

9.2.3. Розрахунки на міцність зварних з'єднань

В сучасному машинобудуванні зварні з'єднання надзвичайно поширені через високу технологічність та економічність, у порівнянні з тими ж заклепковими з'єднаннями. Разом з тим вони не поступаються їм у міцності та надійності.

Існує багато типів зварних з'єднань та способів їх отримання. До найпоширеніших відносяться з'єднання за допомогою *стикових* та *кутових*, або *валикових*, швів. Розрахунки їх на міцніть мають певні особливості і висвітлені в спеціальній літературі. Проте в рамках опору матеріалів можна досить точно розраховувати на міцність, зокрема кутові шви, вважаючи, з певним ступенем умовності, що вони працюють на зріз.

На рис. 9.7 наведені приклади зварних з'єднань за допомогою кутових швів.



Рис. 9.7 Типи кутових швів: а і б – внапусток; в – тавровий

Якщо напрямок кутового шва перпендикулярний до напрямку дії сили, то такий шов називають *лобовим* або *торцевим* (рис. 9.7 а). А якщо його напрямок паралельний діючій силі, то шов називають *фланговим* або *боковим* (рис. 9.7 б).



Рис. 9.8 Геометрія кутового шва

Розглянемо кутовий шов (рис. 9.8). Якщо не брати до уваги напливи, то в перерізі кутовий шов можна розглядати як рівнобедрений прямокутний трикутник ABC. Зріз шва відбуватиметься V мінімальному перерізі, що проходить через висоту трикутника *CD*. Враховуючи, що трикутника $h = \delta \cos 45^{\circ} \approx 0.7\delta$, висота знайдемо розрахункову площу перерізу шва як

$$A_e = hl_{\rm T} = 0,7\delta l_{\rm T},$$

де $l_{\rm T}$ – розрахункова довжина шва. Її беруть меншою від справжньої довжини шва на 10 мм, враховуючи так звані "не провари" на початку та в кінці шва, де матеріал неякісний і має низьку міцність. Тобто $l_{\rm T} = l - 10$.

Вважаючи, що дотичні напруження в площині зрізу розподілені рівномірно, і враховуючи, що у з'єднанні працюють два шви (див. рис. 9.8), умова міцності матиме вигляд:

$$\tau = \frac{F}{A_e} = \frac{F}{1,4\delta(l-10)} \le [\tau_e]. \tag{9.10}$$

Допустиме напруження $[\tau_e]$ знаходять з таблиць залежно від технології отримання шва, типу електрода і т. ін. Індекс *е* вказує, що шов отриманий електродуговим зварюванням.

Умова міцності (9.10) справедлива як для лобових, так і для флангових швів.

Слід відзначити, що лобові шви жорсткі, їх руйнування не супроводжується помітними залишковими деформаціями. Тому вони погано опираються динамічним навантаженням. Флангові шви належать до так-званих в'язких швів, оскільки руйнуються при значних залишкових деформаціях. Вони краще від лобових швів опираються динамічним навантаженням і тому більш поширені на практиці.



Рис. 9.9 До прикладу 9.3

Приклад 9.3 З умови міцності на зріз знайти необхідну довжину І зварного шва (рис. 9.9), якщо сила F = 30 кH, а допустиме напруження на зріз [т_е] = 80 МПа.

Умова міцності на зріз трьох швів має вигляд

$$\tau = \frac{F}{\left(l_{\mathrm{T}1} + l_{\mathrm{T}2} + l_{\mathrm{T}3}\right)\delta\cos 45^{\circ}} \leq \left[\tau_{e}\right].$$

Тут $l_{m1} = l_{m2} = 50 - 10 = 40$ мм; $l_{m3} = l - 10$ мм. 3 умови міцності знаходимо:

$$l_{m3} = \frac{F}{\delta \cos 45^{\circ} [\tau_e]} - l_{m1} - l_{m2} = \frac{30 \cdot 10^3}{5 \cdot 0, 7 \cdot 80} - 80 \approx 27, 2 \text{ MM}.$$

