

Рис. 4.22

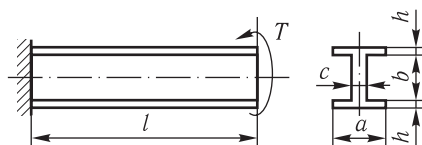


Рис. 4.23

ня  $[\tau] = 140$  МПа. Якою має бути висота поперечного перерізу, якщо його ширина 20 мм?

*Відповідь:*  $h = 42,8$  мм.

**4.59\*.** Сталевий брус прямокутного перерізу розмірами  $60 \times 20$  мм і завдовжки  $l = 0,8$  м навантажений крутним моментом  $T = 0,4$  кН·м. Обчислити найбільше дотичне напруження в брусі, побудувати епюри дотичних напружень у поперечному перерізі та визначити кут закру-

чування бруса за модуля зсуву  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа.

*Відповідь:*  $\tau_{\max} = 62,42$  МПа;  $\varphi = 1,8^\circ$ .

**4.60.** Штабка завтовшки  $h = 15$  мм і завдовжки  $l = 0,8$  м закручується моментом  $T = 0,6$  кН·м. Визначити ширину штабки  $b$ , виходячи з умови міцності при  $[\tau] = 80$  МПа.

*Відповідь:*  $b = 110$  мм.

**4.61.** Суцільний круглий вал має кінці квадратного перерізу — квадрат зі стороною  $b$ , вписаний у коло діаметром  $d$ , що визначає переріз середньої частини вала (рис. 4.22). Вал навантажений моментами  $T_1 = 0,4$  кН·м,  $T_2 = 1,2$  кН·м,  $T_3 = 0,5$  кН·м,  $T_4 = 0,3$  кН·м. Визначити діаметр вала за умови міцності  $[\tau] = 50$  МПа. Побудувати епюру дотичних напружень для небезпечних перерізів вала. Концентрацію напружень у розрахунках не враховувати.

*Відповідь:*  $d = 48$  мм;  $\tau_{\max} = 48,7$  МПа.

**4.62\*.** Двотаврову балку завдовжки  $l = 1,5$  м закріплено в стіні одним кінцем, а на другому кінці навантажено крутним моментом  $T$  (рис. 4.23). Розміри поперечного перерізу балки:  $a = 120$  мм;  $b = 280$  мм;  $h = 20$  мм;  $c = 10$  мм. Визначити найбільший момент  $T$ , який може витримати балка за допустимого напруження  $[\tau] = 60$  МПа.

*Відповідь:*  $T = 1000,8$  Н·м.

#### 4.7. Статично невизначувані задачі при крученні

**4.63.** Стрижень круглого перерізу із закріпленими кінцями піддається дії двох рівних і однаково напрямлених пар сил з моментами по  $T = 8$  кН·м (рис. 4.24). Розкрити статичну невизначуваність і визначити кут повороту середнього перерізу  $I-I$  стрижня. Діаметр стрижня дорівнює 100 мм, довжина кожної з крайніх ділянок  $a = 600$  мм, середньої  $b = 800$  мм.

*Відповідь:*  $T_A = T_B = 8$  кН·м;  $\varphi = 21'$ .

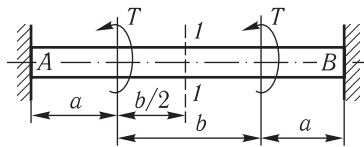


Рис. 4.24

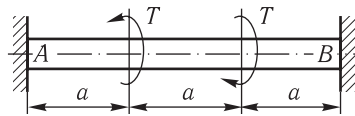


Рис. 4.25

**4.64.** До стрижня круглого перерізу, жорстко закріпленого обома кінцями з лівого та правого боків, прикладені два рівні й протилежно напрямлені крутні моменти  $T = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}$  (рис. 4.25). Визначити діаметр стрижня за допустимого напруження  $[\tau] = 60 \text{ МПа}$ . Чому дорівнює кут повороту середнього перерізу стрижня?

*Відповідь:*  $d = 82,7 \text{ мм}$ ;  $\varphi = 0^\circ$ .

**4.65.** Діаметр лівої частини стрижня, закріпленого на кінцях, дорівнює  $60 \text{ мм}$ , правої —  $50 \text{ мм}$  (рис. 4.26). Загальна довжина стрижня  $a + b = 3,3 \text{ м}$ . Визначити розміри  $a$  і  $b$  за умови, що крутний момент, прикладений у місці зміни діаметра стрижня, зумовлює в кожній частині стрижня однакові найбільші дотичні напруження.

