

Рис. 5.99

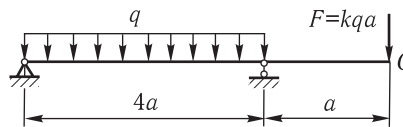


Рис. 5.100

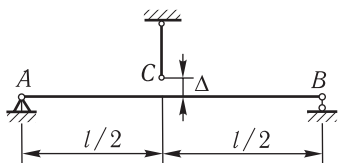


Рис. 5.101

двотавр № 10. Модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: а) $-\frac{7qa^4}{24EI} = -8,84$ мм, $-\frac{qa^3}{6EI} = -0,00505$ рад; б) $\frac{Ma^2}{4EI} = 6,32$ мм, $-\frac{Ma}{3EI} =$

$= -0,00842$ рад; в) $-\frac{Fa^3}{18EI} = -2,525$ мм, $-\frac{Fa^2}{18EI} = -0,002525$ рад.

5.110. Тензометр AB має коефіцієнт збільшення $k = 1000$ і базу 20 мм (рис. 5.99). Визначити показання тензометра, якщо модуль пружності при розтяганні $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: 10,6 мм.

5.111. Визначити, за якого значення коефіцієнта k прогин перерізу C дорівнюватиме нулю (рис. 5.100). За знайденого значення k побудувати епюру згинальних моментів і зобразити орієнтовний вид пружної лінії балки.

Відповідь: $k = 8/5$.

5.112. Перерізи C сталевих балки AB і дроту під час складання з'єднуються (рис. 5.101). Визначити силу натягу дроту, якщо до з'єднання розходження $\Delta = 3$ мм, балка мала довжину $l = 1$ м і квадратний переріз $b \times b = 40 \times 40$ мм, дріт — довжину $h = 40$ мм і діаметр $d = 5$ мм, модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: $N = \frac{4\pi\Delta E d^2 b^2}{\pi d^2 l^2 + 16b^2 h} = 5,08$ кН.

5.4. Розрахунок статично невизначуваних стрижнів

5.113. Розкрити статичну невизначуваність балки, зображеної на рис. 5.102, визначити опорні реакції, побудувати епюри згинальних моментів і поперечних сил, підібрати двотавровий переріз балки за допустимого нормального напруження 160 МПа, визначити величину найбільшого прогину балки і порівняти його з найбільшим допустимим прогином $[w] = 0,002$ прогону балки. Модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: $R_B = 14,26$ кН; $M_B = 25,56$ кН·м; $R_A = 25,74$ кН; двотавр № 22; $w_{\max} = w(3,58 \text{ м}) = 10,7$ мм < $[w] = 12$ мм.

5.114. Розкрити статичну невизначуваність двотаврової балки, зображеної на рис. 5.103, визначити опорні реакції, побудувати епюри поперечних сил і згинальних моментів, підібрати переріз балки за допустимого напруження $[\sigma] = 160$ МПа та обчислити величину прогину в перерізі на відстані 2 м від опори A . Модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: $R_A = 40,5$ кН; $R_B = 105,3$ кН; $R_C = 14,2$ кН; двотавр № 24а; $w(2 \text{ м}) = 11,6$ мм.

5.115*. Розкрити статичну невизначуваність двотаврової балки, зображеної на рис. 5.104. Побудувати епюри поперечних сил і згинальних моментів, підібрати переріз балки за допустимого напруження $[\sigma] = 160$ МПа та визначити величину прогину в перерізі C . Задано: $F_1 = 80$ кН; $F_2 = 160$ кН; $l_1 = 0,6$ м; $l_2 = 1,2$ м; $l_3 = 1,8$ м; модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: $R_B = 173,1$ кН; $R_D = 66,9$ кН; $M_D = 56,7$ кН·м; двотавр № 27а; $w_C = -2,4$ мм.

5.116. Розкрити статичну невизначуваність і визначити опорні реакції балки, зображеної на рис. 5.105. Побудувати епюри поперечних сил і згинальних моментів та підібрати двотавровий поперечний переріз балки за допустимого напруження $[\sigma] = 160$ МПа.

Відповідь: $R_A = 17,14$ кН; $R_B = 26,67$ кН; $R_C = 3,81$ кН; двотавр № 16.

