УДК: 539.4

АНІЗОТРОПІЯ КІНЕТИКИ НАКОПИЧЕННЯ РОЗСІЯНИХ ПОШКОДЖЕНЬ В КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛАХ ПРИ ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНОМУ ДЕФОРМУВАННІ

Бондарець О.А., Кіріллова І.В.
КПІ ім. Ігоря Сікорського, м. Київ, Україна

Анотація. *В роботі проаналізовано сучасний стан проблеми визначення параметрів пошкоджуваності для анізотропних конструкційних матеріалів, які базуються на термодинамічних принципах механіки суцільного середовища. Показано та обґрунтовано границі використання феноменологічних моделей накопичення пошкоджень для умов активного навантаження, які базуються на гіпотезах про еквівалентність деформацій, додаткової пружної енергії та приросту додаткової пружної енергії. Показано суттєвий вплив анізотропії механічних характеристик на закономірності кінетики накопичення пошкоджень. Наведено комплекс кінетичних діаграм анізотропії пошкоджуваності конструкційних матеріалів при пружно-пластичному деформуванні .*

Ключові слова: *анізотропія, пошкоджуваність, модель.*

На початковій стадії розвитку континуальної механіки пошкоджуваності , основні ідеї якої закладені Л.М. Качановим та Ю.М. Работновим [1, 2], параметр пошкоджуваності трактували як чисто емпіричну величину, яку використовували для врахування відхилення поведінки матеріалу від степенного закону повзучості. В даний час під пошкодженням зазвичай розуміють сукупність непреривних мікроструктурних змін в матеріалі, викликаних деякими незворотніми процесами при термомеханічному навантаженні. Цей параметр відображає зниження механічних та експлуатаційних характеристик матеріала, таких як жорсткість та залишкова довговічність. В континуальній механіці пошкоджень мікродефекти усереднюються по об’єму матаріалу з тим, щоб їхній спільний вплив на поведінку матеріалу при експлуатації можна було розглядати на континуальному рівні. Пошкоджуваність інтегрально відображає зниження (деградацію) механічних та експлуатаційних характеристик матеріалу.

На сьогодні існують експериментальні докази того, що руйнування конструкцій часто асоціюється з анізотропним пошкодженням матеріалу навіть у тих випадках , коли початкові властивості матеріалу були ізотропним. Різниця у величинах фізико - механічних характеристик одного і того ж матеріалу в різних напрямках може досягати 35 % , тобто врахування анізотропії пошкоджуваності є такою ж важливою задачею, як і врахування історії деформування та виду напруженого стану. Ігнорування анізотропії при розрахунках процесів пластичної формозміни приводить до значних (до 50%) відхилень граничних розрахункових значень. При цьому процес конструкторських, технологічних та проектувальних розрахунків та обробка, а також виготовлення технологічного інструменту проводиться найчастіше без урахування факторів анізотропії. Це пов'язано тим, що досі не існує єдиної системи розрахунку технологічних параметрів з урахуванням анізотропії і недостатньо систематизовані дані за показниками анізотропії різних металів і сплавів. Тому перевірка достовірності існуючих моделей накопичення розсіяних пошкоджень з урахуванням анізотропії та розробка нових є важливим і перспективним напрямком в механіці твердого деформівного тіла .

Поширення ізотропної теорії пошкодження на випадок анізотропії не є прямим завданням зв'язку пружності і пошкоджуваності. В ізотропному випадку пошкоджуваність, як правило, описується скалярною змінною D. При цьому використовується принцип еквівалентності пружної деформації:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} \Big/ \left(1 - D\right) = E_{jkl} \varepsilon_{kl}^{(e)} \tag{1}$$

У випадку загальної анізотропії змінна пошкоджуваності представляється тензором четвертого рангу [4, 5, 8]. У нашому випадку розглядається тензор другого рангу [10], що відповідає ортотропному випадку.

