

$$\det \begin{bmatrix} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} = 0 \quad (6.41)$$

Розкриваючи визначник, отримуємо характеристичне рівняння відносно  $\omega^2$ , з якого знаходимо  $\omega^2_1, \omega^2_2$  [10]:

$$(\omega^2 m_1 \delta_{11} - 1)(\omega^2 m_2 \delta_{22} - 1) - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0; \quad (6.42)$$

$$\omega^4 m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - \omega^2 m_1 \delta_{11} - \omega^2 m_2 \delta_{22} + 1 - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0; \quad (6.43)$$

$$\omega^4 (m_2 \delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12} \delta_{21}) m_1 m_2 - \omega^2 (m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11}) + 1 = 0; \quad (6.44)$$

Визначили власні частоти:  $\omega_1^2 = 5790656c^{-2}$ ,  $\omega_2^2 = 42819642c^{-2}$

$$\omega_1 = 2406c^{-1}, \omega_2 = 6543c^{-1}$$

Знаходимо власні форми коливань та перевіряємо умови ортогональності. Оскільки кожній частоті відповідає своя форма коливань, то розглянемо два можливих випадки, підставляючи до відповідної матриці значення знайдених двох частот та знайдемо  $W_{1i}, W_{2i}$  [10,11].

$$\begin{bmatrix} (\omega_i^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_i^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_i^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_i^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{1i} \\ W_{2i} \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.45)$$

При  $\omega_1^2 = 5790656c^{-2}$  і нормованій  $W_{1i} = 1$  отримаємо з розв'язку рівняння таку першу власну форму:

$$\begin{bmatrix} (\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_1^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_1^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{12} \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.46)$$

$$\{W\}_1 = \left\{ \begin{matrix} 1 \\ -1.279 \end{matrix} \right\}$$

Аналогічно при  $\omega_2^2 = 42819642c^{-2}$  і нормованій  $W_{2i} = 1$

$$\begin{bmatrix} (\omega_2^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_2^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_2^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_2^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{21} \\ W_{22} \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.47)$$

$$\{W\}_2 = \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 0.255 \end{matrix} \right\}$$

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, то перевіримо виконання цієї умови [10]:

$$\{W\}_2^T [a] \{W\}_1 = 0; \quad (6.48)$$

$$\cdot \{1 \quad -1.279\} \begin{bmatrix} 14.752 & 0 \\ 0 & 45.191 \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 0.255 \end{matrix} \right\} \approx 0$$

Зобразимо отримані власні форми згинальних коливань на рисунку (Рис. 6.4):

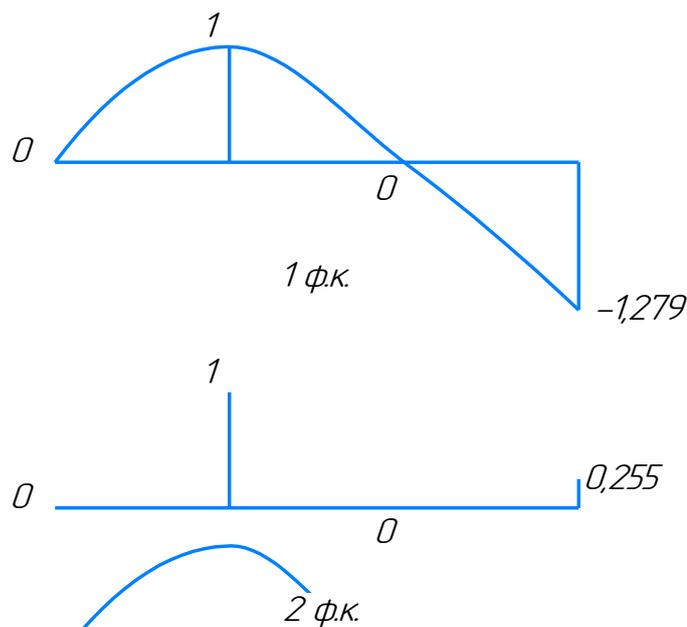


Рис. 6.4. Власні форми коливань

## 6.2.2 Метод Релея

$$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 Q_i W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i W_i^2}; Q_i = m_i g; \quad (6.49)$$

Знайдемо переміщення за допомогою інтеграла Мора:

$$W_1 = \left( \int_0^{L_1} (-R_A)x(-R_{1A})x dx + \int_0^{L_2} (-R_A(x+L_1) + Q_1x)(-R_{1A}(x+L_1) + x) dx \right) \frac{1}{EI} = 4.815 * 10^{-7} \text{ м}$$

$$W_2 = \left( \int_0^{L_1} (-R_A)^2 x^2 dx + \int_0^{L_2} (-R_A(x+L_1) + Q_1x)(-R_{2A}(x+L_1)) dx + \int_0^{L_3} Q_2 x^2 dx \right) \frac{1}{EI} = 1.138 * 10^{-6} \text{ м}$$

$$\omega_1^2 = \frac{Q_1 * W_1 + Q_2 * W_2}{m_1 * (W_1)^2 + m_2 * (W_2)^2} \quad (6.50)$$

$$\omega_1^2 = \frac{144.568 * 4.815 * 10^{-7} + 442.876 * 1.138 * 10^{-6}}{14.752 * (4.815 * 10^{-7})^2 + 45.191 * (1.138 * 10^{-6})^2} = 7.014 * 10^6 \text{ с}^{-2}$$

$$\omega_1 = 2648 \text{ с}^{-1}$$

## 6.2.3 Метод Донкерлі

$$\frac{1}{\omega_1^2} = \frac{1}{(\omega'_1)^2} + \frac{1}{(\omega'_2)^2}; \quad (6.51)$$

$$\frac{1}{(\omega'_1)^2} = m_1 \delta_{11} = 14,752 \cdot 3,267 \cdot 10^{-9} = 4,819 \cdot 10^{-8} \quad (6.52)$$

$$\frac{1}{(\omega'_2)^2} = m_2 \delta_{22} = 45,191 \cdot 3,272 \cdot 10^{-9} = 1,479 \cdot 10^{-7} \quad (6.53)$$

$$\frac{1}{\omega_1^2} = 4,819 \cdot 10^{-8} + 1,479 \cdot 10^{-7} = 1,96 \cdot 10^{-7} \quad (6.54)$$

$$\omega_1^2 = 5,101 \cdot 10^6 \text{ c}^{-2}$$

$$\omega_1 = 2258 \text{ c}^{-1}$$

Для порівняння, значення першої власної частоти згинних коливань [11]:

- методом сил :  $\omega_1 = 2406 \text{ c}^{-1}$
- методом Релея:  $\omega_1 = 2648 \text{ c}^{-1}$
- методом Донкерлі:  $\omega_1 = 2258 \text{ c}^{-1}$

Похибка результатів:

$$\delta_{\text{Релея}} = \left| \frac{2406 - 2648}{2406} \right| \cdot 100\% = 10\%$$

$$\delta_{\text{Донкерлі}} = \left| \frac{2406 - 2258}{2406} \right| \cdot 100\% = 6,1\%$$

## 7. Порівняння розрахункових (МСЕ) коефіцієнтів концентрації напружень у отворі в пластині з шаруватого композиційного матеріалу при навантаженні отвору циліндром, відносно теоретичних значень

В практиці конструювання сучасних виробів все частіше застосовують шаруваті полімерні композиційні матеріали (ПКМ) з армуванням вуглецевою або іншою ниткою чи тканиною. Деталі з ПКМ з'єднують з іншими частинами виробу шляхом склеювання, затискування, а також за допомогою штифтів, гвинтів та болтів. Для встановлення останніх роблять круглі отвори, а такі з'єднання узагальнено називають болтовими з'єднаннями (БЗ).

У процесі конструювання бажано мати прості (інженерні) формули, які дозволяють провести із задовільною точністю розрахунок міцності запропонованого конструктивного рішення, тобто так звану експрес-оцінку.

Зокрема, для проведення експрес-оцінки на розрив пластини в ослабленому круглим отвором традиційно застосовують формулу [16 – 18]:

$$\frac{N\alpha}{h(w-d)} \leq [\sigma]_t, \quad (7.1)$$

де  $N$  – результуюче зусилля, що навантажує перетин, ослаблений отвором;  $\alpha$  – теоретичний коефіцієнт концентрації напружень (ККН) біля отвору, навантаженого болтом;  $h$ ,  $w$  – товщина й ширина пластини в зоні отвору;  $d$  – діаметр отвору;  $[\sigma]_t$  – напруження, що допускається, на розрив матеріалу.

На момент проведення розрахунку відомі всі величини, окрім ККН  $\alpha$ . Тому всі подальші дії будуть спрямовані на визначення цієї величини.

Розрізняють три випадки для розрахунку ККН в отворі: отвір є вільним від навантаження (позначимо ККН як  $\alpha$ ), отвір навантажений болтом (позначили ККН як  $\underline{\alpha}$ ), отвір заповнений іншим матеріалом. Відомо, що завжди  $\underline{\alpha} > \alpha$  [19, стор. 56; 20].

Відзначимо, що задача про навантаження отвору болтом принципово відрізняється від задачі про заповнення отвору іншим матеріалом, оскільки при

заповненні передбачається нерозривність переміщень на всій границі розділу двох матеріалів [21], а контактна взаємодія має одnobічний характер.

Величина теоретичного ККН визначається з відношення значень напружень у послабленому отвором перетині: максимального  $\sigma_{\max}$  до номінального  $\sigma_{\text{nom}}$ , тобто

$$\underline{\alpha} = \sigma_{\max} / \sigma_{\text{nom}}, \quad (7.2)$$

причому для розрахунку  $\sigma_{\text{nom}}$  може використовуватися нетто-перетин (вузькі пластини) або бруто-перетин (широкі пластини) [21, 22], а також повинні використовуватися рівняння лінійної пружності.

Для пластин із анізотропного матеріалу, щоб відрізнити випадок від ізотропного, замість ККН  $\underline{\alpha}$  будемо писати  $\underline{\tilde{\alpha}}$ .

Для визначення ККН в отвору необхідно розв'язати контактну негерцеву задачу [23], оскільки зазор допускається, але незначний, тому геометрія зони контакту є майже узгодженою. Ця задача виявилася дуже складною навіть для ізотропного випадку, а у ПКМ ще додаються анізотропія й неоднорідність, тобто проблема значно ускладнюється.

Шаруваті ПКМ моделюють як сукупність моношарів. Кожний моношар має дві складові: наповнювач (основа) та армування (нитка чи тканина). Вважається, що матеріал моношару є ортотропним. Кожний моношар має свій напрямок укладання. Призначається основний напрямок, записується схема укладання в ПКМ [24].

Моношари на виході в отвір, при контакті з болтом, по-різному пручаються навантаженню. На це впливають і кути укладання, і анізотропія, і умови нерозривності переміщень в їхньому конгломераті (взаємовплив) [20].

Очевидно, що руйнування найбільш навантаженого моношару "потягне" за собою руйнування інших [24]. Тому для застосування формул (7.1) і (7.2), необхідно врахувати специфіку шаруватих ПКМ. Це може відбуватися тільки через ККН  $\underline{\tilde{\alpha}}$  для моношару. Таких досліджень в літературі небагато. Тому метою

роботи було визначення характеру й ступеня впливу схеми укладання моношарів у композитній пластині із ПКМ на величину ККН  $\tilde{\alpha}$ , при контакті отвору з болтом.