5.117. Розкрити статичну невизначуваність двотаврової балки, зображеної на рис. 5.106. Побудувати епюри поперечних сил і згинальних моментів, підібрати переріз за допустимого напруження $[\sigma] = 160$ МПа і визначити величину прогину на кінці консолі. Модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: $R_A = 170$ кН; $R_B = 70$ кН; $M_B = 40$ кН·м; двотавр № 30а; $w_C = 8,6$ мм.

5.118. Розкрити статичну невизначуваність двотаврової балки, зображеної на

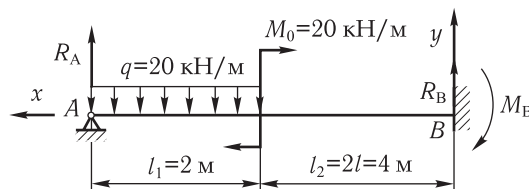


Рис. 5.102

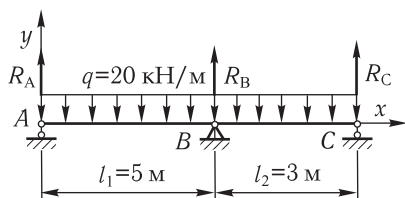


Рис. 5.103

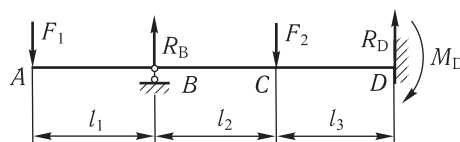


Рис. 5.104

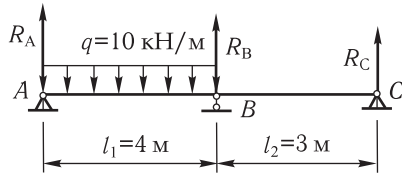


Рис. 5.105

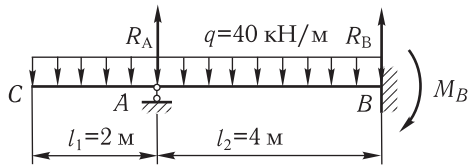


Рис. 5.106

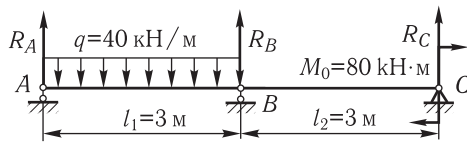


Рис. 5.107

рис. 5.107. Побудувати епюри поперечних сил і згинальних моментів, підібрати переріз за допустимого напруження $[\sigma] = 160$ МПа, а також визначити кут повороту перерізу на лівій опорі. Модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: $R_A = 59,2$ кН; $R_B = 34,9$ кН; $R_C = 25,9$ кН; двотавр № 30а; $\theta_A = 0,0028$ рад.

5.119. Для кожної з дев'яти балок, зображених на рис. 5.108, розкрити статичну невизначеність, визначити опорні реакції та обчислити найбільший за абсолютним значенням згинальний момент.

Відповідь: а) $R_A = R_C = \frac{5}{16}F$, $R_B = \frac{11}{8}F$, $|M|_{\max} = \frac{3}{16}Fl$; б) $R_A = R_C = \frac{3}{8}ql$, $R_B = \frac{5}{4}ql$, $|M|_{\max} = \frac{16}{128}ql^2$; в) $R_A = R_C = -\frac{9M_0}{8l}$, $R_B = \frac{9M_0}{4l}$, $|M|_{\max} = \frac{9}{16}M_0$; г) $R_A = R_C = F\left(1 + \frac{3a}{2l}\right)$, $R_B = -3F\frac{a}{l}$, $|M|_{\max} = Fa$; д) $R_A = R_C = qa\left(1 + \frac{3a}{4l}\right)$, $R_B = -\frac{3qa^2}{2l}$, $|M|_{\max} = \frac{1}{2}qa^2$; е) $R_A = R_C = \frac{3M_0}{2l}$, $R_B = -\frac{3M_0}{l}$, $|M|_{\max} = M_0$; є) $R_A = R_B = F$, $M_A = M_B = -Fa\frac{a+b}{2a+b}$, $|M|_{\max} = Fa\frac{a+b}{2a+b}$; ж) $R_A = R_B = \frac{ql}{2}$, $M_A = M_B = -\frac{ql^2}{12}$, $|M|_{\max} = \frac{ql^2}{12}$; з) $R_A = R_B = 0$, $M_A = M_B = -M_0\frac{b}{2a+b}$, $|M|_{\max} = \frac{M_0c}{2a+b}$, де $c = b$, якщо $b \geq 2a$, або $c = 2a$, якщо $b \leq 2a$.