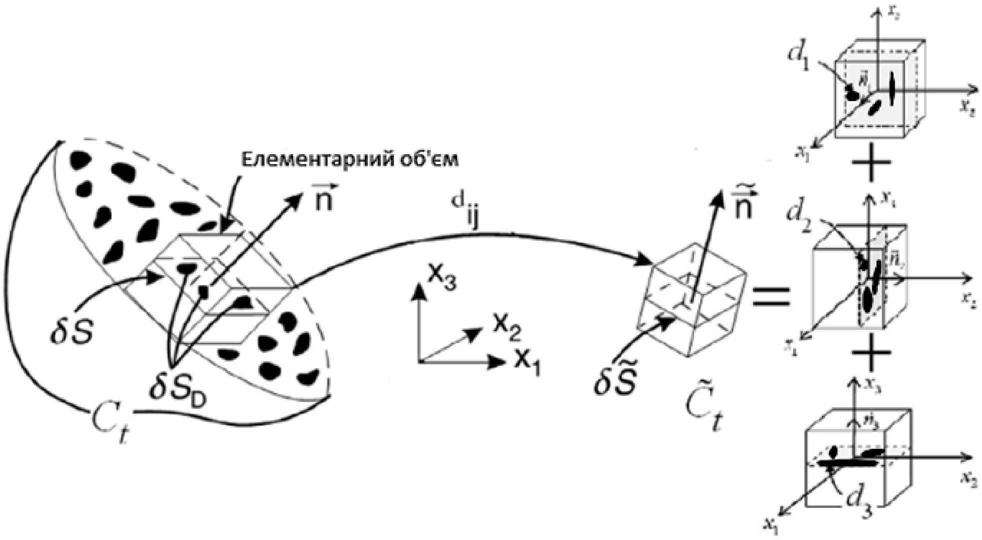

Рис.1. Схематичне подання анізотропного пошкодження в елементарному об'ємі

У випадку листових матеріалів, напрямками для вимірювання являються лише $\vec{x}_1$ і $\vec{x}_2$; щоб отримати $\tilde{E}_1$, $\tilde{E}_2$ і $\tilde{\nu}_{12}$

$$D_1 = 1 - \frac{\tilde{E}_1}{E}(1+\nu)\left[2 + \tilde{\nu}_{12} - \frac{\tilde{E}_1}{\tilde{E}_2}\right]^{-1}, \tag{2}$$

$$D_2 = 1 - \frac{\tilde{E}_2}{E}(1+\nu)\left[2 - \left(1 - \tilde{\nu}_{12}\right)\frac{\tilde{E}_2}{\tilde{E}_1}\right]^{-1}, \tag{3}$$

$$\eta D_0 = 1 - \frac{\tilde{E}_1}{E}\frac{1-2\nu}{1-2\tilde{\nu}_{12}}. \tag{4}$$

Якщо сила прикладена у напрямку 1, то D_1 і D_2 визначаються з рівнянь (2) та (3), $D_3 = D_2$ для початково ізотропного матеріалу і $D_0 = (D_1 + 2D_2)/3$. Тоді η отримаємо з рівняння (4).

Для анізотропної пошкоджуваності зв'язок між умовним напруженням σ та ефективним $\tilde{\sigma}$ можна записати:

$$\tilde{\sigma} = M(D) \bullet \sigma, \tag{5}$$

де $M(D)$ тензор пошкоджуваності четвертого рангу.

В свою чергу тензор анізотропної попошкоджуваності [6]:

$$\left[M\left(D\right)\right]=\begin{bmatrix} e^{\frac{1}{-D_1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\frac{1}{-D_2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\frac{1}{-D_3}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\frac{1}{-1/2\left(D_1+D_2\right)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\frac{1}{-1/2\left(D_2+D_3\right)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\frac{1}{-1/2\left(D_3+D_1\right)}} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Слід відмітити, що $M_{ij}\left(D\right)$ дозволяє отримати ефективний тензор пружності за допомогою наступного перетворення:

$$\tilde{E}_D^{-1}=M\left(D\right)^T\cdot E^{-1}\cdot M\left(D\right). \quad (7)$$