Звідси

$$l = l_{m3} + 10 = 27, 2 + 10 = 37, 2 \text{ MM}$$

Тема 9.3 Чистий зсув

9.3.1. Чистий зсув як окремий випадок плоского напруженого стану

Проаналізуємо напружений стан в довільній точці перерізу стержня в умовах зсуву. В межах прийнятих припущень, що жодних деформацій, крім зсуву, в зоні навантаження не виникає, в перерізі стержня діють лише дотичні напруження. Нехтуючи бічним тиском між волокнами та користуючись законом парності дотичних напружень, отримаємо такий вид напруженого стану, як зображено на рис. 9.10. Звісно, що така схема навантаження елемента, згідно з принципом Сен-Венана, справедлива тільки для точок, досить віддалених у глиб стержня від точки на поверхні, де прикладена сила.



Рис. 9.10 Напружений стан у зоні зсуву стержня

Як видно з рисунка, елемент перебуває в умовах плоского напруженого стану.

Окремий випадок плоского напруженого стану, коли по чотирьох взаємно перпендикулярних гранях елемента діють лише дотичні напруження, називається <u>чистим зсувом</u>.

Чистий зсув досить часто реалізується на практиці. Крім випадку зрізу стержня, цей вид плоского напруженого стану має місце і при інших видах деформації стержнів, які нами вивчатимуться в наступних розділах курсу, наприклад при чистому крученні, при поперечному згині стержнів у певних його волокнах.

Зобразимо елемент у площині (рис. 9.11) та визначимо величини і напрямки головних напружень. Для цього скористаємось рівняннями для оберненої задачі плоского напруженого стану (див. п. 4.1.9.2, лекція 7).

Оскільки $\sigma_x = \sigma_y = 0$, $\tau_{xy} = -\tau$, $\tau_{yx} = \tau$, то за формулою (4.46) отримаємо:

$$\sigma_{\rm max} = \tau; \ \sigma_{\rm min} = -\tau$$

Тобто

$$\sigma_1 = \tau; \ \sigma_2 = 0; \ \sigma_3 = -\tau.$$

Напрямок головних напружень знайдемо за формулою (4.47):



Рис. 9.11 Чистий зсув

$$tg2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \infty.$$

Звідси $\alpha = 45^{\circ}$.

Спрямовуємо головні напруження від осі x у напрямку дії дотичного напруження τ_{xy} (див. примітку 4.8, лекція 7), як показано на рис. 9.11.

Закон Гука для чистого зсуву, згідно з формулами (4.72), запишемо у вигляді:

$$\gamma = \frac{\tau}{G}$$
 also $\tau = G\gamma$. (9.11)

Питома потенціальна енергія за чистого зсуву

$$u = \frac{1}{2E} \Big[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu \big(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1 \big) \Big] = \frac{1}{2E} \Big(2\tau^2 + 2\mu\tau^2 \Big) = \frac{1+\mu}{E} \tau^2.$$
(9.12)

Або, з урахуванням співвідношення (4.71)

$$u = \frac{\tau^2}{2G}.\tag{9.13}$$

Перший інваріант тензора напружень за чистого зсуву

$$I_{\sigma 1} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \tau - \tau = 0$$

Отже всі фізичні величини, пропорційні $I_{\sigma 1}$, також дорівнюють нулю:

- октаедричне нормальне напруження $\sigma_{okt} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = 0;$
- об'ємна деформація $\varepsilon_V = \frac{(1-2\mu)}{E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 0;$
- питома потенціальна енергія зміни об'єму $u_o = \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 = 0.$

Таким чином, за чистого зсуву зміни об'єму тіла не відбувається, і вся енергія йде на зміну його форми. Тобто за формулами (9.12) і (9.13) розраховують і енергію формозміни.