### **Коефіцієнт концентрації напружень у круглого отвору, що контактує з болтом: формули експрес-аналізу**

У статті [25] відзначено, що є декілька варіантів аналітичних розв'язків для пластини одиничної товщини з ортотропного матеріалу, через функції комплексного змінного. Але на практиці їхнє застосування утруднене. У статті [26] запропонували наближений варіант (без зазору й тертя, з нерухомим твердим стрижнем (pin-loaded hole)), заснований на розв'язку De Jong [27]. Обговорено обмеження  $\zeta = d/w \leq 0.5$ . З отриманого розв'язку [26] шляхом нескладних перетворень в [25] отримана формула для визначення ККН у болтовому з'єднанні, в ослабленому отвором перетині моношля:

$$\tilde{\alpha}(\zeta) = \frac{1-\zeta}{\zeta} \left[ \frac{\zeta}{2} + \left( \frac{\zeta}{2} + \frac{4}{\pi^2} \right) \frac{\sqrt{2(\sqrt{E_{YY}/E_{XX}} - \mu_{YX}) + E_{YY}/G_{YX}}}{\sqrt{E_{YY}/E_{XX}}} \right], \quad (7.3)$$

де напрямок  $X$  відповідає напрямку дії сили, що розтягує, у площині пластини й збігається з напрямком головної осі ортотропии 1;  $Y$  напрямок, ортогональний напрямку  $X$  й також лежить у площині пластини, збігається з напрямком головної осі ортотропии 2;  $E_{XX}$ ,  $E_{YY}$ ,  $G_{XY}$ ,  $\mu_{YX}$  – модулі Юнга, зсуву й коефіцієнт Пуассона відповідно. Якщо відомо значення  $\mu_{XY}$ , а не  $\mu_{YX}$ , то підраховується  $\mu_{YX} = E_{YY}\mu_{XY}/E_{XX}$ .

Для ізотропного матеріалу формула (3) вироджується у

$$\tilde{\alpha}(\zeta) = \frac{1-\zeta}{\zeta} \left[ \frac{\zeta}{2} + 2 \left( \frac{\zeta}{2} + \frac{4}{\pi^2} \right) \right], \quad (7.4)$$

оскільки частина виразу (7.3) із модулями пружності точно дорівнює двійці.

Ще один варіант визначення ККН для практично важливого діапазону  $0.15 \leq \zeta \leq 0.5$  запропонований у роботі [25]. Формула є компіляцією добре

обґрунтованих апроксимацій і формул, отриманих експериментально й теоретично:

$$\tilde{\alpha}(\zeta) \approx \underline{\alpha}(\zeta) \cdot \{1 + (1 - \zeta) \cdot [\tilde{\alpha}(0) - 3] / \alpha(\zeta)\}, \quad (7.5)$$

де

$$\alpha(\zeta) \approx 3.000 - 3.140\zeta + 3.667\zeta^2 - 1.527\zeta^3; \quad [22, \text{табл. 17.1}]; \quad (7.6)$$

$$\underline{\alpha}(\zeta) \approx 12.882 - 52.714\zeta + 89.762\zeta^2 - 51.667\zeta^3; \quad [28, \text{стор. 358}]; \quad (7.7)$$

$$\tilde{\alpha}(0) = 1 + \sqrt{2 \left( \sqrt{E_{xx} / E_{yy}} - \mu_{xy} \right) + E_{xx} / G_{xy}}; \quad [29]. \quad (7.8)$$

### Моделі пластини, матеріали

Для перевірки формул (7.3), (7.4) та (7.5) моделювали пластини, шари якої виконані на основі таких матеріалів:

- ізотропний (позначили як I);
- ортотропний з вуглецевої стрічки УОЛ-300-1А (позначили як II), укладеної вздовж пластини;
- ортотропний з вуглецевої стрічки УОЛ-300-1А, укладеної впоперек пластини;
- ортотропний з вуглецевої тканини УТ-900-3А (позначили як III), укладеної під кутом 45 градусів від повздовжньої осі пластини;
- ортотропний з вуглецевої стрічки УОЛ-300-1А та тканини УТ-900-3А, укладеної за формулою  $[45,90,-45,0]_s$  (цифри є градусами від повздовжньої осі пластини).

Модулі пружності ортотропних моношарів наведені в таблиці 1. Дані взяті зі статі [30] (з перерахуванням  $\mu_{21} = \mu_{12} E_{22} / E_{11}$ ). Ізотропний матеріал мав модуль Юнга  $E=1.5 \cdot 10^5$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\mu=0.3$ . "Болт" – титановий сплав ВТ-16, для якого прийняли модуль Юнга  $E=1.15 \cdot 10^5$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\mu=0.3$ .

Таблиця 7.1

**Модулі пружності моношарів (II - УОЛ-300-1А; III - УТ-900-3А)**

Моношари	Модулі Юнга $\cdot 10^{-5}$ , МПа			Модулі зсуву $\cdot 10^{-5}$ , МПа			Коефіцієнти Пуассона		
	$E_{11}$	$E_{22}$	$E_{33}$	$G_{12} = G_{21}$	$G_{13} = G_{31}$	$G_{23} = G_{32}$	$\mu_{12} = \mu_{13}$	$\mu_{23} = \mu_{32}$	$\mu_{21} = \mu_{31}$
II	1.500	0.0800	0.0800	0.0440	0.0440	0.0270	0.2900	0.4800	0.0155
III	0.800	0.800	0.0850	0.0600	0.0480	0.0480	0.4000	0.3200	0.3200

Розміри:

- пластина 62.5 x 30 x 0.8 мм. Отвір діаметром 5 мм на відстані 17.5 мм від торця (рис.7.1.);

- циліндр діаметром 5 мм.

Такі співвідношення розмірів при проектуванні в авіабудуванні вважаються пріоритетними.

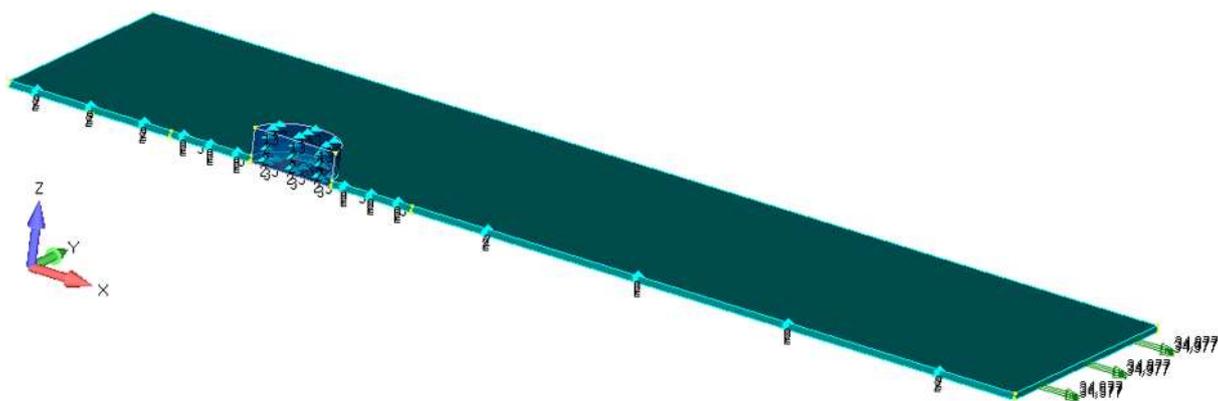


Рис.7.1 Розрахункова модель пластини у контакті з циліндром ("болтом")