Відповідно до теорії пошкодження для випадку анізотропії, визначальні рівняння при розтягу мають вигляд:

$$\varepsilon_1=\frac{1}{E}e^{2D_1}\sigma_1=\frac{1}{\tilde{E}}\sigma_1, \quad (8)$$

$$\varepsilon_2=\frac{-\nu_{12}}{Ee^{-\left(D_1+D_2\right)}}\sigma_1=\frac{-\tilde{\nu}_{12}}{\tilde{E}}\sigma_1, \quad (9)$$

$$\varepsilon_3=\frac{-\nu_{13}}{Ee^{-\left(D_1+D_3\right)}}\sigma_1=\frac{-\tilde{\nu}_{13}}{\tilde{E}}\sigma_1, \quad (10)$$

де $\tilde{E}=e^{-2D_1}E$, $\tilde{\nu}_{12}=e^{\left(D_2-D_1\right)}\nu_{12}$, $\tilde{\nu}_{13}=e^{\left(D_3-D_1\right)}\nu_{13}$ - ефективні модуль Юнга і коефіцієнти Пуассона, відповідно. У цьому випадку змінні пошкодження можна визначити з наступних виразів:

$$D_1=-\frac{1}{2}\ln\frac{\tilde{E}}{E},\ D_2=D_1-\ln\frac{\nu_{12}}{\tilde{\nu}_{12}}=-\ln\left(\frac{\nu_{12}}{\tilde{\nu}_{12}}\sqrt{\frac{\tilde{E}}{E}}\right),\ D_3=D_1-\ln\frac{\nu_{13}}{\tilde{\nu}_{13}}=-\ln\left(\frac{\nu_{13}}{\tilde{\nu}_{13}}\sqrt{\frac{\tilde{E}}{E}}\right). \quad (11)$$

Концепція еквівалентності деформації [3] для ізотропної пошкодження через заміну умовного напруження на ефективне призводить до асиметрії матриці жорсткості в випадку анізотропії. Щоб цього уникнути було запропоновано у виразі для додаткової пружної енергії пошкодженого матеріалу замінити напруження на ефективні:

$$D_1=1-\sqrt{\frac{\tilde{E}}{E}},\ D_2=1-\frac{\nu}{\tilde{\nu}_{12}}(1-D_1),\ D_3=1-\frac{\nu}{\tilde{\nu}_{13}}(1-D_1). \quad (12)$$

В парадигмі визначальних рівнянь, які базуються на гіпотезах про еквівалентність деформацій, додаткової пружної енергії та приросту додаткової пружної енергії показано та обґрунтовано границі використання феноменологічних моделей накопичення пошкоджень для умов активного навантаження,. Описана методика визначення коефіцієнта анізотропії пошкоджуваності та параметрів моделей. Показано суттєвий вплив анізотропії на закономірності кінетики накопичення пошкоджень. Наведено комплекс кінетичних діаграм пошкоджуваності анізотропних конструкційних матеріалів.

Список літератури:

1. *Kachanov, L. M., "On Creep Rupture Time,"* Proc. Acad. Sci., USSR, Div. Eng. Sci., 8, 1958, pp. 26–31.
2. *Rabotnov Yu. N., Creep in Structural Elements* [in Russian], Nauka, Moscow, 1966.
3. *Chow C.L., Wang J. An anisotropic* theory of elasticity for continuum damage mechanics. International Journal of Fracture 33: 1987, pp. 3-16.

4. *Lemaitre J., Desmorat R., Sauzay M. Anisotropic* damage law of evolution. Eur. J. Mech. A/Solids 19, 2000, pp. 187-208.
5. *Luo A. C.J., Mou Y., Han R. P.S. A large anisotropic* damage theory based on an incremental complementary energy equivalence model. International Journal of Fracture 70: 1995, pp. 19-34.
6. *Chaboche J.-L. Development* of Continuum Damage Mechanics for Elastic Solids Sustaining Anisotropic and Unilateral Damage. Int. J. of Dam. Mech., Vol. 2 – October 1993, pp. 311-329.
7. *Kracinovic D. Continuous damage* mechanics revisited: Basic concepts and definitions. J. Appl. Mech. 52, 1985, pp. 829–834.
8. *Lemaitre J., Chaboche J.L. Mécanique* des matériaux solides. Dunod, Mechanics of Solid Materials, Springer-Verlag, 1985, (English translation) 1987.
9. *Murakami S. Mechanical* modeling of material damage. J. Appl. Mech. 55, 1988, pp. 280–286.