9.3.2. Перевірка міцності та допустимі напруження за умов чистого зсуву

За чистого зсуву умова міцності може бути записана як

$$\tau \le [\tau]. \tag{9.14}$$

Тут [τ] – допустимі дотичні напруження, які можна визначити, як і допустимі напруження за розтягання, з експерименту. Нижче ми познайомимось з методикою випробувань на зсув. Проте відразу зазначимо, що ці випробування методично складніші від випробувань на розтягання і, з цієї причини, не такі поширені.

На практиці для визначення допустимих дотичних напружень найчастіше користуються теоріями міцності, виражаючи ці напруження через допустимі напруження на розтягання.

Друга теорія міцності. Умова міцності (8.7) (див. лекцію 13) для умов чистого зсуву набуває вигляду:

$$\sigma_1 - \mu \sigma_3 \leq [\sigma]$$
 also $\tau(1 + \mu) \leq [\sigma]$.

Звідси $\tau \leq \frac{[\sigma]}{(1+\mu)}$, а значить

$$[\tau] = \frac{[\sigma]}{1+\mu}.\tag{9.15}$$

При
$$\mu = 0,25 \dots 0,42 \ [\tau] = (0,7 \dots 0.8)[\sigma].$$

Третя теорія міцності. Умова міцності (8.10) для умов чистого зсуву:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$$
 also $2\tau \leq [\sigma]$.

Звідси

$$[\tau] = 0, 5[\sigma]. \tag{9.16}$$

Четверта теорія міцності. Умова міцності (8.15) для умов чистого зсуву:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\sigma_{1}^{2}+\sigma_{3}^{2}+(\sigma_{3}-\sigma_{1})^{2}} \leq [\sigma] \qquad \text{або} \quad \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\tau^{2}+\tau^{2}+4\tau^{2}} \leq [\sigma].$$

Звідси $\tau \leq \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$, а значить
 $[\tau] = 0, 6[\sigma].$ (9.17)

Питання для самоперевірки знань

- 1. Який вид деформації стержня називають чистим зрізом або зсувом?
- 2. Запишіть інтегральне рівняння рівноваги стержня для умов чистого зрізу.



В яких із трьох схем навантаження стержня має місце чистий зріз?

- 4. Наведіть приклади реалізації умов чистого зрізу на практиці.
- 5. Який вид деформації найчастіше супроводжує зріз стержня, що змушує говорити про чистий зріз з певним ступенем умовності?
- 6. Які напруження виникають в поперечному перерізі стержня при чистому зрізі? Який закон розподілу цих напружень в перерізі?
- 7. Запишіть умову міцності стержня при чистому зрізі.



В якому з наведених прикладів запас міцності стержня на зріз більший. Відповідь обгрунтувати.

9. Допустимі напруження зрізу визначаються тільки матеріалом стержня: □ так; □ ні. Вибрати правильну відповідь.



Пуансон діаметром d = 20 мм вирубує заготовку з листа товщиною $\delta = 3$ мм. Яку форму має поверхня зрізу? Чому дорівнює площа зрізу?

- 11. Які деформації мають місце при зминанні контактних поверхонь елементів, що працюють на зріз?
- 12. Який закон розподілу тиску на поверхні контакту при зминанні прийнятий в опорі матеріалів?
- 13. Запишіть умову міцності при зминанні.
- 14. Чому дорівнює площа зминання?
- 15. Обчисліть величину площі зминання в контактній парі пуансон-лист (див. п. 10)?



За якого розташування перерізу заклепки відносно лінії дії сили запас міцності на зминання буде більшим: у випадку а) чи б)? Відповідь обґрунтувати.

17. Які зварні шви називають лобовими або торцевими, а які фланговими або боковими?



Який з позначених відрізків лежить у площині зрізу шва: *AC*, *CB* чи *CD*?

- 19. Запишіть умови міцності для флангового та лобового швів.
- 20. Чому розрахункову довжину зварного шва беруть меншою на 10 мм від дійсної?
- 21. Чим відрізняються жорсткі зварні шви від в'язких?
- 22. До яких швів відносять лобові: жорстких чи в'язких?
- 23. Які шви краще опираються динамічним навантаженням: лобові чи флангові? Відповідь обгрунтувати.
- 24. Коли чистий зсув тіла в точці має місце? До якого виду напруженого стану відноситься чистий зсув?
- 25. Наведіть приклади реалізації чистого зсуву на практиці?