У статті [20, табл. 1] у чисельних розрахунках було отримано, що скінченно-елементна модель (один СЕ по товщині пластини) з отвором  $d = 5$  мм у пластині шириною  $w = 30$  мм, з розміром гексагонального СЕ другого порядку апроксимації в зоні концентрації напружень  $0.025$  мм на  $0.025$  мм (відносний розмір СЕ –  $0.005 d$ ) давала точність визначення ККН не гірше 2%. Тому взяли цю модель моношару СЕ за основу, розмножили шари в кількості  $1 \times 4 = 4$  (по 1 СЕ

по товщині кожного з 4-х моношарів), вони заповнили половину товщини пластини, кожному моношару задавали необхідний кут укладання.

У моделі використали наявність двох площин симетрії:  $XoY$  (у центральній площині пластини) і  $XoZ$  (уздовж пластини), тобто модель містила  $1/4$  з'єднання. Всі вузли скінченно-елементної моделі, що лежать на площинах розсічення, закріплювали в напрямку нормалі. Крім того, вузлам, що лежать на виступаючому (на 1 мм вище поверхні пластини) торці циліндра, забороняли переміщення в напрямку осей  $X$  й  $Z$ .

Матеріалу "болта" завищували модуль Юнга в 1000 разів. Тобто робили його дуже жорстким, щоб практично виключити його вигин. Вихідний зазор між циліндром й отвором, а також тертя, не задавали. Тобто умови відповідали умовам отримання формули (7.3). Застосовували сучасну модель контакту типу "поверхня-поверхня", з автоматичним визначенням і коректуванням зони контакту.

### **Визначення номінального напруження в найбільш навантаженому моношарі**

Із розв'язку задачі методом скінченних елементів можна отримати для формулі (7.2) значення  $\sigma_{\max}$ . Виявилось, що є проблема з визначенням  $\sigma_{nom}$ .

Номінальне напруження  $\sigma_{nom}$  для формули (7.2) в однорідній пластині з ізотропного матеріалу обчислюється як

$$\sigma_{nom} = N / (h(w-d)) = N / [A(1-\zeta)] = q / (1-\zeta). \quad (7.9)$$

У пластинах із ПКМ в кожному  $n$ -му моношарі – свої значення  $N_n$  й  $h_n$ . Значення  $h_n$  відомі, а для визначення складових  $N_n$  для  $N = \sum N_n$  можна застосувати алгоритм з формул (7.3) ... (7.6) статті [20] і, кінець-кінцем, отримати формулу

$$\sigma_{nom} = \frac{N}{A} \cdot \frac{1}{1-\zeta} \cdot \frac{(E_{11})_0}{(E_{11})_{ef}}, \quad (25)$$

з якої прикладене на торці пластини розподілене навантаження, що розтягує:

$$q = \frac{N}{A} = \sigma_{nom} (1 - \zeta) \cdot \frac{(E_{11})_{ef}}{(E_{11})_0}. \quad (26)$$

Тут позначені  $(E_{11})_0$  – модуль Юнга в найбільш навантаженому моношарі в напрямку дії сили  $N$ ;  $(E_{11})_{ef}$  – "еквівалентний" модуль Юнга в тому же напрямку, який можна отримати з використанням в якості "інструмента" діалогу Layups із Femap [31].

За формулою (26) розрахували значення  $q$ , причому для полегшення аналізу результатів задавали  $\sigma_{nom} = 100$  МПа. Ці значення привели в таблиці 7.2.

Таблиця 7.2

**Значення розподіленого навантаження  $q$  (МПа), що задається на торці пластини, при  $\zeta = 1/6$  (для одержання  $\sigma_{nom} = 100$  МПа)**

Пластина з моношарів	$[0/0/0/0]_S$	$[90/90/90/90]_S$	$[45/45/45/45]_S$	$[45/90/-45/0]_S$
I	83.3(3)	–	–	–
II		83.3(3)	–	–
III	–	–	83.3(3)	–
II&III	–	–	–	34.977

#### Результати розрахунку у програмному комплексі FEMAP NX Nastran

На рис. 7.2 – рис.7.6 показано кольорові зображення напружень  $\sigma_{max} = \sigma_1$  на поверхні пластини в околі отворів у всіх розглянутих випадках анізотропії матеріалу пластини. Зображення циліндра ("болта") видалено.

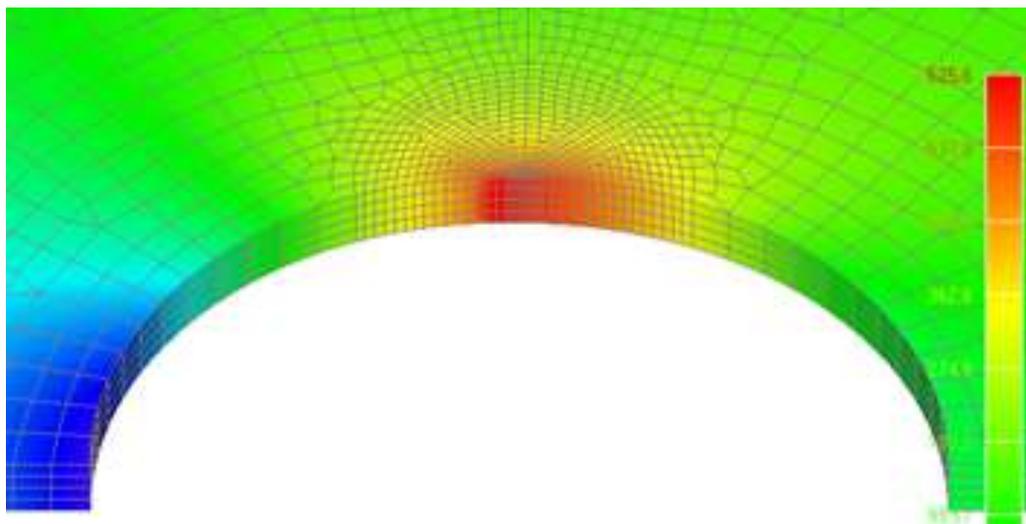


Рис. 7.2. Напруження  $\sigma_{\max}$  у випадку ізотропії матеріалу пластини, МПа