5.120*. Двотаврова сталева балка № 40 завдовжки $l = 8$ м обпирається по кінцях, а посередині прогону підтримується чавунною трубчастою колоною заввишки $H = 4$ м (рис. 5.109). Зовнішній діаметр колони 160 мм, внутрішній — 120 мм. Балка несе рівномірно розподілене навантаження інтенсивністю 20 кН/м. Визначити зусилля в чавунній колоні, найбільші нормальні напруження в балці й напруження в колоні. Чому дорівнюватиме реакція середньої опори, якщо вона буде жорсткою? Взяти модулі пружності сталеві балки і чавунної колони: $E_{\sigma} = 2 \cdot 10^5$ МПа і $E_{\kappa} = 1,2 \cdot 10^5$ МПа.

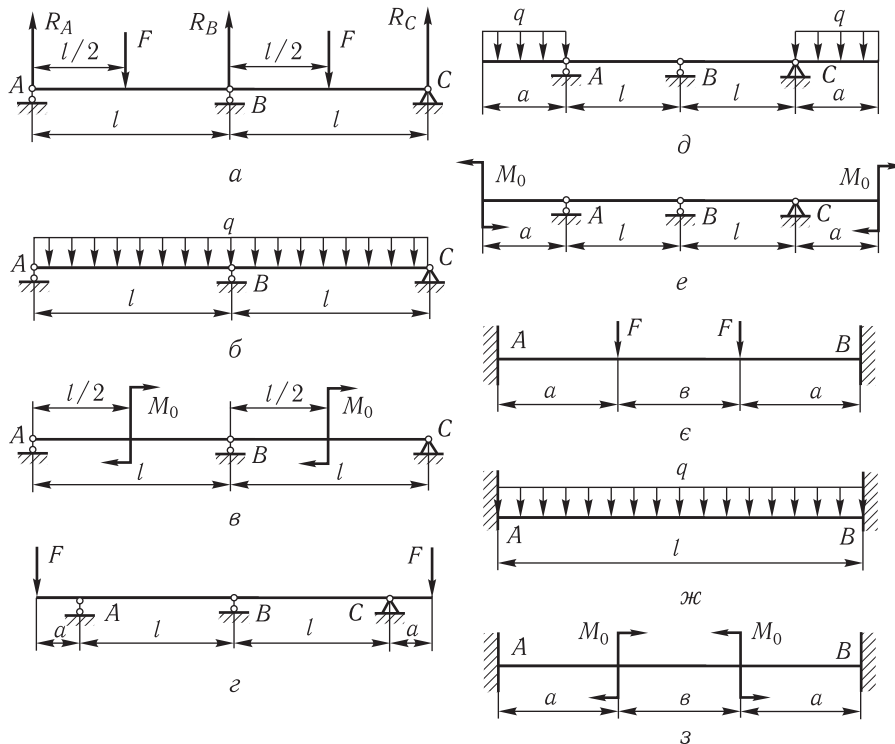


Рис. 5.108

Відповідь: $R_B = 98,7$ кН; $\sigma_{\max \text{ б}} = 39,2$ МПа; $\sigma_{\text{к}} = -11,2$ МПа; за жорсткої опори $R_B = 100$ кН.

5.121. Двотаврова сталевая балка № 22 закріплена одним кінцем в стіні, а інший її кінець підтримується вертикальним сталевим стрижнем діаметром 25 мм (рис. 5.110). Балка навантажена рівномірно розподілим навантаженням інтенсивністю 30 кН/м. Визначити зусилля і напруження в стрижні та найбільші нормальні напруження в балці. Як зміняться зусилля і напруження, якщо стрижень, установлений до навантаження балки, виявився на 2,5 мм довшим за вісім метрів?

Відповідь: $R_{BC} = 32,3$ кН, $\sigma_{BC} = 65,6$ МПа, $\sigma_{\max AB} = 164$ МПа; у випадку неточного виготовлення стрижня BC: $R_{BC} = 30,9$ кН, $\sigma_{BC} = 62,7$ МПа, $\sigma_{\max AB} = 183$ МПа.