У якому з наведених прикладів напруженого стану	a) 10 МПа, 10 МПа, 0;
-------------------------------------------------	-----------------------

- 26. має місце чистий зсув? (Тут задані величини головних б) 10 МПа, 0, -10 МПа; напружень).
 b) 0, -10 МПа, -10 МПа;
- 27. Чи є дотичні напруження у площадках чистого зсуву одночасно максимальними дотичними напруженнями в даній точці деформованого тіла? Відповідь обґрунтувати.
- 28. Запишіть закон Гука для чистого зсуву.
- 29. Обчисліть величину допустимого дотичного напруження, якщо границя текучості матеріалу σ_т = 300 МПа?
- 30. Чому дорівнює об'ємна деформація в умовах чистого зсуву?

Розділ 10. РОЗРАХУНКИ НА МІЦНІСТЬ І ЖОРСТКІСТЬ СТЕРЖНІВ ПРИ ЧИСТОМУ КРУЧЕННІ

Кручення стержня має місце, коли з шести компонент внутрішніх зусиль у перерізі відмінний від нуля лише крутний момент.

Цей вид деформації викликається парами сил, площина дії яких перпендикулярна до осі стержня. На кручення працюють торсіони, гвинтові пружини і т.п.

Тема 10.1 Кручення круглого стержня

10.1.1. Визначення напружень і деформацій. Умова міцності і жорсткості

Розглянемо циліндричний стержень, який жорстко защемлений одним кінцем, а до другого кінця прикладена пара сил *M* (рис. 10.1 а). В його перерізах виникатимуть тільки крутні моменти (рис. 10.1 б)



Рис. 10.1 Кручення круглого стержня: а – схема навантаження; б – елемент стержня; в – напруження в перерізі

Визначимо напруження і переміщення в стержні при крученні. Для цього скористаємось схемою розв'язання інтегральних рівнянь рівноваги для стержня (див. тему 5.1, лекція 10).

1. Статичний бік задачі.

З шести інтегральних рівнянь рівноваги (5.2) – (5.7) залишиться тільки рівняння для крутного моменту, яке в нашому випадку, у відповідності зі схемою (рис. 10.1 в), запишемо так:

$$M_{\kappa p} = \int_{A} \tau \rho \cdot dA \tag{10.1}$$

2. Геометричний бік задачі.



Рис. 10.2 Геометрична картина деформації стержня при крученні

Експериментальна перевірка справедливість підтвердила гіпотези плоских перерізів, про яку йшла мова при розтяганні-стисканні, i для випадку кручення циліндричного стержня. Ha підставі цієї гіпотези отримаємо кілька припущень.

- твірна циліндричної бічної поверхні після закручування стержня на кут ф перетворюються на гвинтові лінії (рис. 10.2);
- радіуси, проведені у торцевих перерізах залишаються прямолінійними, тобто не викривлюються;
- відстані між суміжними перерізами не змінюються.

Сформулюємо гіпотезу плоских перерізів при крученні.

Поперечні перерізи стержня, плоскі до деформації, залишаються плоскими при крученні круглого стержня, повертаючись один відносно одного на деякий кут закручування ф.

Розглянемо елемент стержня довжиною *dx* (рис. 10.1 б) у збільшеному масштабі (рис. 10.3).



Рис. 10.3 Елемент стержня: а – геометрична картина деформації елемента; б – поперечний переріз стержня; в – напружений стан в точці стержня

Проведемо на поверхні стержня дві твірні a_0b_0 і c_0d_0 .

Після закручування правий переріз відносно лівого повернеться на кут $d\varphi$, а твірні при цьому перетворяться у гвинтові лінії a_0b_1 і c_0d_1 з кутом підйому γ (див. рис. 10.3 а).

