

Відповідь:  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\sigma_{\max} = -208$  МПа;  $\tau_{\max} = 104$  МПа.

**3.12.** Короткий стрижень з поперечним перерізом  $5 \times 5$  см стискається силою  $P$ . Знайти силу  $P$ , якщо стискальне нормальне напруження на площадці, нахилений до осі стрижня під кутом  $\alpha = 60^\circ$ , дорівнює  $\sigma_\alpha = 40$  МПа.

Відповідь:  $P = 400$  кН.

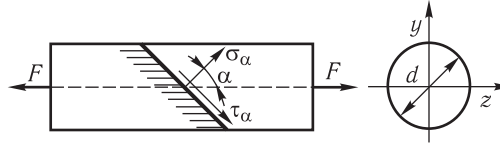


Рис. 3.3

Рис. 3.3

### 3.3. Плоский напружений стан

**3.13\*.** На гранях нескінченно малого елемента діють напруження:  $\sigma_\alpha = 120$  МПа;  $\sigma_\beta = 81$  МПа;  $\tau_\alpha = 40$  МПа (рис. 3.4). Знайти головні напруження та їх напрямки.

Відповідь:  $\sigma_1 = 145$  МПа;  $\sigma_2 = 56$  МПа;  $\alpha_0 = -32^\circ$ .

**3.14.** Задані напруження  $\sigma_1$  та  $\sigma_2$  (рис. 3.5, а),  $\sigma_1$  і  $\sigma_3$  (рис. 3.5, б). Визначити графічно  $\sigma_\alpha$  і  $\tau_\alpha$  і повне напруження  $p_\alpha$  на площадці, нахилений під кутом  $\alpha$  до перерізу, де діє  $\sigma_1$ . Задано: а)  $\sigma_1 = 450$  МПа,  $\sigma_2 = 250$  МПа,  $\alpha = 30^\circ$ ; б)  $\sigma_1 = 350$  МПа,  $\sigma_2 = 150$  МПа,  $\alpha = 45^\circ$ ; в)  $\sigma_1 = 320$  МПа,  $\sigma_2 = 200$  МПа,  $\alpha = 60^\circ$ ; г)  $\sigma_1 = 100$  МПа,  $\sigma_2 = 150$  МПа,  $\alpha = 45^\circ$ ; д)  $\sigma_1 = 100$  МПа,  $\sigma_3 = 150$  МПа,  $\alpha = 90^\circ$ ; е)  $\sigma_1 = 350$  МПа,  $\sigma_3 = 150$  МПа,  $\alpha = 30^\circ$ ; є)  $\sigma_1 = 100$  МПа,  $\sigma_3 = 300$  МПа,  $\alpha = 30^\circ$ ; ж)  $\sigma_1 = 100$  МПа,  $\sigma_3 = 150$  МПа,  $\alpha = 45^\circ$ .

Відповідь: див. табл. 3.1.

**3.15.** Через певну точку елемента проведено площадку  $\alpha$  (рис. 3.6). Повне напруження, що діє на ній,  $p_\alpha = 45$  МПа і нахилене до площадки під кутом  $\gamma = 30^\circ$ . На площадці  $\beta$ , перпендикулярній до заданої, діють лише дотичні напруження. Знайти головні напруження, що діють у цій точці.

Відповідь:  $\sigma_1 = 51,8$  МПа;  $\sigma_2 = -29,3$  МПа.

**3.16.** Елемент перебуває в умовах плоского напруженого стану. На його гранях діють напруження:  $\sigma_\alpha = 3\sigma$ ;  $\sigma_\beta = -\sigma$ ;  $\tau_\alpha = 1,5\sigma$ . Знайти головні напруження та відповідні їм головні напрямки.

Відповідь:  $\sigma_1 = \frac{7}{2}\sigma$ ;  $\sigma_3 = -\frac{3}{2}\sigma$ ;  $\alpha_0 = -15,25^\circ$ .