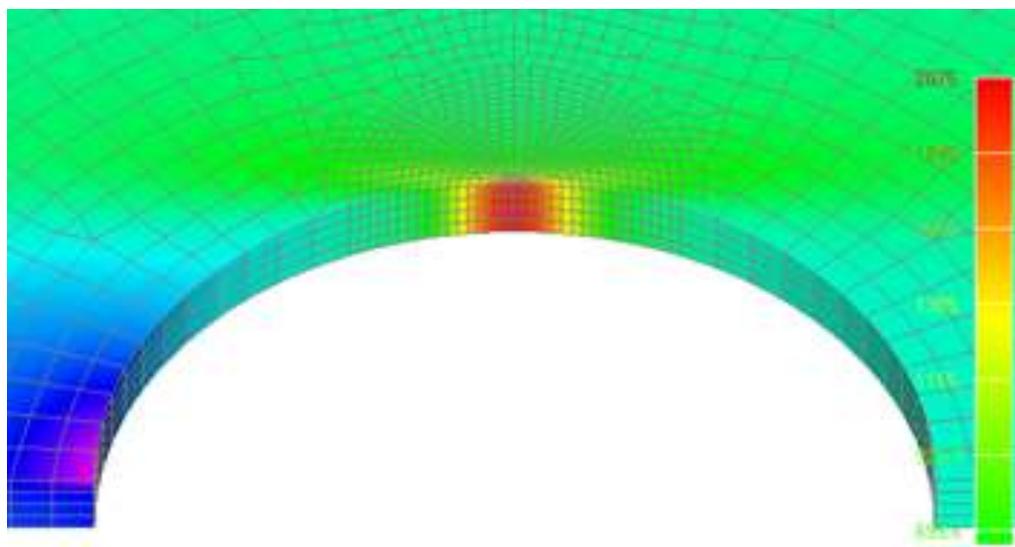


Рис. 7.3. Напруження  $\sigma_{\max}$  у випадку матеріалу з вуглецевої стрічки УОЛ-300-1А, укладеної вздовж пластини, МПа

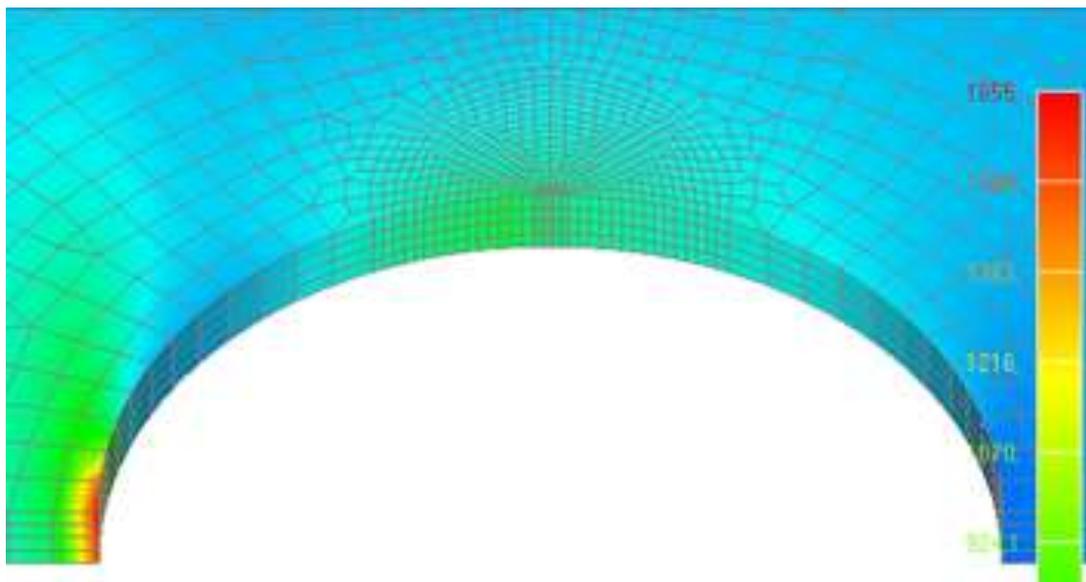


Рис. 7.4. Напруження  $\sigma_{\max}$  у випадку матеріалу з вуглецевої стрічки УОЛ-300-1А, укладеної впоперек пластини, МПа