З *△abb*₁ отримаємо таке співвідношення:

$$\gamma \approx \frac{b_0 b_1}{a_0 b_0} = \frac{r d \varphi}{dx}.$$
 (10.2)

Для елемента, виділеного довільною циліндричною поверхнею на відстані р від осі (рис. 10.3 б):

$$\gamma_{\rho} = \rho \frac{d\phi}{dx}.$$
 (10.3)

Тут $\frac{d\varphi}{dx}$ – відносний або погонний кут закручування, який позначають літерою θ :

$$\theta = \frac{d\phi}{dx}.$$
(10.4)

Тоді

$$\gamma_{\rho} = \rho \theta \,. \tag{10.5}$$

3. Фізичний бік задачі.

Розглядаючи деформацію елемента *abcd* нескінченно малої товщини, виділеного на поверхні довільного радіусу ρ (рис. 10.3 в), нехтуючи зміною лінійних розмірів сторін через їх малість, можемо вважати, що елемент знаходиться в умовах чистого зсуву, оскільки його деформація полягає лише у зміні попередньо прямих кутів на кут γ_{ρ} .

Для чистого зсуву закон Гука запишемо у вигляді:

$$\tau_{\rho} = G \gamma_{\rho}, \qquad (10.6)$$

або

$$\tau_{\rho} = G\theta\rho. \tag{10.7}$$

4. *Синтез.* Підставляємо (10.7) в (10.1):

$$M_{\kappa p} = \int_{A} G \Theta \rho^2 dA \,.$$

Тут $G\theta = Const$. Тоді

Опір матеріалів

$$M_{\kappa p} = G\theta \int_{A} \rho^2 dA = G\theta I_p, \qquad (10.8)$$

де *I_p* – полярний момент інерції поперечного перерізу стержня.

Звідси отримуємо формули для визначення відносного кута закручування стержня і дотичного напруження в перерізі:

$$\theta = \frac{M_{\kappa p}}{GI_p}; \tag{10.9}$$

$$\tau_{\rho} = \frac{M_{\kappa p}}{I_p} \rho; \qquad (10.10)$$

Як випливає з формули (10.10), дотичні напруження в перерізі розподілені за лінійним законом. Коли $\rho = 0$ (на осі стержня), $\tau = 0$. Найбільшого значення вони набувають на контурі перерізу, коли $\rho = \rho_{max} = r$ (рис. 10.4):



$$\tau_{\max} = \frac{M_{\kappa p}}{I_p} r \,.$$

Позначимо

$$W_p = \frac{I_p}{\rho_{\text{max}}},\tag{10.11}$$

Рис. 10.4 Епюри дотичних напружень

де W_p – полярний момент опору перерізу.

Полярним моментом опору називають відношення полярного моменту інерції до відстані від полюса до найвіддаленішої точки перерізу.

Отже,

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\kappa p}}{W_p}.$$
(10.12)

Для суцільного стержня:

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32}; \quad W_p = \frac{\pi d^3}{16}.$$

Для порожнистого стержня:

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} \left(1 - \alpha^4 \right); W_p = \frac{\pi d^3}{16} \left(1 - \alpha^4 \right).$$

Тут $\alpha = \frac{d_{_{BH}}}{d}$, де d – зовнішній діаметр стержня, а $d_{_{BH}}$ – його внутрішній діаметр.

Визначимо переміщення при крученні. Якщо нас цікавить взаємний кут закручування між двома довільними перерізами, відстань між якими *l*, то, скориставшись виразами (10.4) і (10.9), отримаємо:

$$\varphi = \int_{0}^{l} \Theta dx = \int_{0}^{l} \frac{M_{\kappa p} dx}{GI_{p}}.$$

Якщо в межах циліндричної ділянки стержня жорсткість перерізу $GI_p = Const$ і крутний момент $M_{\kappa p} = Const$, то, за аналогією з розтяганнямстисканням, має місце рівномірна деформація. Для цього випадку отримаємо закон Гука в абсолютних величинах при крученні:

$$\varphi = \Theta l = \frac{M_{\kappa p} l}{GI_p}.$$
(10.13)