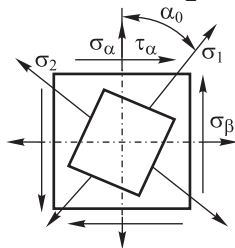


Рис. 3.4

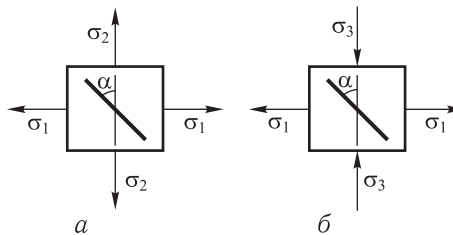


Рис. 3.5

Таблиця 3.1

Варіант	$\sigma_\alpha$	$\tau_\alpha$	$\rho_\alpha$	Варіант	$\sigma_\alpha$	$\tau_\alpha$	$\rho_\alpha$
а)	400 МПа	87 МПа	409 МПа	д)	-150 МПа	0	150 МПа
б)	300 МПа	100 МПа	269 МПа	е)	225 МПа	217 МПа	312 МПа
в)	230 МПа	52 МПа	235 МПа	є)	0	173 МПа	173 МПа
г)	125 МПа	-25 МПа	127 МПа	ж)	-25 МПа	125 МПа	127 МПа

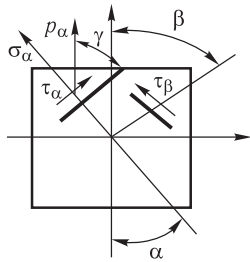


Рис. 3.6

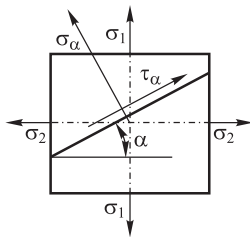


Рис. 3.7

**3.17.** На гранях елементарного кубика, який виділено з напруженої зони навантаженого тіла, знайдено напруження:  $\sigma_x = 70$  МПа;  $\sigma_y = -35$  МПа;  $\tau_{xy} = 50$  МПа;  $\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ . Потрібно знайти: а) головні напруження та відповідні їм головні напрямки; б) максимальне дотичне напруження.

*Відповідь:* а)  $\sigma_1 = 90$  МПа,  $\sigma_3 = -55$  МПа,  $\alpha_0 = -21,8^\circ$ ; б)  $\tau_{\max} = 72,5$  МПа.

**3.18.** Елемент перебуває в умовах плоского напруженого стану (рис. 3.7). На його гранях діють головні напруження:  $\sigma_1 = 200$  МПа;  $\sigma_2$  — невідомо. На площадці, нахилений до горизонталі під кутом  $\alpha = 150^\circ$ , діє дотичне напруження  $\tau_\alpha = 41$  МПа. Знайти нормальне напруження  $\sigma_\alpha$ , що діє на цій площадці.

*Відповідь:*  $\sigma_\alpha = 189$  МПа.

### 3.4. Об'ємний напружений стан

**3.19.** В одній із точок ізотропного тіла знайдено головні напруження  $\sigma_1 = 100$  МПа;  $\sigma_2 = -60$  МПа. Об'єм тіла не змінюється. Знайти  $\sigma_3$ .

*Відповідь:*  $\sigma_3 = -40$  МПа.

**3.20.** Визначити нормальне  $\sigma_n$ , дотичне  $\tau_n$  та повне  $\rho_n$  напруження, що діють на площадці, рівнонахилений до напрямків головних напружень:  $\sigma_1 = 21$  МПа;  $\sigma_2 = -36$  МПа;  $\sigma_3 = 30$  МПа.

*Відповідь:*  $\sigma_n = 5$  МПа;  $\tau_n = 16,4$  МПа;  $\rho_n = 17,1$  МПа.

**3.21.** Визначити головні напруження  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  і  $\sigma_3$  та положення головних площадок, якщо компоненти тензора напружень мають такі значення, МПа:  $\sigma_x = 33$ ;  $\sigma_y = 36$ ;  $\sigma_z = 11$ ;  $\tau_{xy} = 6$ ;  $\tau_{yz} = -2\sqrt{3}$ ;  $\tau_{zx} = -11\sqrt{3}$ .

*Відповідь:* див. табл. 3.2.

**3.22.** Наскільки зменшиться об'єм суцільної сталевий кулі діаметром 20 см в умовах гідростатичного тиску  $p = 30$  МПа? Модуль пружності сталі  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\mu = 0,3$ .

*Відповідь:*  $\Delta V = -0,718$  см<sup>3</sup>.