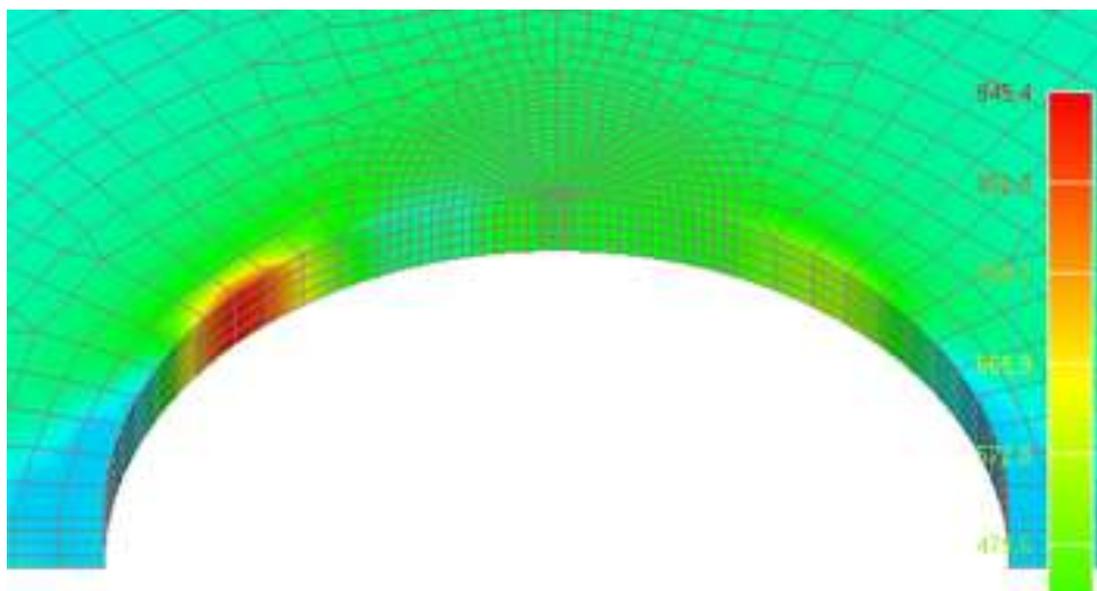


Рис. 7.5. Напруження  $\sigma_{\max}$  у випадку матеріалу з вуглецевої тканини УТ-900-3А, укладеної під кутом 45 градусів від повздовжньої осі пластини, МПа

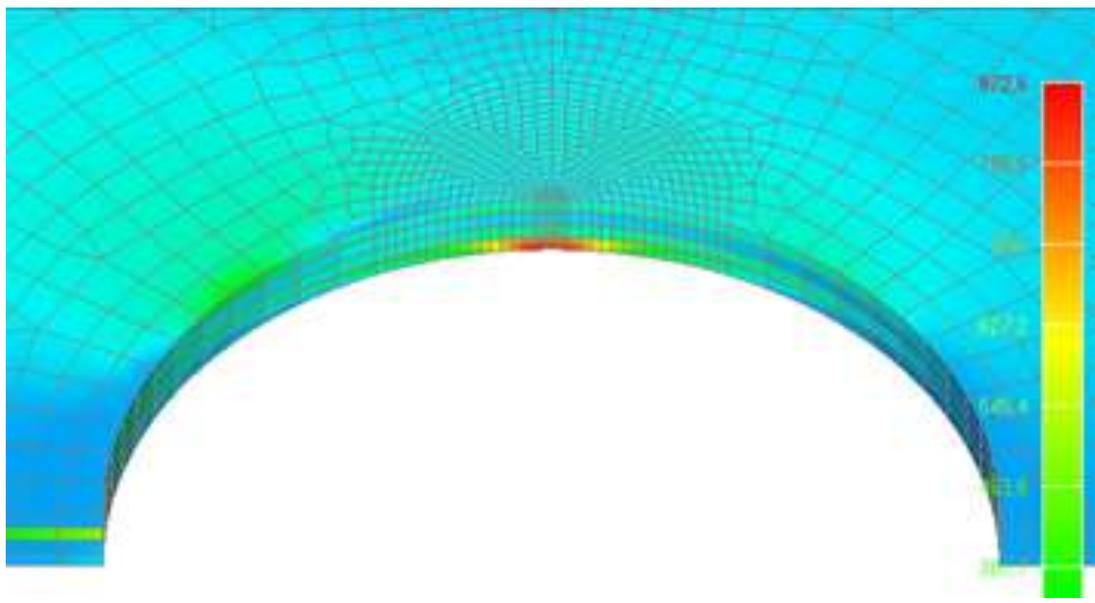


Рис. 7.6. Напруження  $\sigma_{\max}$  у випадку матеріалу з вуглецевої стрічки УОЛ-300-1А та тканини УТ-900-3А, укладеної за формулою  $[45,90,-45,0]$ , МПа

### Коефіцієнт концентрації напружень у круглого отвору, навантаженого жорстким болтом: результати розрахунків

У таблиці 7.3 приведені розрахункові значення, а також відхилення у відсотках відносно результатів, отриманих за МСЕ.

Таблиця 7.3

### Значення коефіцієнтів концентрації напружень у круглого отвору в пластині, навантаженої жорстким болтом (без зазору й тертя)

Пластина з моношарів	Схема армування	Спосіб одержання / відхилення від МСЕ, %		
		Формула (3)	Формула (5)	МСЕ
I	$[0/0/0/0]_S$	5.30 / -15.3	6.35 / +1.44	6.26
II	$[0/0/0/0]_S$	16.3 / -21.6	15.6 / -25.0	20.8
	$[90/90/90/90]_S$	4.08 / -75.4	5.32 / -68.0	16.6*
III	$[45/45/45/45]_S$	5.30 / -43.9	6.35 / -32.8	9.45**
II&III	$[45/90/-45/0]_S$	16.3 / +87.6	15.6 / +79.5	8.69

\* в точці, що на 90 градусів повернута відносно точки, де застосовуються формули (7.3) та (7.4), в якій отримано МСЕ значення ККН у 5.00 одиниць (див. рис.7.4);

\*\* в точці, що на 45 градусів повернута відносно точки, де застосовуються формули (7.3) та (7.4), в якій отримано МСЕ значення ККН у 3.41 одиниці (див. рис.7.5).

### **Обговорення результатів**

Усі розв'язки МСЕ показують, що пікові значення  $\sigma_{\max}$  реалізуються не строго в ослабленому отвором перерізі пластини, тобто не там, де застосовуються формули (7.3) та (7.4). Але, оскільки експрес-аналіз є перевірочним на міцність, то в таблицю 3 помістили значення  $\sigma_{\max}$  саме пікові, не зважаючи на їхнє реальне положення на поверхні отвору.

Для ізотропного матеріалу I замість формул (7.3) та (7.5) застосовуються їхні вироджені варіанти – формули (7.4) та (7.7).

Матеріал пластини з моношарів III вважається квазі-ізотропним в площині, а також є однорідним по товщині, тому для нього теж повинні застосовуватися формули (7.4) та (7.7), що і було зроблено.