Умова міцності при крученні:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\kappa p}}{W_p} \le [\tau].$$
(10.14)

Умова жорсткості:

$$\theta_{\max} = \frac{M_{\kappa p}}{GI_p} \le \left[\theta\right], \ \frac{pa\partial}{M}, \tag{10.15}$$

або

$$\theta_{\max} = \frac{M_{\kappa p}}{GI_p} \cdot \frac{180}{\pi} \le \left[\theta\right], \ \frac{z p a \partial}{M}. \tag{10.16}$$

Примітка 10.1. Допустимі погонні кути закручування залежить від характеру діючого навантаження. Так, для сталевих валів при статичному навантаженні $[\theta] = 0,3$ град/м; при циклічному навантаженні $[\theta] = 0,25$ град/м, а при ударному навантаженні $[\theta] = 0,15$ град/м.

Приклад 10.1 Порівняти максимальні напруження і ваги суцільного і порожнистого валів, що мають однакові зовнішні діаметри, однакову довжину, виготовлені одного матеріалу 3 ma величиною крутні сприймають однакові за Співвідношення діаметрів моменти. для порожнистого вала $\alpha = 0,5$.

Максимальні дотичні напруження для суцільного вала при крученні $\tau'_{max} = \frac{16M_{\kappa p}}{\pi d^3}$, а

для порожнистого –
$$\tau''_{\text{max}} = \frac{16M_{\kappa p}}{\pi d^3 (1-\alpha^4)}$$
. Todi
$$\frac{\tau''_{\text{max}}}{\tau'_{\text{max}}} = \frac{1}{1-0,0625} = 1,06.$$

Ваги відносяться як площі перерізів валів:

$$\frac{G''}{G'} = \frac{A''}{A'} = \frac{4\pi d^2 \left(1 - \alpha^2\right)}{4\pi d^2} = 1 - \alpha^2 = 1 - 0,25 = 0,75.$$

Отже порожнистий вал, легший від суцільного на 25%, при цьому максимальні напруження в ньому перевищують величину максимальних напружень в суцільному валі всього на 6%. Тобто, з точки зору економії матеріалу, зменшення ваги конструкції, більш раціональним, безумовно, є порожнистий вал.

Приклад 10.2 Перевірити на міцність східчастий стержень (рис. 10.5), жорстко защемлений в опорах А і В, та навантажений в перерізі С моментом M_к = 120 H · м . Знайти також кут на який повернеться переріз С відносно опор. Матеріал стержня — сталь 45. Всі необхідні розміри вказані на рисунку.

> Очевидно, що цей стержень статично невизначуваний: маємо одну умову рівноваги – сума моментів відносно осі стержня дорівнює нулю. А невідомі два реактивні моменти M_A і M_B , що виникають в опорах.

I. **Статичний бік задачі**. Рівняння рівноваги має вигляд:

$$\sum M_x = M_A + M_B - M_K = 0 \tag{1}$$

II. Геометричний бік задачі. Оскільки кінці стержня жорстко защемлені, то кут повороту перерізу А відносно перерізу В дорівнює нулю:

$$\varphi_{A-B} = \varphi_{A-C} + \varphi_{C-B} = 0 \tag{2}$$



Рис. 10.5 До прикладу 10.2

Ш. Фізичний бік задачі. Скориставшись формулою (10.13), отримаємо:

$$\phi_{A-C} = \frac{M_A l_1}{GI_{p1}}; \qquad \phi_{C-B} = \frac{(M_A - M_K) l_2}{GI_{p2}}$$
(3)

IV. Синтез. Підставляючи вирази (3) у рівняння (2), матимемо:

$$\frac{M_A l_1}{GI_{p1}} + \frac{(M_A - M_K) l_2}{GI_{p2}} = 0.$$

Звідси

$$M_{A} = \frac{M_{K} l_{2} I_{p1}}{l_{1} I_{p2} + l_{2} I_{p1}} = \frac{M_{K} l_{2} d_{1}^{4}}{l_{1} d_{2}^{4} + l_{2} d_{1}^{4}} = \frac{120 \cdot 0, 4 \cdot 20^{4}}{0, 4 \cdot 12^{4} + 0, 4 \cdot 20^{4}} = 106, 23 \ H \cdot M.$$

Тоді

$$M_B = M_K - M_A = 120 - 106, 23 = 13,77 \ H \cdot M.$$

Епюра крутних моментів зображена на рис. 10.5. Максимальні дотичні напруження на ділянках AC і CB:

$$\tau_{\max 1} = \frac{16M_A}{\pi d_1^3} = \frac{16 \cdot 106, 23 \cdot 10^3}{\pi \cdot 20^3} = 67, 63 \text{ MIIa};$$

$$\tau_{\max 2} = \frac{16M_B}{\pi d_2^3} = \frac{16 \cdot 13, 77 \cdot 10^3}{\pi \cdot 12^3} = 40,58 \text{ MIIa}$$

Визначимо допустимі напруження для матеріалу стержня. Згідно з додатком 4 [1] для сталі 45 отримаємо:

$$[\tau] = 0,5[\sigma] = 0,5\frac{\sigma_{\rm T}}{n_{\rm T}} = 0,5\frac{360}{1,5} = 120 M\Pi a$$

Бачимо, що $\tau_{\max 1}, \tau_{\max 2} < [\tau]$, тобто умова міцності стержня виконується. Визначимо кут повороту перерізу С відносно опор.

$$\varphi_{C-A} = \frac{M_A l_1}{GI_{p1}} = \frac{106, 23 \cdot 0, 4 \cdot 10^6 \cdot 32}{8 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot 20^4} = 0,0034;$$

$$\varphi_{C-B} = -\frac{M_B l_2}{GI_{p2}} = \frac{13,77 \cdot 0, 4 \cdot 10^6 \cdot 32}{8 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot 12^4} = -0,0034.$$

Як бачимо, $\varphi_{C-A} + \varphi_{C-B} = 0,0034 - 0,0034 = 0$, тобто геометрична умова (2) виконується, що свідчить про правильність розкриття статичної невизначеності.

За отриманими даними будуємо епюру наростання кутів закручування стержня $\Delta \varphi$ (puc. 10.5).

10.1.2. Характер руйнування стержня при крученні.

Отже, в будь-якій точці круглого стержня при крученні має місце чистий зсув (рис. 10.3 в). Максимальні дотичні напруження діють в точках на контурі

поперечного перерізу. За законом парності дотичних напружень такі ж напруження виникають і у поздовжніх перерізах стержня (рис. 10.6).



Рис. 10.6 Напружений стан в стержні при крученні

За чистого зсуву найбільші нормальні напруження – головні напруження σ_1 і σ_3 – діють у площадках, нахилених під кутом 45° до площадок дії τ_{max} . На рис. 10.6 лінії дії цих напружень зображені гвинтовими лініями з кутом підйому 45°.

Залежно від властивостей матеріалу всі вказані напруження можуть бути небезпечними.

Якщо матеріал крихкий, то він погано опирається дії нормальних напружень. Руйнування стержнів з таких матеріалів супроводжується утворенням тріщин, спрямованих вздовж гвинтових ліній (рис. 10.7 а). Руйнування стержнів з пластичних матеріалів пов'язане зі зсувами у площадках дії максимальних дотичних напружень. Тому, наприклад, сталеві вали руйнуються по поперечному перерізу (рис. 10.7 б). А деревина погано опирається зсувам уздовж волокон, і тріщини з'являються саме в цьому напрямку (рис. 10.7 в).



Рис. 10.7 Види руйнування стержня при крученні: а – крихкий матеріал; б – пластичний матеріал; в – деревина з волокнами вздовж осі стержня