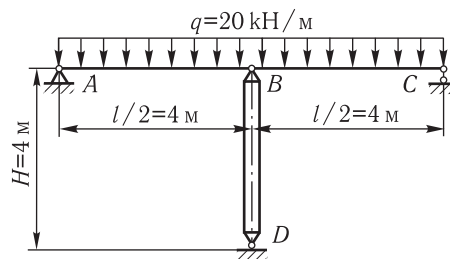


Рис. 5.109

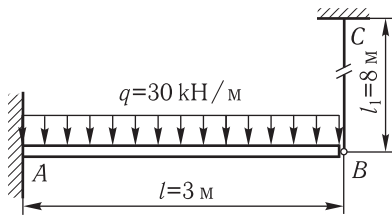


Рис. 5.110

5.122*. У місці з'єднання двох балок AB і CD прикладено силу F (рис. 5.111). Як розподілиться ця сила між балками, якщо відомі відношення їх прогонів і жорсткостей: $l_1 : l_2 = 3 : 2$ і $EI_1 : EI_2 = 4 : 5$?

Відповідь: $F_1 \approx 0,19F$; $F_2 \approx 0,81F$.

5.123. Дві балки прямокутного перерізу, що мають однакові довжину і ширину та виготовлені з одного матеріалу,

покладені одна на одну (рис. 5.112). Висота верхньої балки вдвічі менша, ніж нижньої. Як розподіляється навантаження між балками?

Відповідь: $F_1 = \frac{1}{9}F$; $F_2 = \frac{8}{9}F$.

5.124. Двопрогінна балка навантажена по всій довжині рівномірно розподіленим навантаженням (рис. 5.113). Як мають співвідноситись прогони балки l і a , щоб реакція правої опори дорівнювала нулю?

Відповідь: $a = 0,433l$.

5.125. Балка, що жорстко закріплена одним кінцем, підтримується на другому кінці шарнірно-рухомою опорою, навантажена рівномірно розподіленим навантаженням q по всій довжині l . На скільки потрібно підняти або опустити опору, щоб величина найбільшого позитивного згинального моменту в прогоні дорівнювала величині від'ємного моменту в жорсткому закріпленні? Жорсткість поперечного перерізу балки EI .

Відповідь: підняти на $0,013 \frac{ql^4}{EI}$.

5.126. Дерев'яну балку квадратного перерізу 300×300 мм завдовжки 3 м підвішено на трьох сталевих тягах завдовжки по 2 м і площею поперечного перерізу 800 мм^2 кожна. Дві тяги підтримують балку на кінцях, третя — посередині. На балку посередині її довжини діє сила $F = 130$ кН. Визначити напруження у тягах і найбільші нормальні напруження в балці. Модулі пружності сталі й дерева: $E_c = 2 \cdot 10^5$ МПа; $E_d = 0,1 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: у середній тязі $\sigma = 142,5$ МПа; в крайніх тягах $\sigma = 10$ МПа; у балці $\sigma = 2,7$ МПа.

5.127. Двотаврова сталева балка № 18 завдовжки 6 м лежить на трьох дерев'яних стояках круглого поперечного перерізу діаметром 250 мм і зав-

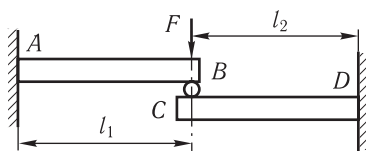


Рис. 5.111

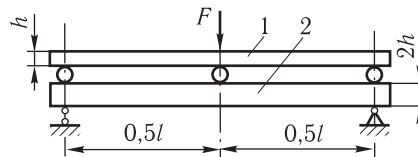


Рис. 5.112

вишки 4 м кожний. Два стояки підтримують балку на кінцях, третій — посередині прогону. Балку навантажено по всій довжині рівномірно розподіленим навантаженням інтенсивністю $q = 20$ кН/м. Визначити зусилля і напруження в стояках і найбільші нормальні напруження в балці. Модулі пружності сталі й дерева: $E_c = 2 \cdot 10^5$ МПа; $E_d = 0,1 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: $N_{\text{сеп}} = -74,8$ кН; $N_{\text{кр}} = -22,6$ кН; $\sigma_{\text{сеп}} = -1,53$ МПа; $\sigma_{\text{кр}} = -0,46$ МПа; $\sigma_{\text{max}} = 155$ МПа.