Матеріал пластин з моношарів III та II&III вважається квазі-ізотропним в площині, але не є однорідним по товщині, тому у цьому випадку повинні застосовуватися формули (7.3) та (7.5) для шару з кутом укладання нуль градусів.

Оскільки ортотропні шари з різними напрямками укладання повинні деформуватися без розривів в площинах сполучення, то виникає взаємовплив шарів, який знижує пікові значення напружень, що спостерігається у пластині з моношарів II&III.

### **Висновки**

З результатів дослідження можна зробити такі висновки (у порівнянні з розрахунками МСЕ):

1. Формула (7.3) для однорідної по товщині пластини дає занижені результати, навіть для ізотропного матеріалу;
2. Формула (7.5) для однорідної по товщині пластини дає занижені результати, окрім ізотропного матеріалу;

3. Положення точки (зони) з піковим значенням  $\sigma_{\max}$  залежить від схеми напрямків укладання моношарів;
4. Взаємовплив шарів значно знижує реальне значення ККН у моношарах у випадку неоднорідної по товщині пластини.
5. Потрібні додаткові дослідження для встановлення формул експрес-аналізу міцності пластин із шаруватих ПКМ з отворами, контактуючими з болтами.

### Список використаної літератури

1. Методичні вказівки до виконання випускної атестаційної роботи бакалавра з напрямку 0902 – Інженерна механіка для спеціальності 7.090201 – Динаміка і міцність машин / Укл.: А.Є. Бабенко, О.О. Боронко, О.П. Заховайко, Б.І. Ковальчук, К.М. Рудаков, Ю.М. Сидоренко, О.М. Чемерис. Під загальною редакцією М.І. Бобиря. – К.: НТУУ "КПІ", 2004. – 47 с.: ил.
2. Рудаков К. М. Чисельні методи аналізу в динаміці та міцності конструкцій: Навч. посібник. – К.: НТУУ „КПІ”, 2007. – 379 с.: іл.
3. ANSYS Structural Analysis Guide ANSYS Release 12.1. (2019), available at : [www.ansys.com/](http://www.ansys.com/) .
4. ANSYS Theory. (2009), available at : [www.ansys.com/](http://www.ansys.com/)
5. Б.І. Ковальчук, О.П. Заховайко. Метод. вказівки до виконання курсового проекту з деталей машин для студ. спец. «Динаміка і міцність машин» – К.: НТУУ «КПІ», 2011.
6. Павлице В.Т. Основи конструювання та розрахунків деталей машин: Підручник для вузів. – К.: Вища шк., 1993.
7. Профільювання циліндричного евольвентного зачеплення з використанням персональної ЕОМ. Методичні вказівки до курсового проекту з дисципліни «Теорія механізмів і машин» для студентів спеціальності «Динаміка і міцність машин» / Укл.: О.П.Заховайко, О.Б.Овсієнко, О.М.Протащук та ін.- К.: НТУУ «КПІ», 2000. – 40 с.
8. . Бояршинов С.В. Основы строительной механики машин. Учебное пособие для студентов вузов, «Машиностроение», 1973
9. Рекач В.Г. Руководство к решению задач по теории упругости, .: Высш.шк., 1984. – 287с.
- 10.Василенко Н.В. Теория колебаний. – Киев: Вища школа, 1992. – 423с
- 11.. «Теорія коливань та стійкості руху» Збірник завдань до курсового проектування та практичних занять для студентів спеціальності «Динаміка

- та міцність машин» / Укл. Бобир М.І., Бабенко А.Є., Боронко О.О. Трубачов С.І.-К.: НТУУ «КПІ», 2010.- 171 с.
12. ГОСТ 1497-84. Металы. Методы испытаний на растяжение.
  13. Курмаз Л.В., Курмаз О.Л. Конструирование улов и деталей машин: Справочное учебно-методическое пособие. – М.: Высш. шк., 2007.
  14. Чемерис О.М. Методичні вказівки до розв'язування задач симетричного згину круглих пластин з дисципліни «Будівельна механіка машин» для студентів спеціальності ДММ. – К.: КПІ, 1992.
  15. Опір матеріалів / Підручник. Під ред. Г.С.Писаренка. К.: Вища школа, 1993. – 655 с
  16. ECSS-E-HB-32-20, Part 2A. Structural materials handbook – Part 2: Design calculation methods and general design aspects. (2011), available at : [http://www.ecss.nl/wp-content/uploads/handbooks/ecss-e-hb/ECSS-E-HB-32-20\\_Part2A.pdf](http://www.ecss.nl/wp-content/uploads/handbooks/ecss-e-hb/ECSS-E-HB-32-20_Part2A.pdf) .
  17. Двейрин А.З. Обзор и анализ состояния проблемы расчетно-экспериментального обеспечения проектирования агрегатов самолета из полимерных композитов с механическими соединениями деталей / А.З. Двейрин // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 2014. – № 66. – С. 5-19.
  18. Проектирование и конструирование изделий из композиционных материалов. Теория и практика: учебник / П.М. Гагауз, Ф.М. Гагауз, Я.С. Карпов, С.П. Кривенда; под общ. ред. Я.С. Карпова – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского "Харьк. авиац. ин-т", 2015. – 672 с.
  19. Grover, H.J. (1966), *NAVAIR 01-1A-13. Fatigue of Aircraft Structures*. NAVAL Air Systems Command Department of the NAVY.
  20. Рудаков К.Н. О расчетах болтового соединения на разрывное разрушение ослабленного отверстием сечения композитной пластины / К.Н. Рудаков, Ю.Н. Дифучин // *Mechanics and Advanced Technologies*. #1(82), 2018. – С. 58-66. DOI: 10.20535/2521-1943.2018.82.121050.