*Відповідь:*  $a = 1,8 \text{ м}$ ;  $b = 1,5 \text{ м}$ .

**4.66\*.** Мідну трубку із зовнішнім діаметром  $75 \text{ мм}$  розміщено в сталевій трубці, що має такий самий внутрішній діаметр. Товщина стінок обох трубок однакова і дорівнює  $3 \text{ мм}$ . Кінці трубок жорстко закріплені між собою, і в місці закріплення прикладені пари сил з крутними моментами по  $1 \text{ кН}\cdot\text{м}$ . Довжина трубок  $3 \text{ м}$ , модуль пружності міді при зсуві дорівнює  $4 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ . Як розподіляється крутний момент між трубками? На який кут закрутяться трубки? Чому дорівнюють найбільші дотичні напруження в стінках трубок?

*Відповідь:*  $M_{\text{кр.м}} = 282 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $M_{\text{кр.с}} = 718 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $\varphi = 1,38^\circ$ ;  $\tau_{\text{макс м}} = 12 \text{ МПа}$ ;  $\tau_{\text{макс с}} = 26 \text{ МПа}$ .

**4.67\*.** Сталевий стрижень круглого перерізу діаметром  $25 \text{ мм}$  має циліндричні виступи  $A$  і  $B$ . До бокових поверхонь виступів щільно прилягає сталева трубка із зовнішнім діаметром  $75 \text{ мм}$  і товщиною стінки  $1,25 \text{ мм}$  (рис. 4.27). Перед надіванням трубки стрижень було закручено парами сил з моментами  $T = 75 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . Після того як трубку приварили до обох виступів, крутні моменти з кінців стрижня були зняті. Якої величини моменти взаємодіятимуть між стрижнем і трубкою? Чому дорівнюють найбільші дотичні напруження в стрижні й трубці?

*Відповідь:*  $M_{\text{кр.т}} = M_{\text{кр.с}} = 68,5 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $\tau_{\text{т}} = 6,5 \text{ МПа}$ ;  $\tau_{\text{с}} = 22,3 \text{ МПа}$ .

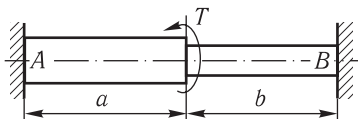


Рис. 4.26

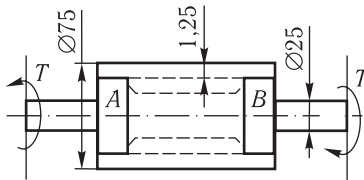


Рис. 4.27

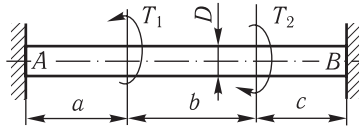


Рис. 4.28

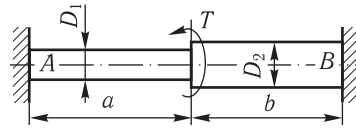


Рис. 4.29

**4.68\*.** Вал круглого суцільного перерізу жорстко закріплено на кінцях і навантажено двома моментами протилежного напрямлення  $T_1 = 0,4 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ,  $T_2 = 0,6 \text{ кН}\cdot\text{м}$  (рис. 4.28). Підбрати діаметр вала  $D$  з умов міцності й жорсткості, взявши допустимі напруження  $[\tau] = 40 \text{ МПа}$ , допустимий кут закручування  $[\theta] = 0,25 \text{ град/м}$ , модуль зсуву  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ ,  $a = 0,5 \text{ м}$ ,  $b = 0,75 \text{ м}$ ,  $c = 1,25 \text{ м}$ .

*Відповідь:*  $D = 57,5 \text{ мм}$ .

**4.69\*.** Визначити моменти в закріпленнях ступінчастого вала, побудувати епюри крутних моментів і кутів закручування (рис. 4.29). Задано:  $T = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $a = 1,2 \text{ м}$ ;  $b = 0,4 \text{ м}$ ;  $D_1 = 40 \text{ мм}$ ;  $D_2 = 50 \text{ мм}$ ;  $G = 3 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ .

*Відповідь:*  $\varphi_{\max} = 4,1^\circ$ ;  $M_A = 1,2 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $M_{\max} = 8,8 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

**4.70\*.** Торці вала  $AB$  жорстко закріплені в нерухомі стінки (рис. 4.30). Діаметр товстої частини вала  $D_1 = 200 \text{ мм}$ . Тонка частина має діаметр  $D_2 = 150 \text{ мм}$  і послаблена поздовжнім каналом діаметром  $d = 120 \text{ мм}$ . Побудувати епюри крутних моментів і кутів закручування по довжині вала, вважаючи, що  $T = 150 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ,  $a = 0,4 \text{ м}$ ,  $b = 0,2 \text{ м}$ ,  $c = 0,8 \text{ м}$ . Перевірити вал на міцність і жорсткість за допустимого напруження  $[\tau] = 60 \text{ МПа}$  і допустимого кута закручування  $[\theta] = 0,6 \text{ град/м}$ . Модуль зсуву  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ .

*Відповідь:*  $M_{\text{кр max}} = 87,7 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $\varphi_{\max} = 15'$ ; умова міцності не задовольняється; умова жорсткості задовольняється.

**4.71\*.** Моменти  $T_1$  і  $T_2$  прикладені до вала постійного перерізу, жорстко закріпленого обома кінцями, як зображено на рис. 4.31. Визначити, за якого співвідношення між моментами  $T_1$  і  $T_2$  реактивні моменти в жорстких опорах однакові.

*Відповідь:*  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{(a+l_1-l_2)}{(a-l_1+l_2)}$ .

**4.72.** Визначити допустимий момент  $T$ . Діаметри ділянок вала  $D_1 = 70 \text{ мм}$  та  $D_2 = 50 \text{ мм}$ , допустиме дотичне напруження  $[\tau] = 60 \text{ МПа}$  (рис. 4.32).

*Відповідь:*  $T = 5,25 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

**4.73\*.** На якій відстані  $x$  від лівого закріплення вала, який розглядається в задачі 4.72, потрібно прикласти момент  $T$ , щоб максимальні напруження в товстій і тонкій частинах вала стали однаковими? Визначити допустимий момент  $T$  у цьому разі при  $[\tau] = 60 \text{ МПа}$ .

*Відповідь:*  $x = 14,3 \text{ мм}$ ;  $T = 5,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

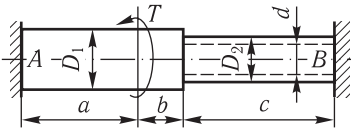


Рис. 4.30

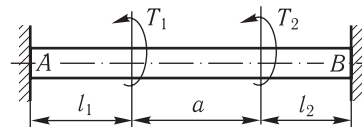


Рис. 4.31

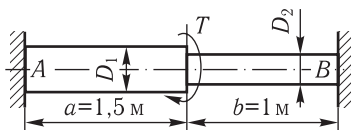


Рис. 4.32

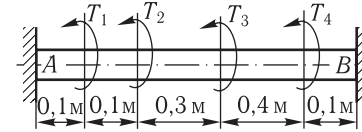


Рис. 4.33

4.74. Побудувати епюри крутних моментів і кутів закручування (рис. 4.33).  
 Задано:  $T_1 = 0,3 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $T_2 = 1,6 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $T_3 = 0,8 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $T_4 = 0,1 \text{ кН}\cdot\text{м}$ . Жорсткість вала при крученні  $GI_p = 20 \text{ кН}\cdot\text{м}^2$ .

Відповідь:  $M_{\text{кр.}A} = 1,96 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $M_{\text{кр.}B} = 0,84 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

4.75. Обчислити допустиму величину моменту  $T$  за допустимого напруження  $[\tau] = 80 \text{ МПа}$  і побудувати епюру кутів закручування, вважаючи, що  $l = 1,5 \text{ м}$ ,  $G = 7 \cdot 10^4 \text{ МПа}$  (рис. 4.34).

Відповідь:  $T = 15,7 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $\varphi_{\text{max}} = 39'$ .

4.76\*. Обчислити допустиму величину крутного моменту  $T$  за допустимого напруження  $[\tau] = 80 \text{ МПа}$  та побудувати епюру кутів закручування, враховуючи, що  $l = 1,5 \text{ м}$ ,  $G = 7 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ , за умови, що середня частина вала має діаметр  $D = 60 \text{ мм}$ , бокові частини —  $D_1 = 100 \text{ мм}$  і моменти напрямлені в різні боки (рис. 4.35).

Відповідь:  $T = 16,55 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $\varphi_{\text{max}} = 28,7'$ .

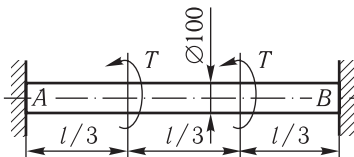


Рис. 4.34

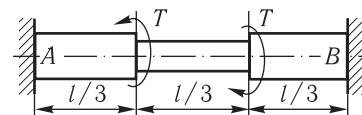


Рис. 4.35

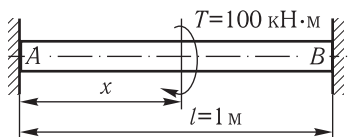


Рис. 4.36

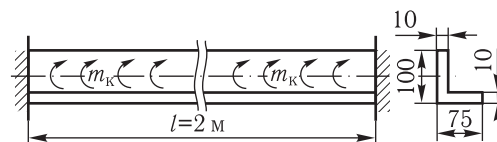


Рис. 4.37

**4.77\*.** Визначити, на якій відстані  $x$  від лівої опори  $A$  потрібно прикласти момент  $T$ , щоб розрахунок вала за допустимого напруження  $[\tau] = 100$  МПа і за допустимого відносного кута закручування  $[\theta] = 0,5$  град/м дав те саме значення діаметра. Модуль  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа (рис. 4.36).

*Відповідь:*  $x = 0,482$  м.

**4.78.** Куттик навантажений рівномірно розподіленим по довжині крутним моментом інтенсивністю  $m_k = 0,22$  кН·м/м (рис. 4.37). Побудувати епюру крутних моментів і знайти максимальне дотичне напруження в небезпечному перерізі.

*Відповідь:*  $\tau_{\max} = 40$  МПа;  $\varphi_{\max} = 1,43^\circ$ .

## 4.8. Гвинтові пружини

**4.79\*.** Пружина, навита з дроту діаметром  $d = 20$  мм і має кількість робочих витків  $n = 8$ , стискується силою  $F = 8$  кН. Середній діаметр пружини  $D = 120$  мм. Визначити осадку пружини  $\lambda$  і максимальне дотичне напруження  $\tau_{\max}$ . Модуль зсуву матеріалу пружини  $G = 8,5 \cdot 10^4$  МПа.

*Відповідь:*  $\tau_{\max} = 300$  МПа;  $\lambda = 65$  мм.

**4.80\*.** Обчислити жорсткість пружини  $c$  ( $c$  — коефіцієнт, що чисельно дорівнює силі, яка зумовлює осадку пружини, на одиницю її довжини), що має середній діаметр витка  $D = 200$  мм, діаметр дроту  $d = 12$  мм і число витків  $n = 5$ . Модуль зсуву  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа.

*Відповідь:*  $c = 5,18$  кН/м.

**4.81\*.** Визначити з умови міцності за допустимого напруження  $[\tau] = 400$  МПа діаметр дроту циліндричної пружини, яка має середній діаметр витка  $D = 80$  мм. Максимальне навантаження на пружину  $F = 20$  кН.

*Відповідь:*  $d = 22$  мм.

**4.82.** Знайти число витків циліндричної пружини  $n$ , потрібне для того, щоб забезпечити осадку  $\lambda = 5$  мм за дії сили  $F = 15$  кН. Напруження при цьому не повинно перевищувати допустиме значення  $[\tau] = 400$  МПа. Середній діаметр витка пружини  $D = 60$  мм. Модуль зсуву  $G = 8,5 \cdot 10^4$  МПа.

*Відповідь:*  $n = 9$  робочих витків.

**4.83.** Визначити допустиму силу для пружини та діаметр дроту, з якого її виготовлено. Пружина має  $n = 12$  витків. Середній її діаметр  $D = 40$  мм. Осадку пружини не перевищує  $\lambda = 8$  мм. Допустиме дотичне напруження матеріалу пружини  $[\tau] = 200$  МПа, модуль зсуву  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа.

*Відповідь:*  $F = 15,7$  кН;  $d = 20$  мм.

**4.84.** Циліндричну гвинтову пружину виготовлено з 6 мм сталевого дроту і вона має 10 витків. Зовнішній діаметр витка пружини 66 мм. Визначити осьову розтяжну силу, за якої найбільше дотичне напруження в пружині не перевищує 240 МПа. Чому дорівнює за цієї сили видовження пружини, повна робота пружної деформації і жорсткість пружини (тобто сила, потрібна для розтягання пружини на одиницю довжини)?

*Відповідь:*  $F = 323$  Н;  $\lambda = 53,8$  мм;  $A_p = 86,9$  Н·м;  $c = 6$  кН/м.