5.128. Визначити вантажопідйомність балок, жорстко закріплених обома кінцями і навантажених симетрично, як зображено на рис. 5.114. Визначити величину найбільшого прогину за допустимого навантаження. Задано: а) переріз прямокутний 120×300 мм, прогін $l = 6$ м, допустиме напруження $[\sigma] = 10$ МПа, модуль пружності $E = 0,1 \cdot 10^5$ МПа; б) двотавр № 10, $l = 4$ м, $[\sigma] = 160$ МПа, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; в) двотавр № 20, $l = 6$ м, $[\sigma] = 160$ МПа, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: а) $[F] = 24$ кН, $w_{\text{max}} = 10$ мм; б) $[q] = 7$ кН/м, $w_{\text{max}} = 9,6$ мм; в) $[q] = 4$ кН/м, $w_{\text{max}} = 11$ мм.

5.129. Двотаврові нерозрізні балки навантажені симетричними навантаженнями, як зображено на рис. 5.115. Задано: $F = 60$ кН; $q = 40$ кН/м. Розкрити статичну невизначуваність, обчислити опорні реакції, побудувати епюри поперечних сил і згинальних моментів, підібрати номер двотавра за допустимого напруження $[\sigma] = 160$ МПа і обчислити величину прогину в середньому перерізі балок. Модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: див. табл. 5.11.

5.130. Сталева балка з моментом інерції перерізу I і завдовжки l обпирається по кінцях на нерухомі шарнірні опори, а в двох проміжних перерізах — на сталеві колони заввишки h .

Усі три прогони балки рівні між собою. За відсутності навантажень усі чотири опори розміщені на одному рівні. Балка навантажена рівномірно розподіленим навантаженням по всій довжині. Знайти потрібну площу поперечного перерізу опор A за умови, щоб зусилля в колонах і реакції крайніх опор були однаковими.

Відповідь: $A = \frac{486 I h}{7 l^3}$.

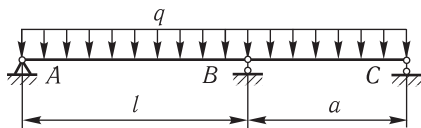


Рис. 5.113

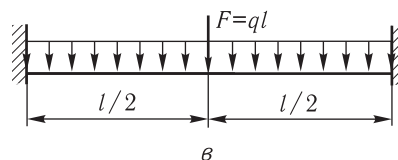
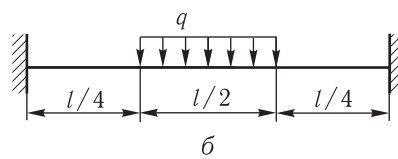
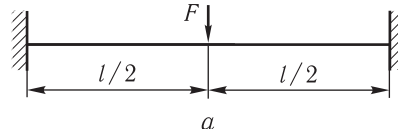


Рис. 5.114

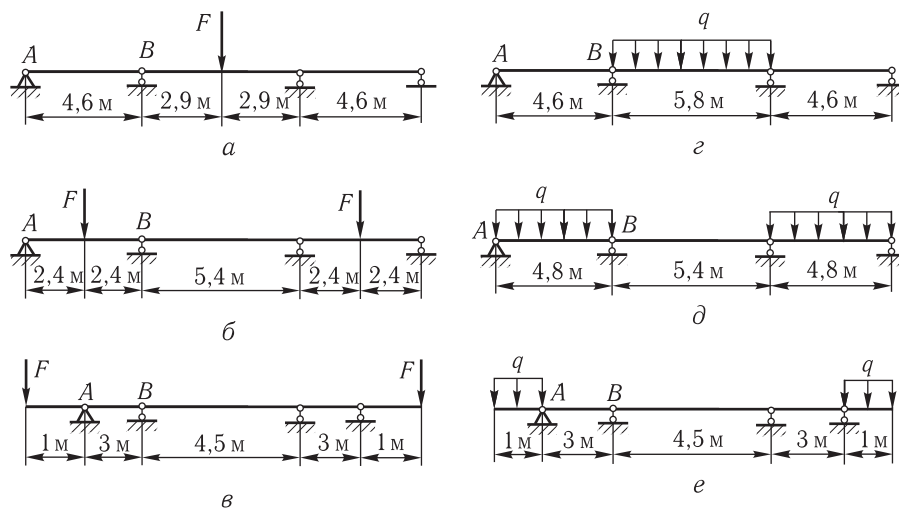


Рис. 5.115

Таблиця 5.11

Схема	R_A , кН	R_B , кН	M_{\min} , кН·м	M_{\max} , кН·м	Номер двотавра	w , мм
<i>a</i>	-6,2	36,2	-28,5	58,5	27	-12,3
<i>б</i>	25,8	34,2	-20,1	61,9	27	7,2
<i>в</i>	83,1	-23,1	-60,0	9,2	27	-2,3
<i>г</i>	-16,0	132,0	-73,4	94,8	33	-14,0
<i>д</i>	87,1	104,9	-42,9	94,9	33	7,9
<i>e</i>	47,7	-7,7	-20,0	3,1	18	-3,0

5.131. Чотирипрогінну нерозрізну балку завдовжки 8 м з рівними прогонами вироблено з дерев'яного бруса. Відношення висоти прямокутного поперечного перерізу до ширини дорівнює 1,5. Балка навантажена по всій довжині рівномірно розподіленим навантаженням інтенсивністю $q = 7$ кН/м. Визначити розміри балки з умови її міцності за допустимого напруження $[\sigma] = 8$ МПа.

Відповідь: 100×150 мм.

5.132. Чотирипрогінна нерозрізна балка двотаврового перерізу № 22 має крайні прогони по 3 м і середні по 4 м. Балка навантажена по всій довжині рівномірно розподіленим навантаженням, інтенсивність якого на крайніх прогонах $q_1 = 20$ кН/м, на середніх $q_2 = 30$ кН/м. Визначити найбільші нормальні напруження в балці й зазначити, в якому перерізі вони діють.

Відповідь: $\sigma_{\max} = 191$ МПа в перерізі на середній опорі.

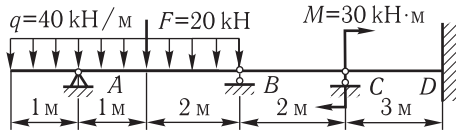


Рис. 5.116

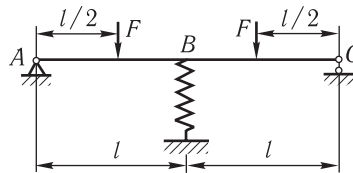


Рис. 5.117

5.133. Для балки, зображеної на рис. 5.116, побудувати епюри поперечних сил і згинальних моментів, підібрати двотавровий переріз за таблицею сортаменту. Визначити кути повороту перерізів на опорах. Взяти допустиме напруження $[\sigma]=140$ МПа і модуль пружності $E=2 \times 10^5$ МПа.

Відповідь: $M_{\max}=33,4$ кН·м (на відстані 1,3 м від опори A); двотавр № 22а; $\theta_A=0,00427$ рад; $\theta_B=-0,00349$ рад; $\theta_C=-0,00267$ рад.

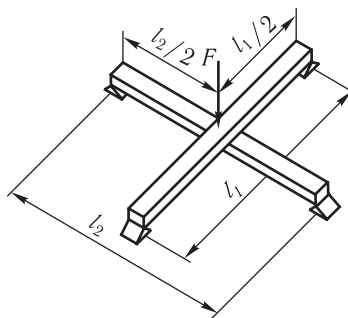


Рис. 5.118

5.134. Підібрати підатливість ϵ пружної опори B за умови, щоб згинальний момент M_B у перерізі на опорі B дорівнював нулю (рис. 5.117). Задано: жорсткість поперечного перерізу балки EI , довжина l .

$$\text{Відповідь: } \epsilon = \frac{l^3}{16EI}.$$

5.135. Дві перехресні балки завдовжки l_1 і l_2 навантажені посередині силою F (рис. 5.118). Знайти розподілення навантаження між балками. Моменти інерції перерізів балок відповідно I_1 і I_2 . Матеріал балок однаковий.

$$\text{Відповідь: } F_1 = F \frac{l_2^3 I_1}{l_2^3 I_1 + l_1^3 I_2}; \quad F_2 = F \frac{l_1^3 I_2}{l_2^3 I_1 + l_1^3 I_2}.$$

5.5. Розрахунок статично невизначуваних плоских рам

5.136. Розкрити статичну невизначуваність сталеві рами двотаврово-го перерізу, однакового на всіх ділянках рами, побудувати епюри поперечних сил, згинальних моментів і нормальних сил, підібрати номер двотавра і визначити величину кута повороту перерізу C. Рама має шарнір у перерізі D (рис. 5.119). Задано: $q=40$ кН/м; $l=5$ м; $a=4$ м; $c=3$ м; допустиме напруження $[\sigma]=160$ МПа; модуль пружності $E=2 \cdot 10^5$ МПа.