- 21.Савин Г.И. Механика деформируемых тел. Избранные труды. Киев : "Наукова думка", 1979. – 466 с.
- 22.Young, W.C. and Buynas, R.G. (2002), *Roark's Formulas for Stress and Strain. Seventh Edition*. McGraw-Hill. 852 p.
- 23.Johnson, K.L. (1985), *Contact mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge, Great Britain.
- 24.Milton Graeme W. (2004), *The Theory of Composites*. Cambridge University Press. 719 p.
- 25.Рудаков К.Н. Коэффициент концентрации напряжений у контактирующего с болтом нагруженного отверстия в монослое ортотропного композиционного материала / К.Н. Рудаков, Ю.Н. Дифучин, С.А. Бабиенко // *Mechanics and Advanced Technologies* #1(85), 2019. – С.41-48. DOI: 10.20535/2521-1943.2019.85.155702 .
- 26.Echavarrí a, C., Haller, P. and Salenikovich, A. (2007), *Analytical study of a pin-loaded hole in elastic orthotropic plates*. *Composite Structures*. vol.79. pp. 107–112. . DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2005.11.038> .
- 27.De Jong, T. (1977), *Stresses around pin-loaded holes in elastically orthotropic or isotropic plates*. *J. Compos. Mater.* vol.11. pp. 313–331.
- 28.Pilkey, W.D. and Pilkey, D.F. (2008), *Peterson's Stress Concentration Factors. Third Edition*. John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey, Canada.
- 29.Теория упругости анизотропного тела. Изд. 2-е. / С.Г. Лехницкий. – М. : Главная редакция физ-мат. лит-ры изд-ва "Наука", 1977. – 416 с.
- 30.Дифучин Ю.М. Чисельне моделювання болтових з'єднань з ПКМ. Повідомлення 1. Створення змішаних 3D-моделей / Ю.М. Дифучин, К.М. Рудаков // *Вісник НТУУ "КПІ". Сер. машинобудування*. №2(77), 2016. – С. 100-107. DOI: 10.20535/2305-9001.2016.77.76975 .
- 31.Рудаков К.Н. FEMAP 10.2.0. Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций. К., 2011. – 317 с. Режим доступа : <http://www.cad.dp.ua/stats/FEMAP-102.php>.

## Додаток

		Формат	Зона	Поз.	Обозначение	Наименование	Кол.	Примечание	
Перв. примен.	Справ. №								
						Сборочные единицы			
				1		Двигун системи крутного моменту	1		
				2		Редуктор 2-ий черв'ячний	1		
				3		Верхній захват	1		
				4		Зразок	1		
				5		Нижній захват	1		
				6		Динамометр	1		
				7		Рухомо траверса	1		
				8		Колони	2		
				9		Нерухомо траверса	1		
		Підп. і дата	Інв. № доцл.			10		Ходовий гвинт	1
				11		Розрізна гайка	1		
				12		Черв'ячний редуктор осьового навантаження	1		
				13		Станина	1		
				14		Двигун системи осьового навантаження	1		
				15		Система регулювання крутним моментом	1		
				16		Система регулювання осьовою силою	1		
				17		Система нагрівання зразка	1		
Підп. і дата	Взам. інв. №			18		Система реєстрації експериментальних даних	1		
						<b>МП61.УСНС3.01.00</b>			
Інв. № подл.	Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	<b>Схема установки УСНС-3</b>	Лит.	Лист	Листов
	Разроб.		Щербань						1
	Проб.		Ладренка						
	Н.контр.								
	Утв.					НТУУ "КПІ ім. І. Сікорського" ММІ			
Копіровал							Формат А4		

Формат	Зона	Поз.	Обозначение	Наименование	Кол.	Примечание		
Перв. примен.				<u>Документация</u>				
			МП61УСНС3.02.00	Редуктор черв'ячний двухступінчастий	1			
Справ. №				<u>Детали</u>				
		1	МП61УСНС3.02.01	Корпус	1			
		2	МП61УСНС3.02.02	Кришка корпуса	1			
		3	МП61УСНС3.02.03	Корпус	1			
		4	МП61УСНС3.02.04	Кришка корпуса	1			
		5	МП61УСНС3.02.05	Вал-черв'як	1			
		6	МП61УСНС3.02.06	Черв'ячне колесо	1			
		7	МП61УСНС3.02.07	Вал-черв'як	1			
		8	МП61УСНС3.02.08	Ступиця	1			
		9	МП61УСНС3.02.09	Вінець черв'ячного колеса	1			
		10	МП61УСНС3.02.10	Вал	1			
		11	МП61УСНС3.02.11	Кришка	1			
		12	МП61УСНС3.02.12	Кришка	1			
		13	МП61УСНС3.02.13	Стакан	1			
		14	МП61УСНС3.02.14	Кришка	1			
		15	МП61УСНС3.02.15	Стакан	1			
		16	МП61УСНС3.02.16	Кришка	1			
		17	МП61УСНС3.02.17	Кришка	1			
		18	МП61УСНС3.02.18	Втулка	1			
		19	МП61УСНС3.02.19	Втулка	1			
		20	МП61УСНС3.02.20	Прокладка	2			
	21	МП61УСНС3.02.21	Прокладка	2				
Підп. і дата	<b>МП61УСНС3.01.00</b>							
	Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата			
	Разраб.	Щербань						
	Проб.	Лавренко						
Инв. № подл.	Специфікація до редуктора					Лит.	Лист	Листов
							1	3
Н.контр.								
Утв.								



		Формат	Зона	Поз.	Обозначение	Наименование	Кол.	Примечание
				63		M12-6d x30	6	
						Шайби ГОСТ 10450-78		
				43		5	9	
				44		8	12	
				45		10	26	
				46		16	24	
						Шайби пружинні ГОСТ 6402-70		
				47		5/1	9	
				48		8/1	12	
				49		10/1	26	
				50		16/1	24	
						Кольца сальникові ГОСТ 6308-71		
				51		СП-52-39-5	1	
				52		СП-160-129-12	1	
						Підшипники		
				53		7308A ГОСТ 27365-87	2	
				54		7218A ГОСТ 27365-87	2	
				55		46226 ГОСТ 831-75	2	
						Шпонки ГОСТ 23360-78		
				57		8x7x20	1	
				58		20x12x56	1	
				59		32x18x160	1	
						Матеріали		
				3		ІГТ-182	134 л	
						Ціатім 201		
Инд. № подл.								
Взам. инд. №								
Инв. № дубл.								
Подп. и дата								
Подп. и дата								
МП6.1.УСНС3.01.00								Лист
								3
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата				